



# B6 1-1 二次函數及其圖形



## 溫故知新 01 函數與數字工廠

☆<舉例 1>數字工廠

原料  $\rightarrow$  部門1  
乘以2  $\rightarrow$  部門2  
加1  $\rightarrow$  成品

① 原料是 1，成品是\_\_\_\_\_

② 原料是 2，成品是\_\_\_\_\_

③ 原料是 3，成品是\_\_\_\_\_

⋮

④ 原料是 100，成品\_\_\_\_\_

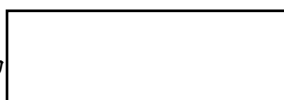
⑤ 假設原料是  $x$ ，成品是  $Y$   
我們可以得到  $Y =$ \_\_\_\_\_

☆給一個原料（數字  $x$ ），  
只有一個成品（數字  $Y$ ）  
和它對應，這種對應關係，  
我們說



☆從左邊的例子，可以得到  
 $Y =$ \_\_\_\_，原料  $x$  是\_\_\_\_次方

稱為



☆給定一個數字  $x$ ，只有一個數字  $Y$  與它對應  
我們說，這種對應關係為\_\_\_\_\_



★筆記

1. 原料  $\rightarrow$  數字工廠  $\rightarrow$  成品  
不管原料是多少，  
成品都是 3  
稱為\_\_\_\_\_

2. 不是函數的例子  
原料  $\rightarrow$  數字工廠  $\rightarrow$  成品

① 有原料但沒成品  
 $\Rightarrow$ \_\_\_\_\_

② 1個原料 2 種成品  
 $\Rightarrow$ \_\_\_\_\_



## 牛刀小試 01

1. 原料  $\rightarrow$  乘以 4  $\rightarrow$  加 1  $\rightarrow$  成品

(1) 若原料是 1，則成品是\_\_\_\_\_。

(2) 若原料是 2，則成品是\_\_\_\_\_。

(3) 假設原料是  $x$ ，成品是  $y$ ，則我們可以  
得到  $y =$ \_\_\_\_\_。

2. 原料  $\rightarrow$  乘以 0  $\rightarrow$  加 5  $\rightarrow$  成品

(1) 若原料是 1，則成品是\_\_\_\_\_。

(2) 若原料是 2，則成品是\_\_\_\_\_。

(3) 假設原料是  $x$ ，成品是 5，則  $y$ \_\_\_\_\_

(4) 如上述的關係，不管原料是多少，成品  
都是 5，這樣的關係我們稱之為\_\_\_\_\_。

3.(1) 已知函數  $y = -5x - 7$ ，則：

① 若  $x = 2$ ，則  $y =$ \_\_\_\_\_。

② 若  $x = -3$ ，則  $y =$ \_\_\_\_\_。

(2) 已知函數  $y = -7$ ，則：

① 若  $x = 2$ ，則  $y =$ \_\_\_\_\_。

② 若  $x = -3$ ，則  $y =$ \_\_\_\_\_。

4. (A)  $y = x + 5$  (B)  $y = 9$

(C)  $y = x^2 + 3$  (D)  $y = -2x + 1$

上列函數中：

(1) 屬於一次函數的是\_\_\_\_\_。

(2) 屬於常數函數的是\_\_\_\_\_。

# 概念 01 二次函數的意義

☆<舉例 1>數字工廠

原料 →  $\begin{matrix} \text{部門 1} & \text{部門 2} \\ \boxed{\text{乘以 2}} & \rightarrow \boxed{\text{加 1}} \end{matrix}$  → 成品

① 原料是 1，成品是\_\_\_\_\_

② 原料是 2，成品是\_\_\_\_\_

③ 原料是 3，成品是\_\_\_\_\_

⋮

④ 原料是 100，成品是\_\_\_\_\_

⑤ 假設原料是  $x$ ，成品是  $Y$

我們可以得到  $Y = \underline{\hspace{2cm}}$

☆ 給一個原料(數字  $x$ )，只有一個成品(數字  $Y$ )和它對應，這種對應關係，我們說



☆ 從上面的例子，可以知道  $Y = \underline{\hspace{2cm}}$ ，原料  $x$  是 \_\_\_\_\_ 次方稱為 \_\_\_\_\_



☆<舉例 2>正方形邊長和面積

假設有一個正方形  
邊長是  $x$ ，面積是  $Y$



①  $x=1$ ， $Y = \underline{\hspace{2cm}}$

②  $x=2$ ， $Y = \underline{\hspace{2cm}}$

③  $x=3$ ， $Y = \underline{\hspace{2cm}}$

⋮

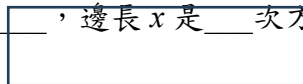
④  $x=100$ ， $Y = \underline{\hspace{2cm}}$

⑤  $Y = \underline{\hspace{2cm}}$

☆ 假設有一個正方形邊長是  $x$ ，只有一個正方形面積  $Y$  和它對應，這種對應關係，我們



☆ 從上面的例子，可以知道  $Y = \underline{\hspace{2cm}}$ ，邊長  $x$  是 \_\_\_\_\_ 次方稱為 \_\_\_\_\_



★筆記

下列哪些是  $x$  的二次函數？

- ①  $Y = -x^2$
- ②  $Y = 5^2 + x$
- ③  $Y = (x + 1)^2$
- ④  $Y = 2x$
- ⑤  $Y = x^2 + 3x + 2$

只要化簡後成為  
 $Y = \underline{\hspace{2cm}}$   
就是二次函數



## 牛刀小試 02

1. 原料 → 平方 → 加 3 → 成品

(1) 若原料是 1，則成品是\_\_\_\_\_。

(2) 若原料是 2，則成品是\_\_\_\_\_。


(3) 假設原料是  $x$ ，成品是  $y$ ，則  $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 原料 → 加 3 → 平方 → 成品

(1) 若原料是 1，則成品是\_\_\_\_\_。

(2) 若原料是 2，則成品是\_\_\_\_\_。

(3) 假設原料是  $x$ ，成品是  $y$ ，則  $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 假設有一平行四邊形 ，

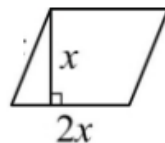
底為  $2x$ ，高為  $x$ ，且面積

為  $y$ ，則：

(1) 若  $x=1$ ，則  $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 若  $x=2$ ，則  $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) 其關係為  $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



4. 下列哪些是二次函數？答：\_\_\_\_\_。

(A)  $y = \frac{1}{2}x^2$

(B)  $y = x + 1$

(C)  $y = x + 3^2$

(D)  $y = 4^2x$

(E)  $y = \frac{1}{x^2}$

(F)  $y = (x - 1)^2 + 3$

(G)  $y = 3 - x - 2x^2$



## 溫故知新 02 畫 $y=2x+1$ 的圖形



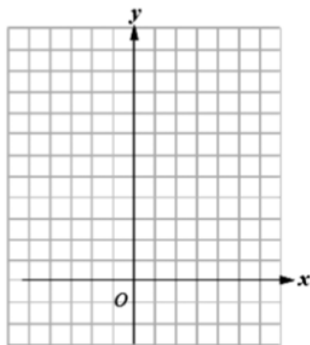
1. 找出  $y=2x+1$  的解

2. 描點

1 組解  $\rightarrow$  1 個點

至少要 \_\_\_\_\_ 個點

3.  $y=2x+1$  的圖形是 \_\_\_\_\_



★筆記

☆整理

1.  $y=2x+1$  在直角坐標平面上， $x$  表示 \_\_\_\_\_， $y$  表示 \_\_\_\_\_

2. ①  $y=2x+1$  的 1 組解就是  $y=2x+1$  圖形的 \_\_\_\_\_

② 在  $y=2x+1$  圖形上的每一個點都是  $y=2x+1$  的 \_\_\_\_\_

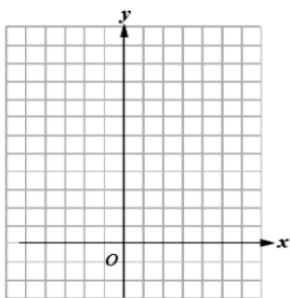
③  $y=2x+1$  有 \_\_\_\_\_ 組解

$y=2x+1$  的圖形有 \_\_\_\_\_ 個點

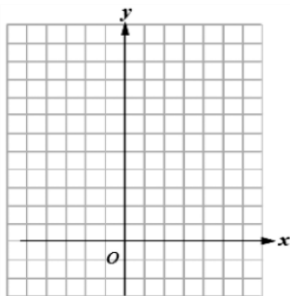


## 牛刀小試 03

1. 畫出  $y=3x+1$  的圖形。



2. 畫出  $y=-2x+1$  的圖形。



3. 下列哪些點在  $y=-x+3$  的圖形上？

答： \_\_\_\_\_。

(A) (0, 0)      (B) (-2, 5)

(C) (3, 6)      (D) (2, -1)

4. 在下列空格中，填入適當的數，使得該數

對符合  $y=-4x-5$ ：

(1) (-1, \_\_\_\_\_)。

(2) (0, \_\_\_\_\_)。

(3) (\_\_\_\_\_, -9)。



## 概念 02 二次函數的圖形1

☆畫  $y=x^2$  的圖形

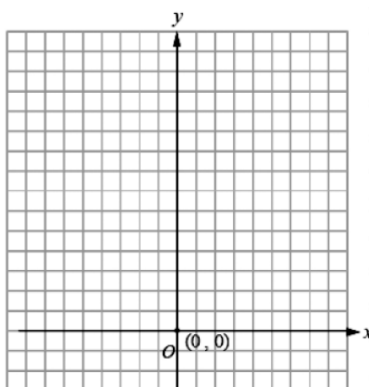
①寫出  $x$  所有對應的  $y$  值

$x$	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
$y$									

②把上表所對應的點標示在坐標平面。

如果找很多很多的點，我們可以發現

符合  $y=x^2$  的很多點  
會形成\_\_\_\_\_



★筆記

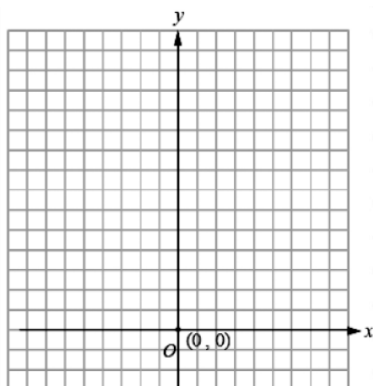
利用 Google 搜尋  $y=x^2$  的圖形



## 牛刀小試 04

1.(1) 畫出二次函數  $y=2x^2$  的圖形。

$x$					
$y$					



符合函數  $y=2x^2$  的許多點會形成\_\_\_\_\_。

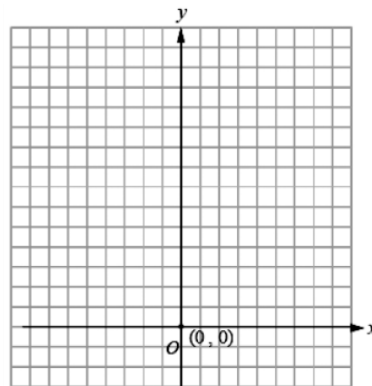
(2)下列哪些點在  $y=2x^2$  的圖形上？

- (A)(0, 0) (B) (3, 36)  
(C) (-4, -32) (D) (-5, 50)

答：\_\_\_\_\_。

2.(1) 畫出二次函數  $y=\frac{1}{2}x^2$  的圖形。

$x$					
$y$					



符合函數  $y=\frac{1}{2}x^2$  的許多點會形成\_\_\_\_\_。

(2) (6, 18) 在  $y=\frac{1}{2}x^2$  圖形上，則

(\_\_\_\_, 18) 也會在  $y=\frac{1}{2}x^2$  的圖形上。

## 概念 03 二次函數的圖形 2

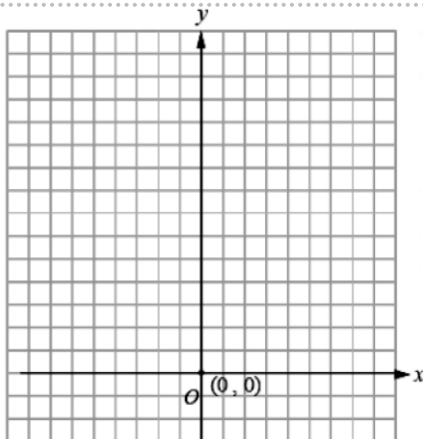
☆畫  $y = -x^2$  的圖形

①寫出  $x$  所有對應的  $y$  值

$x$	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
$y$									

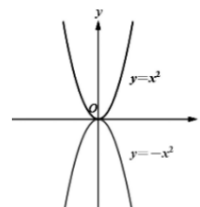
②把上表所對應的點標示在坐標平面上  
如果找很多很多的點，我們可以發現

符合  $y = -x^2$  的很多點會形成\_\_\_\_\_



★筆記

$y = -x^2$  的圖形和  $y = x^2$  的圖形有何不同？



①開口

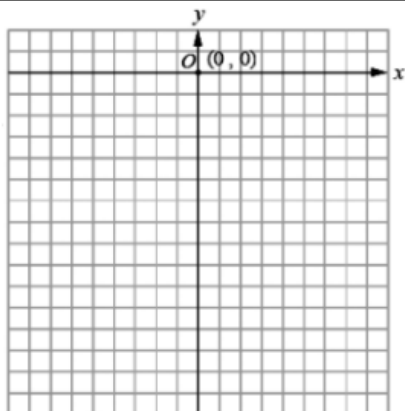
②對稱



## 牛刀小試 05

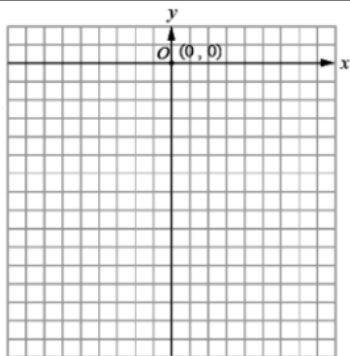
1.(1) 畫出二次函數  $y = -2x^2$  的圖形。

$x$					
$y$					

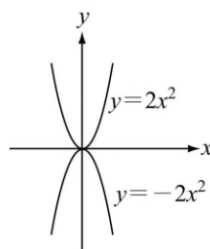


2.(1) 畫出二次函數  $y = \frac{1}{2}x^2$  的圖形。

$x$					
$y$					



3. 下圖是  $y = 2x^2$  與  $y = -2x^2$  的圖形，則：



(1) 兩個圖形的開口方向\_\_\_\_\_。  
(填相同或不相同)

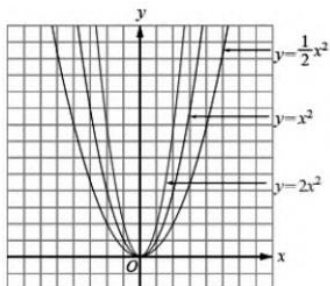
(2) 如果把  $y = 2x^2$  的圖形沿著  $x$  軸對摺會不會和  $y = -2x^2$  的圖形重疊呢？  
答：\_\_\_\_\_。

4. (1)  $y = 3x^2$  的圖形以  $x$  軸為對稱軸翻摺後，會與\_\_\_\_\_的圖形重疊

(2) 小恩說： $y = \frac{1}{2}x^2$  的圖形與  $y = -\frac{1}{2}x^2$  的圖形以  $x$  軸為對稱軸，也可以  $y$  軸為對稱軸。請問：小恩說得對嗎？

# 概念 04 二次函數的開口 1

☆將 $y = x^2$ ， $y = 2x^2$ ， $y = \frac{1}{2}x^2$ 畫在同一個坐標平面上



<註> 這三個圖形

- ① 對稱軸都是\_\_\_\_\_
- ② 有最\_\_\_\_\_點是\_\_\_\_\_

☆從上面的圖形。我們可以發現 $y = ax^2 (a \neq 0)$

- ①  $x^2$ 前面的係數  $a$  決定圖形的\_\_\_\_\_
- ②  $a > 0 \Rightarrow$  開口\_\_\_\_\_
- ③ 如果我們不看符號，只看數字（就是看\_\_\_\_\_）  
數字越大（ $|a|$  越大），開口\_\_\_\_\_  
數字越小（ $|a|$  越小），開口\_\_\_\_\_



★筆記



## 牛刀小試 06

1. 右圖是 $y = 3x^2$ 、 $y = 2x^2$ 、 $y = \frac{1}{3}x^2$ 的

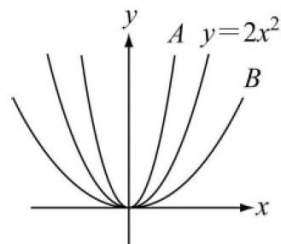
圖形，試問：

- (1)  $y = 3x^2$ 的圖形是附圖中的\_\_\_\_\_。  
(填 A 或 B)

(2)  $y = \frac{1}{3}x^2$ 的圖形是附圖中的\_\_\_\_\_。

(3) 附圖中， $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 的圖形開口最大。

(4) 附圖中， $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 的圖形開口最小。



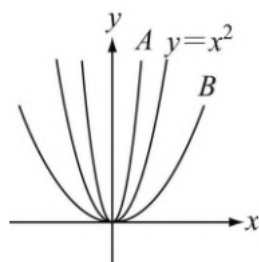
2. 右圖是 $y = 4x^2$ 、 $y = x^2$ 、 $y = \frac{1}{4}x^2$ 的圖形，試問：

- (1)  $y = 4x^2$ 的圖形是附圖中的\_\_\_\_\_。  
(填 A 或 B)

(2)  $y = \frac{1}{4}x^2$ 的圖形是附圖中的\_\_\_\_\_。

(3) 附圖中， $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 的圖形開口最大。

(4) 附圖中， $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 的圖形開口最小。



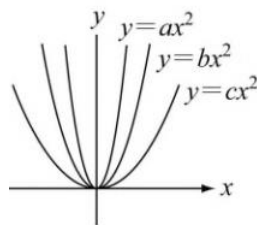
3. 二次函數 $y = \frac{1}{2}x^2$ 、 $y = x^2$ 、 $y = 2x^2$ 、 $y = 4x^2$ 的圖形中：

- (1) 何者的開口最大？答：\_\_\_\_\_。
- (2) 何者的開口最小？答：\_\_\_\_\_。

4. 二次函數 $y = \frac{1}{2}x^2$ 、 $y = x^2$ 、 $y = \frac{1}{5}x^2$ 、 $y = 3x^2$ 的圖形中：

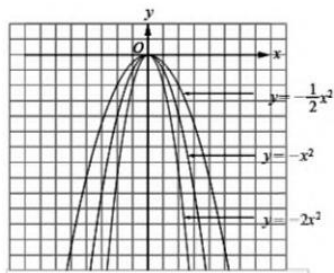
- (1) 何者的開口最大？答：\_\_\_\_\_。
- (2) 何者的開口最小？答：\_\_\_\_\_。

5. 試觀察下圖中的三條拋物線，試判斷  $a$ 、 $b$ 、 $c$  的大小關係。  
答：\_\_\_\_\_。



# 概念 05 二次函數的開口 2

☆將 $y = -x^2$ ， $y = -x^2$ ， $y = -\frac{1}{2}x^2$ 畫在同一個坐標平面上



<註> 這三個圖形

- ① 對稱軸都是\_\_\_\_\_
- ② 有最\_\_\_\_\_點是\_\_\_\_\_

☆從上面的圖形。我們可以發現 $y = ax^2 (a \neq 0)$

- ①  $x^2$ 前面的係數  $a$  決定圖形的\_\_\_\_\_
- ②  $a < 0 \Rightarrow$  開口\_\_\_\_\_
- ③ 如果我們不看符號，只看數字（就是看\_\_\_\_\_）  
數字越大（ $|a|$  越大），開口\_\_\_\_\_  
數字越小（ $|a|$  越小），開口\_\_\_\_\_



★筆記

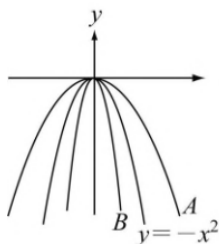


## 牛刀小試 07

1. 右圖是 $y = 3x^2$ 、 $y = -x^2$ 、 $y = -\frac{1}{3}x^2$ 的

圖形，試問：

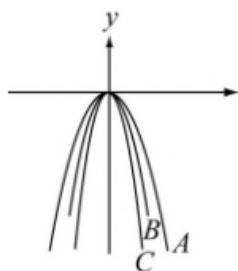
- (1)  $y = -3x^2$ 的圖形是附圖中的\_\_\_\_\_。  
(填 A 或 B)



- (2)  $y = -\frac{1}{3}x^2$ 的圖形是附圖中的\_\_\_\_\_。
- (3) 附圖中， $y =$ \_\_\_\_\_的圖形開口最大。
- (4) 附圖中， $y =$ \_\_\_\_\_的圖形開口最小。

2. 右圖是 $y = -x^2$ 、 $y = -2x^2$ 、 $y = -3x^2$ 的圖形，試問：

- (1)  $y = -2x^2$ 的圖形是附圖中的\_\_\_\_\_。  
(填 A、B 或 C)
- (2)  $y = -3x^2$ 的圖形是附圖中的\_\_\_\_\_。
- (3) 附圖中， $y =$ \_\_\_\_\_的圖形開口最大。
- (4) 附圖中， $y =$ \_\_\_\_\_的圖形開口最小。



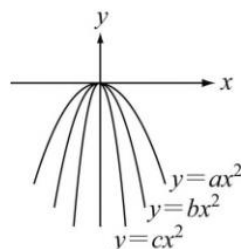
3. 試從下列選項中找出各小題的答案：

- (A)  $y = -0.7x^2$  (B)  $y = -0.5x^2$   
(C)  $y = -2x^2$
- (1) 何者圖形的開口最大？答：\_\_\_\_\_。
  - (2) 何者圖形的開口最小？答：\_\_\_\_\_。

4. 試從下列選項中找出各小題的答案：

- (A)  $y = -2x^2$  (B)  $y = -\frac{1}{3}x^2$   
(C)  $y = \frac{1}{2}x^2$  (D)  $y = 5x^2$
- (1) 何者圖形的開口最大？答：\_\_\_\_\_。
  - (2) 何者圖形的開口最小？答：\_\_\_\_\_。

5. 試觀察下圖中的三條拋物線，試判斷  $a$ 、 $b$ 、 $c$  的大小關係。  
答：\_\_\_\_\_。





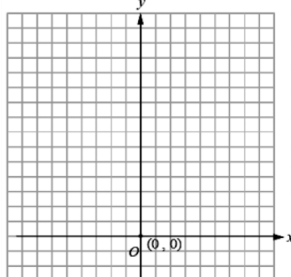
# 概念 06 二次函數的上下平移 1

☆請把  $y = x^2$ ,  $y = x^2 + 1$ ,  $y = x^2 + 2$  畫在同一個坐標平面上

## ① 描點

$x$	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$					
$y = x^2 + 1$					
$y = x^2 + 2$					

## ② 畫圖



☆從描點我們發現，當  $x$  相同的時候

①  $y = x^2 + 1$  比  $y = x^2$  \_\_\_\_\_

②  $y = x^2 + 2$  比  $y = x^2$  \_\_\_\_\_

☆從畫圖我們發現，

①  $y = x^2 + 1$  圖形上的點就是  $y = x^2$  圖形上的點向 \_\_\_\_\_ 平移 \_\_\_\_\_ 格

②  $y = x^2 + 2$  圖形上的點就是  $y = x^2$  圖形上的點向 \_\_\_\_\_ 平移 \_\_\_\_\_ 格



## ★筆記

1. 如果把  $y = x^2$  向上平移 1 格  
可以得到  $y =$  \_\_\_\_\_

☆對稱軸 \_\_\_\_\_  
最低點 \_\_\_\_\_

2. 如果把  $y = x^2$  向上平移 2 格  
可以得到  $y =$  \_\_\_\_\_

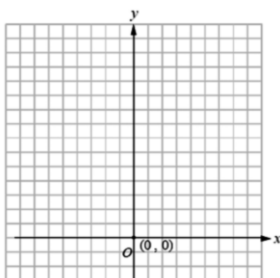
☆對稱軸 \_\_\_\_\_  
最低點 \_\_\_\_\_



## 牛刀小試 08

1. (1) 請將二次函數  $y = x^2$ 、 $y = x^2 + 3$ 、 $y = x^2 + 4$  的圖形畫在同一個坐標平面上。

$x$	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$					
$y = x^2 + 3$					
$y = x^2 + 4$					



(2) 從填寫表格中，我發現當  $x$  相同時：

①  $y = x^2 + 3$  的值比  $y = x^2$  的值 \_\_\_\_\_。

②  $y = x^2 + 4$  的值比  $y = x^2$  的值 \_\_\_\_\_。

(3) 從畫圖中，我發現：

①  $y = x^2 + 3$  圖形上的點就是  $y = x^2$  圖形上的點向 \_\_\_\_\_ 平移 \_\_\_\_\_ 個單位。

②  $y = x^2 + 4$  圖形上的點就是  $y = x^2$  圖形上的點向 \_\_\_\_\_ 平移 \_\_\_\_\_ 個單位。

2. 右圖是  $y = x^2$ 、 $y = x^2 + 2$ 、 $y = x^2 + 5$  的圖形，

(1)  $y = x^2$  的圖形是 \_\_\_\_\_  
(填 A、B 或 C)，

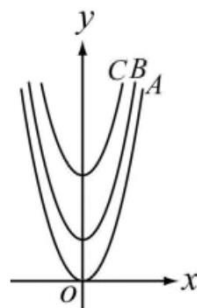
對稱軸為 \_\_\_\_\_，  
最低點為 \_\_\_\_\_；

(2)  $y = x^2 + 2$  的圖形是 \_\_\_\_\_  
(填 A、B 或 C)，

對稱軸為 \_\_\_\_\_，  
最低點為 \_\_\_\_\_；

(3)  $y = x^2 + 5$  的圖形是 \_\_\_\_\_  
(填 A、B 或 C)，

對稱軸為 \_\_\_\_\_，  
最低點為 \_\_\_\_\_；



3. (1) 將  $y = x^2$  的圖形向上平移 3 個單位後，即可得到二次函數  $y =$  \_\_\_\_\_ 的圖形，此函數的對稱軸為 \_\_\_\_\_，最低點為 \_\_\_\_\_。

(2) 將  $y = x^2$  的圖形向上平移 8 個單位，即可得到二次函數  $y =$  \_\_\_\_\_ 的圖形，此函數的對稱軸為 \_\_\_\_\_，最低點為 \_\_\_\_\_。



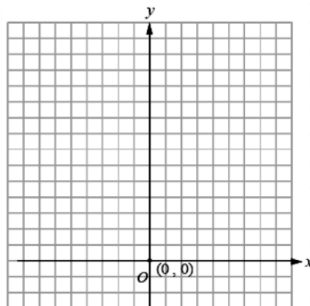
## 概念 07 二次函數的上下平移 2

☆請把  $y = x^2$ ,  $y = x^2 - 1$ ,  $y = x^2 - 2$  畫在同一個坐標平面上

①描點

$x$	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$					
$y = x^2 - 1$					
$y = x^2 - 2$					

②畫圖



☆從描點我們發現，當  $x$  相同的時候

①  $y = x^2 - 1$  比  $y = x^2$  \_\_\_\_\_

②  $y = x^2 - 2$  比  $y = x^2$  \_\_\_\_\_

☆從畫圖我們發現，

①  $y = x^2 - 1$  圖形上的點就是  $y = x^2$  圖形上的點向 \_\_\_\_\_ 平移 \_\_\_\_\_ 格

②  $y = x^2 - 2$  圖形上的點就是  $y = x^2$  圖形上的點向 \_\_\_\_\_ 平移 \_\_\_\_\_ 格



★筆記

1. 如果把  $y = x^2$  向下平移 1 格可以得到  $y =$  \_\_\_\_\_

☆ 對稱軸 \_\_\_\_\_  
最低點 \_\_\_\_\_

2. 如果把  $y = x^2$  向下平移 2 格可以得到  $y =$  \_\_\_\_\_

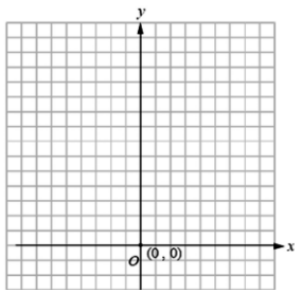
☆ 對稱軸 \_\_\_\_\_  
最低點 \_\_\_\_\_



## 牛刀小試 09

1. (1) 請將二次函數  $y = x^2$ 、 $y = x^2 - 3$ 、 $y = x^2 - 5$  的圖形畫在同一個坐標平面上。

$x$	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$					
$y = x^2 - 3$					
$y = x^2 - 5$					



(2) 從填寫表格中，我發現當  $x$  相同時：

①  $y = x^2 - 3$  的值比  $y = x^2$  的值 \_\_\_\_\_。

②  $y = x^2 - 5$  的值比  $y = x^2$  的值 \_\_\_\_\_。

(3) 從畫圖中，我發現：

①  $y = x^2 + 3$  圖形上的點就是  $y = x^2$  圖形上的點向 \_\_\_\_\_ 平移 \_\_\_\_\_ 個單位。

②  $y = x^2 + 4$  圖形上的點就是  $y = x^2$  圖形上的點向 \_\_\_\_\_ 平移 \_\_\_\_\_ 個單位。

2. 右圖是  $y = x^2$ 、 $y = x^2 - 2$ 、 $y = x^2 - 5$  的圖形，

(1)  $y = x^2$  的圖形是 \_\_\_\_\_  
(填 A、B 或 C)，

對稱軸為 \_\_\_\_\_，

最低點為 \_\_\_\_\_；

(2)  $y = x^2 - 2$  的圖形是 \_\_\_\_\_  
(填 A、B 或 C)，

對稱軸為 \_\_\_\_\_，

最低點為 \_\_\_\_\_；

(3)  $y = x^2 - 5$  的圖形是 \_\_\_\_\_  
(填 A、B 或 C)，

對稱軸為 \_\_\_\_\_，

最低點為 \_\_\_\_\_；

3. (1) 將  $y = x^2$  的圖形向下平移 3 個單位後，即可得到二次函數  $y =$  \_\_\_\_\_

的圖形，此函數的

對稱軸為 \_\_\_\_\_，

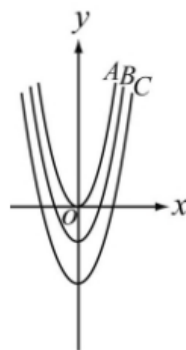
最低點為 \_\_\_\_\_。

(2) 將  $y = x^2$  的圖形向下平移 8 個單位，即可得到二次函數  $y =$  \_\_\_\_\_

的圖形，此函數的

對稱軸為 \_\_\_\_\_，

最低點為 \_\_\_\_\_。



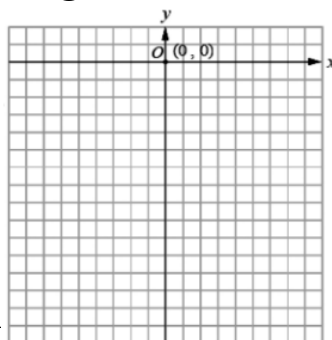
# 概念 08 二次函數的上下平移 3

☆請把  $y = -x^2$ 、 $y = -x^2 + 2$ 、 $y = -x^2 - 1$  畫在同一個坐標平面上

## 1 描點

$x$	-2	-1	0	1	2
$y = -x^2$					
$y = -x^2 + 2$					
$y = -x^2 - 1$					

## 2 畫圖



☆從描點我們發現，當  $x$  相同的時候

①  $y = -x^2 + 2$  比  $y = -x^2$  \_\_\_\_\_

②  $y = -x^2 - 1$  比  $y = -x^2$  \_\_\_\_\_

☆從畫圖我發現，

①  $y = -x^2 + 2$  圖形上的點就是  $y = -x^2$  圖形上的點向 \_\_\_\_\_ 平移 \_\_\_\_\_ 格

②  $y = -x^2 - 1$  圖形上的點就是  $y = -x^2$  圖形上的點向 \_\_\_\_\_ 平移 \_\_\_\_\_ 格



★筆記

1. 如果把  $y = -x^2$  向上  
平移 2 格  
可以得到  $y =$  \_\_\_\_\_

☆ 對稱軸 \_\_\_\_\_  
最低點 \_\_\_\_\_

2. 如果把  $y = -x^2$  向下  
平移 1 格  
可以得到  $y =$  \_\_\_\_\_

☆ 對稱軸 \_\_\_\_\_  
最低點 \_\_\_\_\_

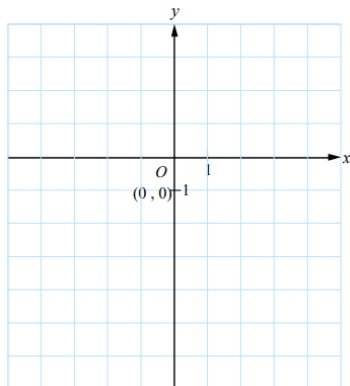


## 牛刀小試 10

1. (1) 請將二次函數  $y = -x^2$ 、 $y = -x^2 + 3$ 、 $y = -x^2 - 3$  的圖形畫在同一個坐標平面上。

$x$	-2	-1	0	1	2
$y = -x^2$					
$y = -x^2 + 3$					
$y = -x^2 - 3$					

(2)



(3) 從畫圖中，我發現：

①  $y = -x^2 + 3$  圖形上的點就是  $y = -x^2$  圖形上的點向 \_\_\_\_\_ 平移 \_\_\_\_\_ 個單位。

②  $y = -x^2 - 3$  圖形上的點就是  $y = -x^2$  圖形上的點向 \_\_\_\_\_ 平移 \_\_\_\_\_ 個單位。

2. 右圖是  $y = -x^2$ 、 $y = -x^2 + 2$ 、 $y = -x^2 - 5$  的圖形

(1)  $y = x^2$  的圖形是 \_\_\_\_\_  
(填 A、B 或 C)，

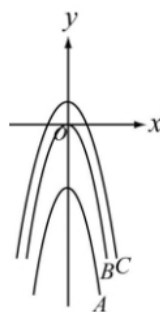
對稱軸為 \_\_\_\_\_，  
最低點為 \_\_\_\_\_；

(2)  $y = -x^2 - 5$  的圖形是 \_\_\_\_\_  
(填 A、B 或 C)，

對稱軸為 \_\_\_\_\_，  
最低點為 \_\_\_\_\_；

(3) 將  $y = -x^2$  的圖形向 \_\_\_\_\_ 平移 \_\_\_\_\_ 個單位後  
即可得到  $y = -x^2 + 2$  的圖形

(4) 將  $y = -x^2$  的圖形向 \_\_\_\_\_ 平移 \_\_\_\_\_ 個單位後  
即可得到  $y = -x^2 - 5$  的圖形



3. (1) 將  $y = -x^2$  的圖形向上平移 3 個單位後，  
即可得到二次函數  $y =$  \_\_\_\_\_ 的圖形，  
此函數的  
對稱軸為 \_\_\_\_\_，  
最低點為 \_\_\_\_\_。

(2) 將  $y = -x^2$  的圖形向下平移 8 個單位後，  
即可得到二次函數  $y =$  \_\_\_\_\_ 的圖形，  
此函數的  
對稱軸為 \_\_\_\_\_，  
最低點為 \_\_\_\_\_。

# 概念 09 二次函數的左右平移 1

☆請把  $y = -x^2$ ,  $y = (x-1)^2$ ,  $y = (x-2)^2$  畫在同一個坐標平面上

## 1 描點

$x$	-2	-1	0	1	2	3	4
$y = x^2$							
$y = (x-1)^2$							
$y = (x-2)^2$							

☆請注意表格中的數字，有沒有看見一組神奇密碼，請寫下來\_\_\_\_\_

而且這一組數字並沒有對齊，感覺上

①  $y = (x-1)^2$  比  $y = x^2$  向\_\_\_\_\_平移\_\_\_\_\_格

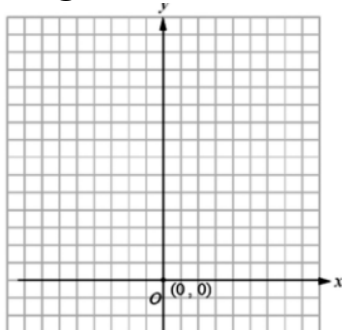
②  $y = (x-2)^2$  比  $y = x^2$  向\_\_\_\_\_平移\_\_\_\_\_格

☆從畫圖我發現，

①  $y = -x^2 + 2$  圖形上的點就是  $y = -x^2$  圖形上的點向\_\_\_\_\_平移\_\_\_\_\_格

②  $y = -x^2 - 1$  圖形上的點就是  $y = -x^2$  圖形上的點向\_\_\_\_\_平移\_\_\_\_\_格

## 2 畫圖



## ★筆記

1. 如果把  $y = x^2$  向右平 1 格  
可以得到  $y = \underline{\hspace{2cm}}$

☆ 對稱軸 \_\_\_\_\_  
最低點 \_\_\_\_\_

2. 如果把  $y = x^2$  向右平 2 格  
可以得到  $y = \underline{\hspace{2cm}}$

☆ 對稱軸 \_\_\_\_\_  
最低點 \_\_\_\_\_

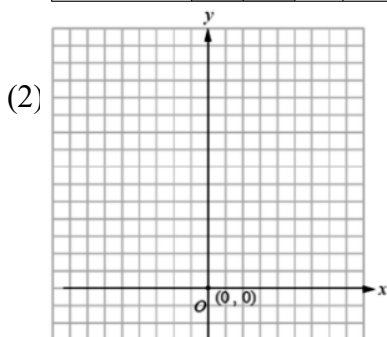


## 牛刀小試 11

1. 請將二次函數  $y = 2x^2$ ,  $y = 2(x-1)^2$ ,  $y = 2(x-2)^2$  的圖形畫在同一個坐標平面上。

(1)

$x$	-2	-1	0	1	2	3	4
$y = 2x^2$							
$y = 2(x-1)^2$							
$y = 2(x-2)^2$							



(3) 從畫圖中，我發現：

①  $y = 2(x-1)^2$  圖形上的點就是  $y = 2x^2$  圖形上的點向\_\_\_\_\_平移\_\_\_\_\_個單位。

②  $y = 2(x-2)^2$  圖形上的點就是  $y = 2x^2$  圖形上的點向\_\_\_\_\_平移\_\_\_\_\_個單位。

2. 若將  $y = x^2$  的圖形向右平移 3 個單位，則：

(1) 可得到二次函數  $y = \underline{\hspace{2cm}}$  的圖形。

(2) 此函數的對稱軸為\_\_\_\_\_。

(3) 此函數的最低點為\_\_\_\_\_。

3. 若將  $y = x^2$  的圖形向右平移 4 個單位，則：

(1) 可得到二次函數  $y = \underline{\hspace{2cm}}$  的圖形。

(2) 此函數的對稱軸為\_\_\_\_\_。

(3) 此函數的最低點為\_\_\_\_\_。

4. 若將  $y = 2x^2$  的圖形向右平移 5 個單位，則：

(1) 可得到二次函數  $y = \underline{\hspace{2cm}}$  的圖形。

(2) 此函數的對稱軸為\_\_\_\_\_。

(3) 此函數的最低點為\_\_\_\_\_。

# 概念 10 二次函數的左右平移 2

☆請把  $y=x^2$ ， $y=(x+1)^2$ ， $y=(x+2)^2$  畫在同一個坐標平面上

## ① 描點

$x$	-2	-1	0	1	2	3	4
$y=x^2$							
$y=(x+1)^2$							
$y=(x+2)^2$							

☆請注意表格中的數字，有沒有看見一組

神奇密碼，請寫下來\_\_\_\_\_

而且這一組數字並沒有對齊，感覺上

①  $y=(x+1)^2$  比  $y=x^2$  向\_\_\_\_\_平移\_\_\_\_\_格

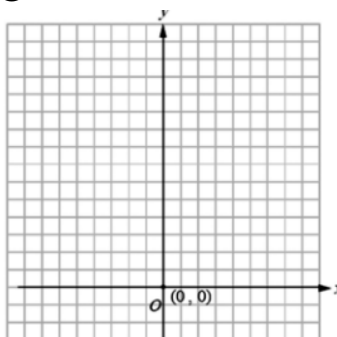
②  $y=(x+2)^2$  比  $y=x^2$  向\_\_\_\_\_平移\_\_\_\_\_格

☆從畫圖我發現，

①  $y=(x+1)^2$  圖形上的點就是  $y=x^2$  圖形上的點向\_\_\_\_\_平移\_\_\_\_\_格

②  $y=(x+2)^2$  圖形上的點就是  $y=x^2$  圖形上的點向\_\_\_\_\_平移\_\_\_\_\_格

## ② 畫圖



## ★ 筆記

1. 如果把  $y=x^2$  向左平 1 格  
可以得到  $y=_____$

☆ 對稱軸\_\_\_\_\_  
最低點\_\_\_\_\_

2. 如果把  $y=x^2$  向左平 2 格  
可以得到  $y=_____$

☆ 對稱軸\_\_\_\_\_  
最低點\_\_\_\_\_



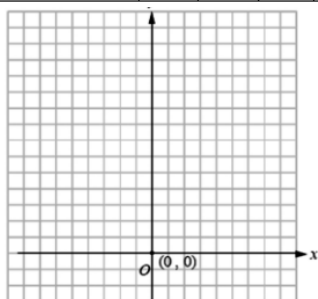
## 牛刀小試 12

1. 請將二次函數  $y=2x^2$ 、 $y=2(x+1)^2$ 、 $y=2(x+2)^2$  的圖形畫在同一個坐標平面上

(1)

$x$	-4	-3	-2	-1	0	1	2
$y=2x^2$							
$y=2(x+1)^2$							
$y=2(x+2)^2$							

(2)



(3) 從畫圖中，我發現：

①  $y=2(x+1)^2$  圖形上的點就是  $y=2x^2$  圖形上的點向\_\_\_\_\_平移\_\_\_\_\_個單位。

②  $y=2(x+2)^2$  圖形上的點就是  $y=2x^2$  圖形上的點向\_\_\_\_\_平移\_\_\_\_\_個單位。

2. 若將  $y=x^2$  的圖形向左平移 3 個單位，  
則：

(1) 可得到二次函數  $y=_____$  的圖形。

(2) 此函數的對稱軸為\_\_\_\_\_。

(3) 此函數的最低點為\_\_\_\_\_。

3. 若將  $y=x^2$  的圖形向左平移 4 個單位，  
則：

(1) 可得到二次函數  $y=_____$  的圖形。

(2) 此函數的對稱軸為\_\_\_\_\_。

(3) 此函數的最低點為\_\_\_\_\_。

4. 若將  $y=2x^2$  的圖形向左平移 5 個單位，  
則：

(1) 可得到二次函數  $y=_____$  的圖形。

12 (2) 此函數的對稱軸為\_\_\_\_\_。

(3) 此函數的最低點為\_\_\_\_\_。



# 概念 11 二次函數的左右平移 3

☆請把  $y=-x^2$ ， $y=-(x+1)^2$ ， $y=-(x+2)^2$  畫在同一個坐標平面上

## ① 描點

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y=-x^2$								
$y=-(x+1)^2$								
$y=-(x-2)^2$								

☆請注意表格中的數字，有沒有看見一組神奇密碼，請寫下來\_\_\_\_\_

而且這一組數字並沒有對齊，感覺上

①  $y=-(x+1)^2$  比  $y=x^2$  向\_\_\_\_\_平移\_\_\_\_\_格

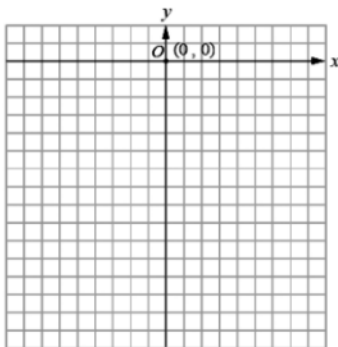
②  $y=-(x+2)^2$  比  $y=x^2$  向\_\_\_\_\_平移\_\_\_\_\_格

☆從畫圖我發現，

①  $y=-(x+1)^2$  圖形上的點就是  $y=-x^2$  圖形上的點向\_\_\_\_\_平移\_\_\_\_\_格

②  $y=-(x+2)^2$  圖形上的點就是  $y=-x^2$  圖形上的點向\_\_\_\_\_平移\_\_\_\_\_格

## ② 畫圖



★筆記

1. 如果把  $y=-x^2$  向左  
平移 1 格  
可以得到  $y=$ \_\_\_\_\_

☆ 對稱軸\_\_\_\_\_  
最低點\_\_\_\_\_

2. 如果把  $y=-x^2$  向左  
平移 2 格  
可以得到  $y=$ \_\_\_\_\_

☆ 對稱軸\_\_\_\_\_  
最低點\_\_\_\_\_



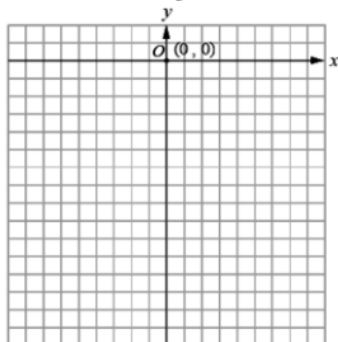
## 牛刀小試 13

1. 請將二次函數  $y=-2x^2$ 、 $y=-2(x+1)^2$ 、 $y=-2(x+2)^2$  的圖形畫在同一個坐標平面上

(1)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y=-2x^2$							
$y=-2(x+1)^2$							
$y=-2(x-1)^2$							

(2)



(3) 從畫圖中，我發現：

①  $y=-2(x+1)^2$  圖形上的點就是  $y=-2x^2$  圖形上的點向\_\_\_\_\_平移\_\_\_\_\_個單位。

②  $y=-2(x+2)^2$  圖形上的點就是  $y=-2x^2$  圖形上的點向\_\_\_\_\_平移\_\_\_\_\_個單位。

2. 若將  $y=-x^2$  的圖形向右平移 3 個單位，則：

(1) 可得到二次函數  $y=$ \_\_\_\_\_的圖形。

(2) 此函數的對稱軸為\_\_\_\_\_。

(3) 此函數的最低點為\_\_\_\_\_。

3. 若將  $y=-x^2$  的圖形向左平移 3 個單位，則：

(1) 可得到二次函數  $y=$ \_\_\_\_\_的圖形。

(2) 此函數的對稱軸為\_\_\_\_\_。

(3) 此函數的最低點為\_\_\_\_\_。

4. 若將  $y=-\frac{1}{2}x^2$  的圖形向右平移 4 個單位，則：

(1) 可得到二次函數  $y=$ \_\_\_\_\_的圖形。

(2) 此函數的對稱軸為\_\_\_\_\_。

(3) 此函數的最低點為\_\_\_\_\_。







## 例題 01 二次函數的平移



1. 如果把  $y=2x^2$  的圖形

① 向右平移 3 格，可以得到

$y=$  \_\_\_\_\_

② 向左平移 3 格，可以得到

$y=$  \_\_\_\_\_

③ 向上平移 1 格，可以得到

$y=$  \_\_\_\_\_

④ 向下平移 1 格，可以得到

$y=$  \_\_\_\_\_

⑤ 向右平移 2 格，再向上平移 5 格

可以得到  $y=$  \_\_\_\_\_

⑥ 向左平移 1 格，再向下平移 4 格

可以得到  $y=$  \_\_\_\_\_

2. 如果要得  $y=-3(x+2)^2-1$  的圖形  
可以從  $y=-3x^2$  的圖形

先向 \_\_\_\_\_ 平移 \_\_\_\_\_ 格，

再向 \_\_\_\_\_ 平移 \_\_\_\_\_ 格。

3. 下列哪些二次函數平移後會和  
 $y=-2(x+1)^2-3$  重疊？

(A)  $y=x^2$

(B)  $y=-x^2$

(C)  $y=2x^2$

(D)  $y=-2x^2$

(E)  $y=-2(x-1)^2-5$



★筆記

1.  $y=ax^2$  的圖形

先向 \_\_\_\_\_ 平移 \_\_\_\_\_ 格，

再向 \_\_\_\_\_ 平移 \_\_\_\_\_ 格，

可以和  $y=a(x-h)^2+k$   
完全重疊在一起。

2. 兩個二次函數平移後，  
就可以完全重疊在一起，  
我們可以知道，  
這兩個二次函數的  
\_\_\_\_\_ 和 \_\_\_\_\_ 相同。



## 牛刀小試 14

1. 已知二次函數  $y=3x^2$  的圖形，則：

(1) 將其向右平移 4 個單位後，可得到

二次函數  $y=$  \_\_\_\_\_ 的圖形。

(2) 將其向左平移 4 個單位後，可得到

二次函數  $y=$  \_\_\_\_\_ 的圖形。

(3) 將其向上平移 2 個單位後，可得到

二次函數  $y=$  \_\_\_\_\_ 的圖形。

(4) 將其向下平移 2 個單位後，可得到

二次函數  $y=$  \_\_\_\_\_ 的圖形。

(5) 將其向右平移 1 個單位後，再向上

平移 3 個單位，可得到二次函數

$y=$  \_\_\_\_\_ 的圖形。

(6) 將其向左平移 2 個單位後，再向下

平移 4 個單位，可得到二次函數

$y=$  \_\_\_\_\_ 的圖形。

2. (1)  $y=-3(x-5)^2+3$  的圖形可以由

$y=-3x^2$  的圖形

先向 \_\_\_\_\_ 平移 \_\_\_\_\_ 個單位，

再向 \_\_\_\_\_ 平移 \_\_\_\_\_ 個單位後得  
到。

(2)  $y=-(x+3)^2-7$  的圖形可以由

$y=-x^2$  的圖形

先向 \_\_\_\_\_ 平移 \_\_\_\_\_ 個單位，

再向 \_\_\_\_\_ 平移 \_\_\_\_\_ 個單位後得  
到。

3. 下列哪些選項的二次函數圖形在平移後會  
與  $y=-3(x-1)^2-2$  的圖形完全疊合？

答：\_\_\_\_\_。

(A)  $y=-3x^2$

(B)  $y=x^2$

(C)  $y=-2x^2$

(D)  $y=3x^2$

(E)  $y=-3(x+1)^2$



# 概念 12 拋物線、頂點和對稱軸

☆二次函數的圖形很像打籃球時投籃的軌跡，所以二次函數的圖形在數學上稱為\_\_\_\_\_，最高點或最低點稱為\_\_\_\_\_。

☆二次函數的頂點坐標

二次函數	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	頂點坐標
$y=x^2$	16	9	4	1	0	1	4	9	16	
$y=x^2+1$	17	10	5	2	1	2	5	10	17	
$y=x^2-2$	14	7	2	-1	-2	-1	2	7	14	
$y=(x-1)^2$	25	16	9	4	1	0	1	4	9	
$y=(x+2)^2$	4	1	0	1	4	9	16	25	36	
$y=(x-2)^2+1$	37	26	17	10	5	2	1	2	5	
$y=(x+1)^2-2$	7	2	-1	-2	-1	2	7	14	23	

☆快速找出  $y=-3(x-5)^2-8$  的頂點

☆請用紅筆標出二次函數圖形的頂點和對稱軸



★筆記

二次函數（\_\_\_\_\_線）的頂點就是\_\_\_\_\_點，也是使得左右\_\_\_\_\_的點。



## 牛刀小試 15

1.請寫出二次函數的頂點與開口方向  
(1)

二次函數	$y=3x^2$	$y=-4x^2$	$y=-5x^2+3$
開口方向			
頂點坐標			

(2)

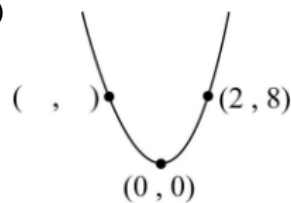
二次函數	$y=2(x-3)^2$	$y=-3(x+2)^2$
開口方向		
頂點坐標		

(3)

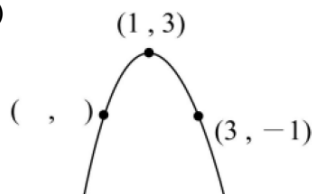
二次函數	$y=4(x-1)^2-5$	$y=-2(x-5)^2+1$
開口方向		
頂點坐標		

2.請寫出下列二次函數圖形的對稱點：

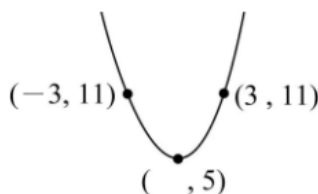
(1) 已知頂點坐標為(0, 0)  
求(2, 8)的對稱點？



(2) 已知頂點坐標為(1, 3)  
求(3, -1)的對稱點？



(3) 已知二次函數圖形上兩對稱點分別為(3, 11)、(-3, 11)，則頂點的  $x$  坐標為\_\_\_\_\_。







## 例題 02 拋物線的開口、頂點和對稱軸



求下列二次函數的開口方向、頂點坐標和對稱軸？

①  $y = 3x^2 + 1$

開口向 \_\_\_\_\_  
有最 \_\_\_\_\_ 點  
坐標 \_\_\_\_\_  
對稱軸 \_\_\_\_\_

②  $y = -\frac{1}{2}(x - 3)^2$

開口向 \_\_\_\_\_  
有最 \_\_\_\_\_ 點  
坐標 \_\_\_\_\_  
對稱軸 \_\_\_\_\_

③  $y = \frac{1}{4}(x - 2)^2 - 3$

開口向 \_\_\_\_\_  
有最 \_\_\_\_\_ 點  
坐標 \_\_\_\_\_  
對稱軸 \_\_\_\_\_

④  $y = -5(x + 1)^2 + 2$

開口向 \_\_\_\_\_  
有最 \_\_\_\_\_ 點  
坐標 \_\_\_\_\_  
對稱軸 \_\_\_\_\_



★筆記

對稱軸和頂點的關係

① 對稱軸 \_\_\_\_\_



② 對稱軸 \_\_\_\_\_



## 牛刀小試 16

1. 求下列二次函數圖形的開口方向與頂點坐標：

(1)  $y = 2x^2 + 3$  的圖形

開口向 \_\_\_\_\_，有最 \_\_\_\_\_ 點，  
頂點坐標為 \_\_\_\_\_，  
對稱軸為 \_\_\_\_\_。

(2)  $y = 2(x + 3)^2 + 3$  的圖形

開口向 \_\_\_\_\_，有最 \_\_\_\_\_ 點，  
頂點坐標為 \_\_\_\_\_，  
對稱軸為 \_\_\_\_\_。

(3)  $y = 3(x - 2)^2 + 7$  的圖形

開口向 \_\_\_\_\_，有最 \_\_\_\_\_ 點，  
頂點坐標為 \_\_\_\_\_，  
對稱軸為 \_\_\_\_\_。

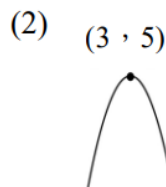
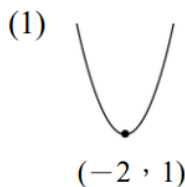
(4)  $y = -x^2 - 2$  的圖形

開口向 \_\_\_\_\_，有最 \_\_\_\_\_ 點，  
頂點坐標為 \_\_\_\_\_，  
對稱軸為 \_\_\_\_\_。

(5)  $y = -6(x + 4)^2 + 1$  的圖形

開口向 \_\_\_\_\_，有最 \_\_\_\_\_ 點，  
頂點坐標為 \_\_\_\_\_，  
對稱軸為 \_\_\_\_\_。

2. 根據圖形寫出下列二次函數的對稱軸





# 解答篇

## 牛刀小試1

1.  
(1) 5 (2) 9 (3)  $y=4x+1$
2.  
(1) 5 (2) 5 (3)  $y=5$   
(4) 常數函數
3.  
(1) ① -17 ② 8  
(2) ① -7 ② -7
4.  
(1) (A)、(D) (2) (B)

## 牛刀小試2

1.  
(1) 4 (2) 7 (3)  $y=x^2+3$
2.  
(1) 16 (2) 25 (3)  $y=(x+3)^2$
3.  
(1) 2 (2) 8 (3)  $y=2x^2$
4. A, F, G

## 牛刀小試3

1.  

x	0	1
y	1	4
2.  

x	0	1
y	1	-1
3. B
4. (1) -1 (2) -5 (3) 1

## 牛刀小試4

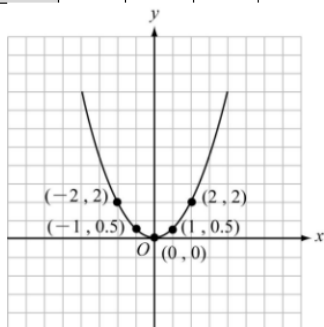
1.  

x	-2	-1	0	1	2
y	8	2	0	2	8

拋物線  
(2) (A), (D)

2.  
(1)

x	-2	-1	0	1	2
y	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2



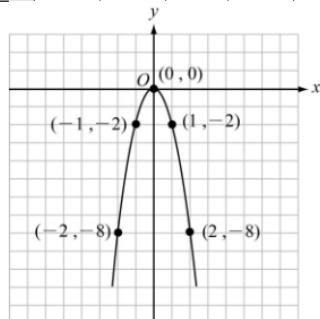
拋物線

- (2) -6

## 牛刀小試5

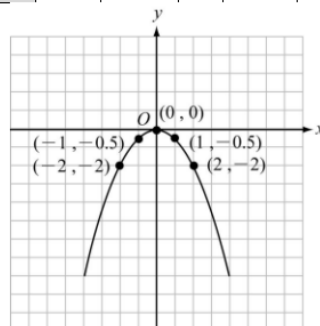
1. (1)

x	-2	-1	0	1	2
y	-8	-2	0	-2	-8



2. (1)

x	-2	-1	0	1	2
y	-2	$-\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	-2



3.  
(1) 不相同 (2) 會
4.  
(1)  $y=-3x^2$  (2) 對

## 牛刀小試6

1.  
(1) A (2) B  
(3)  $y=\frac{1}{3}x^2$  (4)  $y=3x^2$
2.  
(1) A (2) B  
(3)  $y=\frac{1}{4}x^2$  (4)  $y=4x^2$
3.  
(1)  $y=\frac{1}{2}x^2$  (2)  $y=4x^2$
4.  
(1)  $y=\frac{1}{5}x^2$  (2)  $y=3x^2$
5.  $a > b > c$

## 牛刀小試7

1.  
(1) B (2) A  
(3)  $y=\frac{1}{3}x^2$  (4)  $y=-3x^2$
2.  
(1) B (2) C  
(3)  $y=-x^2$  (4)  $y=-3x^2$
3.  
(1) B (2) C
4.  
(1) B (2) D
5.  $c < b < a$  (或  $a > b > c$ )

## 牛刀小試8

1.  

x	-2	-1	0	1	2
$y=x^2$	4	1	0	1	4
$y=x^2+3$	7	4	3	4	7
$y=x^2+4$	8	5	4	5	8

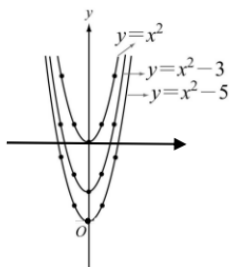
- (2)  
① 多3 ② 多4
- (3)  
① 上, 3 ② 上, 4
2.  
(1) A, y軸, (0,0)  
(2) B, y軸, (0,2)  
(3) C, y軸, (0,5)
3.  
(1)  $y=x^2+3$ , y軸, (0,3)  
(2)  $y=x^2+8$ , y軸, (0,8)

### 牛刀小試9

1.

(1)

$x$	-2	-1	0	1	2
$y=x^2$	4	1	0	1	4
$y=x^2-3$	1	-2	-3	-2	1
$y=x^2-5$	-1	-4	-5	-4	-1



(2)

①少3 ②少5

(3)

①下, 3 ②下, 5

2.

(1) A,  $y$ 軸, (0,0)

(2) B,  $y$ 軸, (0,-2)

(3) C,  $y$ 軸, (0,-5)

3.

(1) $y=-3$ ,  $y$ 軸, (0,-3)

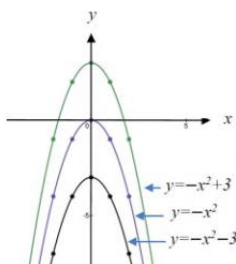
(2) $y=x^2-8$ ,  $y$ 軸, (0,-8)

### 牛刀小試10

1.

(1)

$x$	-2	-1	0	1	2
$y=-x^2$	-4	-1	0	-1	-4
$y=-x^2+3$	-1	2	3	2	-1
$y=-x^2-3$	-7	-4	-3	-4	-7



(2)

①上, 3 ②下, 3

2.(1) C,  $y$ 軸, (0,2)

(2) A,  $y$ 軸, (0,-5)

(3) 上, 2

(4) 下, 5

3.

(1) $y=-x^2+3$ ,  $y$ 軸, (0,3)

(2) $y=-x^2-8$ ,  $y$ 軸, (0,-8)

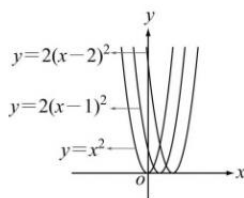
### 牛刀小試11

1.

(1)

$x$	-2	-1	0	1	2	3	4
$y=2x^2$	8	2	0	2	8		
$y=2(x-1)^2$		8	2	0	2	8	
$y=2(x-2)^2$			8	2	0	2	8

(2)



(3)

①右, 1 ②右, 2

2.

(1) $y=(x-3)^2$

(2) $x-3=0$  (或 $x=3$ )

(3)(3,0)

3.

(1) $y=(x-4)^2$

(2) $x-4=0$  (或 $x=4$ )

(3)(4,0)

4.

(1) $y=2(x-5)^2$

(2) $x-5=0$

(3)(5,0)

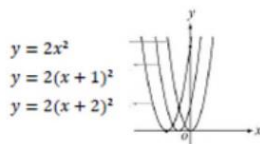
### 牛刀小試12

1.

(1)

$x$	-4	-3	-2	-1	0	1	2
$y=2x^2$			8	2	0	2	8
$y=2(x+1)^2$		8	2	0	2	8	
$y=2(x+2)^2$	8	2	0	2	8		

(2)



(3)

①左, 1 ②左, 2

2.

(1) $y=(x+3)^2$

(2) $x+3=0$

(3)(-3,0)

3.

(1) $y=(x+4)^2$

(2) $x+4=0$

(3)(-4,0)

4.

(1) $y=2(x+5)^2$

(2) $x+5=0$

(3)(-5,0)

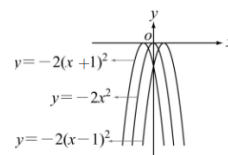
### 牛刀小試13

1.

(1)

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y=-2x^2$	-18	-8	-2	0	-2	-8	-18
$y=-2(x+1)^2$	-18	-8	-2	0	-2	-8	-18
$y=-2(x-1)^2$	-18	-8	-2	0	-2	-8	-18

(2)



(3)

①左, 1 ②右, 1

2.

(1) $y=-(x-3)^2$

(2) $x-3=0$

(3)(3,0)

3.

(1) $y=-2(x+3)^2$

(2) $x+3=0$

(3)(-3,0)

4.

(1) $y=-\frac{1}{2}(x-4)^2$

(2) $x-4=0$

(3)(4,0)

### 牛刀小試14

1.

(1) $y=3(x-4)^2$  (2) $y=3(x+4)^2$

(3) $y=3x^2+2$  (4) $y=3x^2-2$

(5) $y=3(x-1)^2+3$  (6) $y=3(x+2)^2-4$

2.

(1)右, 5, 上, 3 (2)左, 3, 下, 7

3.

A,E

### 牛刀小試15

1.

(1)

二次函數	$y=3x^2$	$y=-4x^2$	$y=-5x^2+3$
開口方向	上	下	下
頂點坐標	(0, 0)	(0, 0)	(0, 3)

(2)

二次函數	$y=2(x-3)^2$	$y=-3(x+2)^2$
開口方向	上	下
頂點坐標	(3, 0)	(-2, 0)

(3)

二次函數	$y=4(x-1)^2-5$	$y=-2(x-5)^2+1$
開口方向	上	下
頂點坐標	(1, -5)	(5, 1)

2.

(1)(-2,8) (2)(-1,-1) (3)0

### 牛刀小試16

1.

(1)上, 低, (0,3),  $x=0$

(2)上, 低, (-3,0),  $x+3=0$

(3)上, 低, (2,7),  $x-2=0$

(4)下, 高, (0,-2),  $x=0$

(5)下, 高, (-4,1),  $x+4=0$

2.(1) $x+2=0$  (2) $x-3=0$



## B6 1-2

# 二次函數的最大值或最小值

### 概念 01 二次函數的最小值與最低點

☆已知二次函數  $y = x^2$

1. 請完成下列表格

$x$	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
$y$											

- ①  $x$  的值從...-4, -3, -2, -1, 0  
 $y$  的值會慢慢\_\_\_\_\_。
- ②  $x$  的值從0, 1, 2, 3, 4...  
 $y$  的值會慢慢\_\_\_\_\_。

☆發現

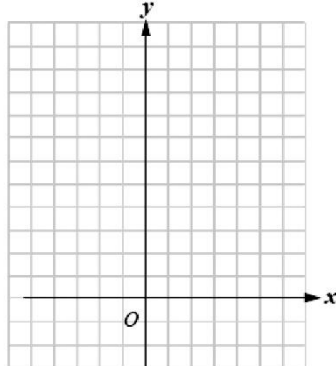
二次函數  $y = x^2$

$y$  有\_\_\_\_\_值此時  $x =$ \_\_\_\_\_

☆觀察  $y = x^2$  的圖形

- ① 當  $x$  坐標從...-4, -3, -2, -1, ...  
 $y$  坐標會慢慢\_\_\_\_\_。  
就是會慢慢\_\_\_\_\_。
- ② 當  $x$  坐標從0, 1, 2, 3, 4...  
 $y$  坐標會慢慢\_\_\_\_\_。  
就是會慢慢\_\_\_\_\_。

2. 畫  $y = x^2$  的圖形



☆發現

$y = x^2$  的圖形是\_\_\_\_\_

開口向\_\_\_\_\_, 有最\_\_\_\_\_點

$y$  有\_\_\_\_\_值\_\_\_\_\_

此時  $x =$ \_\_\_\_\_



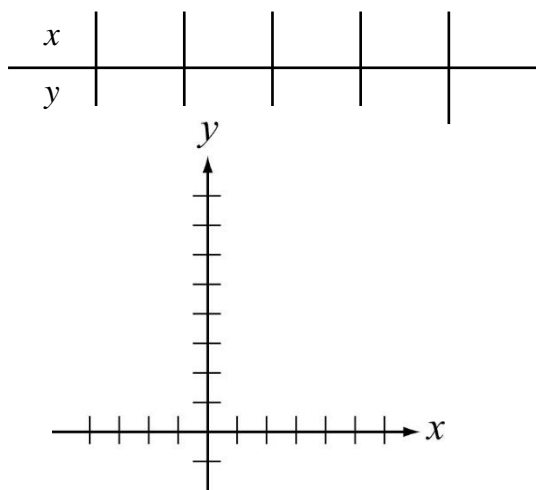
★筆記

1. 二次函數的最大值或最小值指的是\_\_\_\_\_值。
2. 二次函數  $y = x^2$  的圖形開口向\_\_\_\_\_, 有最\_\_\_\_\_點  
 $y$  有最\_\_\_\_\_值\_\_\_\_\_此時  $x =$ \_\_\_\_\_
3. 最高(低)點就是\_\_\_\_\_點。



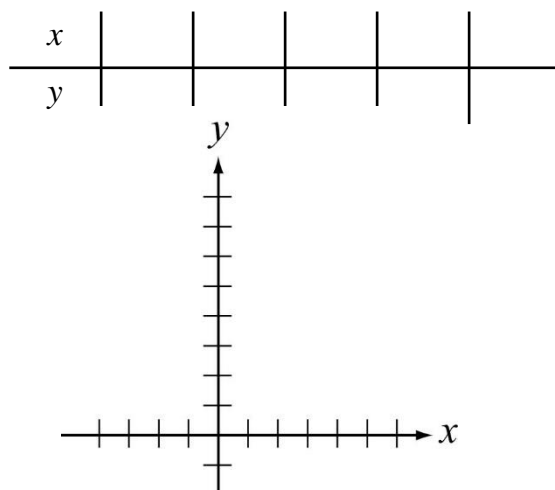
### 牛刀小試 01

1. 請在坐標平面上畫出二次函數  $y = 2x^2$  圖形



此圖形開口向\_\_\_\_\_, 有最\_\_\_\_\_點,  
當  $x$  為\_\_\_\_\_時,  $y$  有最\_\_\_\_\_值\_\_\_\_\_。

2. 請在坐標平面上畫出二次函數  $y = \frac{1}{2}x^2$  圖形



此圖形開口向\_\_\_\_\_, 有最\_\_\_\_\_點,  
當  $x$  為\_\_\_\_\_時,  $y$  有最\_\_\_\_\_值\_\_\_\_\_。

## 概念 02 二次函數的最大值與最高點

☆已知二次函數  $y = -x^2$

1. 請完成下列表格

$x$	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
$y$											

- $x$  的值從  $\dots -4, -3, -2, -1, 0$   
 $y$  的值會慢慢\_\_\_\_\_。
- $x$  的值從  $0, 1, 2, 3, 4, \dots$   
 $y$  的值會慢慢\_\_\_\_\_。

☆發現

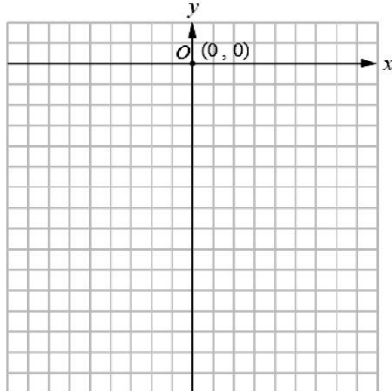
二次函數  $y = -x^2$

$y$  有\_\_\_\_\_值\_\_\_\_\_此時  $x =$ \_\_\_\_\_

☆觀察  $y = -x^2$  的圖形

- 當  $x$  坐標從  $\dots -4, -3, -2, -1, \dots$   
 $y$  坐標會慢慢\_\_\_\_\_。  
就是會慢慢\_\_\_\_\_。
- 當  $x$  坐標從  $0, 1, 2, 3, 4, \dots$   
 $y$  坐標會慢慢\_\_\_\_\_。  
就是會慢慢\_\_\_\_\_。

2. 畫  $y = -x^2$  的圖形



☆發現

$y = x^2$  的圖形是\_\_\_\_\_  
開口向\_\_\_\_, 有最\_\_\_\_\_點  
 $y$  有\_\_\_\_\_值\_\_\_\_\_  
此時  $x =$ \_\_\_\_\_



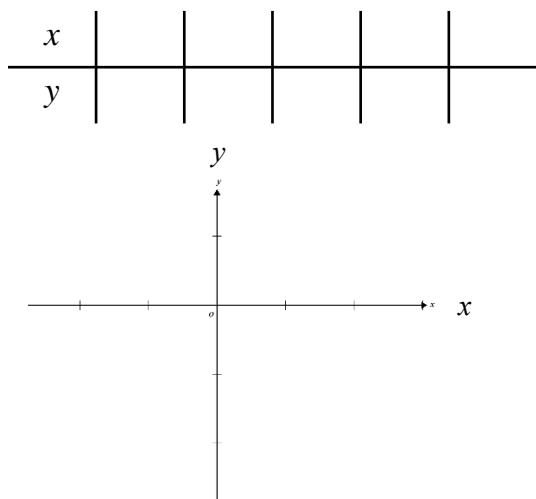
★筆記

- 二次函數的最大值或最小值指的是\_\_\_\_\_值。
- 二次函數  $y = -x^2$  的圖形開口向\_\_\_\_\_, 有最\_\_\_\_\_點  
 $y$  有最\_\_\_\_\_值\_\_\_\_\_  
此時  $x =$ \_\_\_\_\_
- 最高(低)點就是\_\_\_\_\_點。



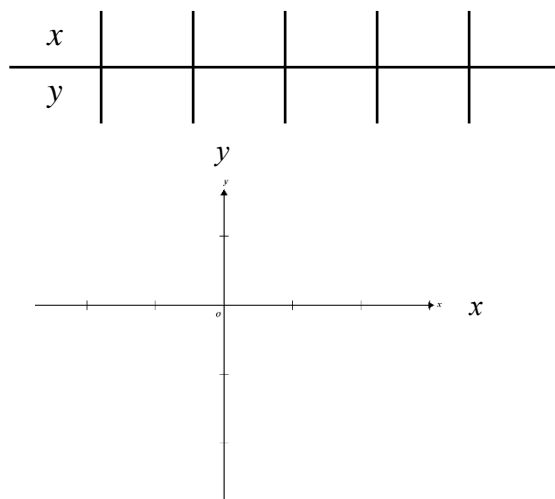
## 牛刀小試 02

1. 請在坐標平面上畫出二次函數  $y = 2x^2$  圖形



此圖形開口向\_\_\_\_, 有最\_\_\_\_\_點,  
當  $x$  為\_\_\_\_\_時,  $y$  有最\_\_\_\_\_值\_\_\_\_\_。

2. 請在坐標平面上畫出二次函數  $y = \frac{1}{2}x^2$  圖形



此圖形開口向\_\_\_\_, 有最\_\_\_\_\_點,  
當  $x$  為\_\_\_\_\_時,  $y$  有最\_\_\_\_\_值\_\_\_\_\_。



## 例題 01 由圖形判斷最大（小）值 1



已知二次函數  $y = 2x^2 + 3$

- (1) 頂點坐標是\_\_\_\_\_
- (2) 請在下方的框框畫出簡圖
- (3) 圖形開口向\_\_\_\_\_，有最\_\_\_\_\_點。

$y$  有最\_\_\_\_\_值，此時  $x =$ \_\_\_\_\_。

簡圖



★筆記

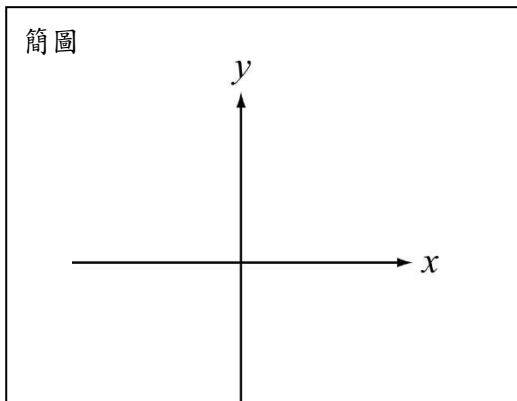


## 牛刀小試 03

1. 已知二次函數  $y = x^2 + 2$ ，

- (1) 頂點坐標為（\_\_\_\_，\_\_\_\_）。
- (2) 請在下圖框框畫簡圖。

簡圖

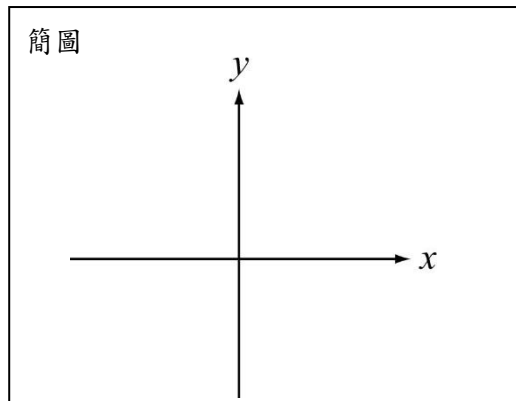


- (3) 此圖形開口向\_\_\_\_\_，有最\_\_\_\_\_點，  
當  $x =$ \_\_\_\_\_時， $y$  有最\_\_\_\_\_值\_\_\_\_\_。

2. 已知二次函數， $y = -\frac{1}{2}x^2 + 4$

- (1) 頂點坐標為（\_\_\_\_，\_\_\_\_）。
- (2) 請在下圖框框畫簡圖。

簡圖



- (3) 此圖形開口向\_\_\_\_\_，有最\_\_\_\_\_點，  
當  $x =$ \_\_\_\_\_時， $y$  有最\_\_\_\_\_值\_\_\_\_\_。



## 例題 02 由圖形判斷最大（小）值 2



已知二次函數  $y = -(x + 2)^2$

(1) 頂點坐標是\_\_\_\_\_

(2) 請在下方的框框畫出簡圖

(3) 圖形開口向\_\_\_\_\_，有最\_\_\_\_\_點。

$y$  有最\_\_\_\_\_值，此時  $x =$ \_\_\_\_\_。

簡圖



★筆記



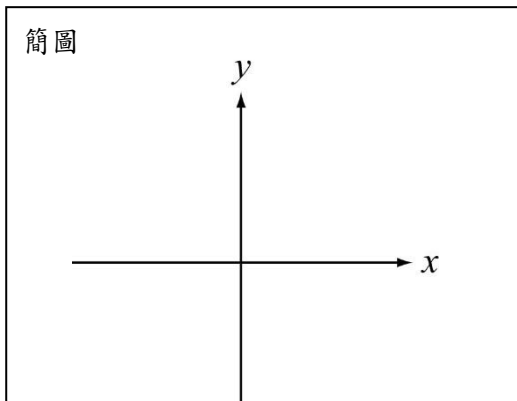
## 牛刀小試 04

1. 已知二次函數  $y = -(x + 1)^2$ ，

(1) 頂點坐標為 (\_\_\_\_, \_\_\_\_ )。

(2) 請在框中畫出簡圖。

簡圖



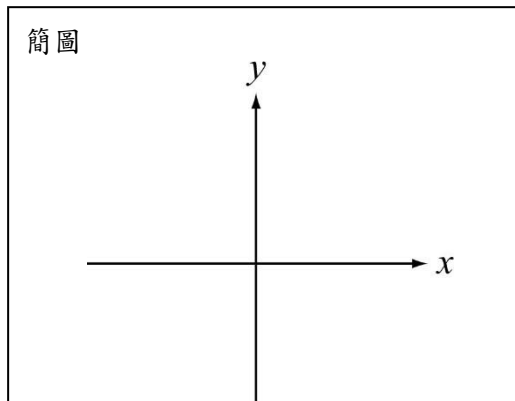
(3) 此圖形開口向\_\_\_\_\_，有最\_\_\_\_\_點，  
當  $x =$ \_\_\_\_\_時， $y$  有最\_\_\_\_\_值\_\_\_\_\_。

2. 已知二次函數  $y = (x - 4)^2$ ，

(1) 頂點坐標為 (\_\_\_\_, \_\_\_\_ )。

(2) 請在框中畫出簡圖。

簡圖



(3) 此圖形開口向\_\_\_\_\_，有最\_\_\_\_\_點，  
當  $x =$ \_\_\_\_\_時， $y$  有最\_\_\_\_\_值\_\_\_\_\_。





## 例題 03 由圖形判斷最大（小）值 3



已知二次函數  $y = -3(x - 1)^2 - 4$

- (1) 頂點坐標是\_\_\_\_\_
- (2) 請在下方的框框畫出簡圖
- (3) 圖形開口向\_\_\_\_\_，有最\_\_\_\_\_點。

$y$  有最\_\_\_\_\_值，此時  $x =$ \_\_\_\_\_。

簡圖



★筆記

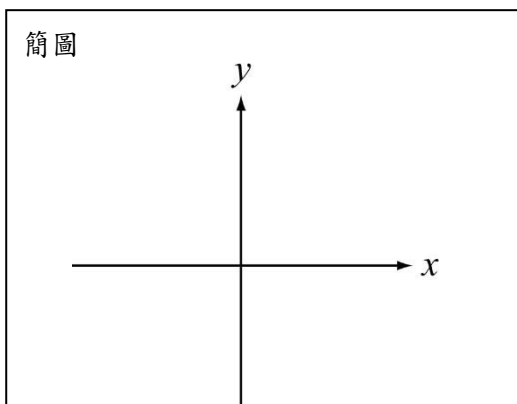


## 牛刀小試 05

1. 已知二次函數  $y = -2(x - 3)^2 + 1$ ，

- (1) 頂點坐標為(\_\_\_\_, \_\_\_\_)
- (2) 請在框中畫出簡圖。

簡圖

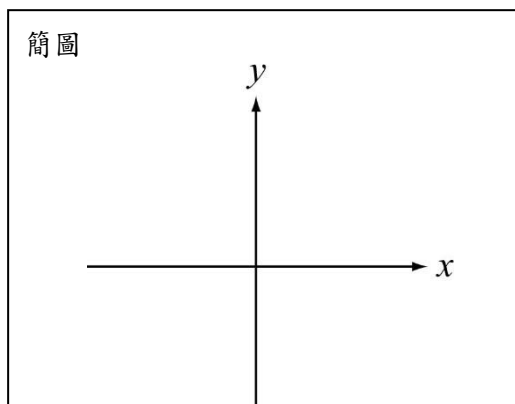


- (3) 此圖形開口向\_\_\_\_\_，有最\_\_\_\_\_點，  
當  $x =$ \_\_\_\_\_時， $y$  有最\_\_\_\_\_值\_\_\_\_\_。

2. 已知二次函數  $y = 2(x + 3)^2 - 1$ ，

- (1) 頂點坐標為(\_\_\_\_, \_\_\_\_)
- (2) 請在框中畫出簡圖。

簡圖



- (3) 此圖形開口向\_\_\_\_\_，有最\_\_\_\_\_點，  
當  $x =$ \_\_\_\_\_時， $y$  有最\_\_\_\_\_值\_\_\_\_\_。



## 例題 04 由圖形判斷最大（小）值 4



已知二次函數， $y = -\frac{1}{2}(x+1)^2 + 5$

(1) 頂點坐標是\_\_\_\_\_

(2) 請在下方的框框畫出簡圖

(3) 圖形開口向\_\_\_\_\_，有最\_\_\_\_\_點。

$y$  有最\_\_\_\_\_值，此時  $x =$ \_\_\_\_\_。

簡圖



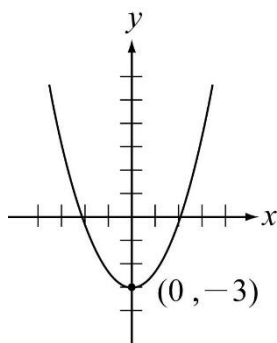
★筆記



## 牛刀小試 06

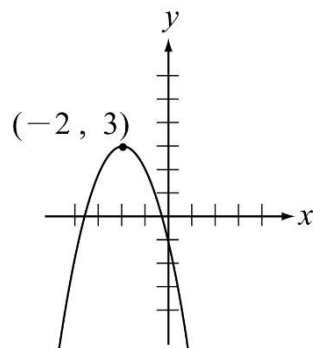
1. 請問下列何者為此圖形的二次函數？

- (A)  $y = -(x-1)^2 - 3$
- (B)  $y = -x^2 - 3$
- (C)  $y = (x+3)^2$
- (D)  $y = x^2 - 3$



2. 請問下列何者為此圖形的二次函數？

- (A)  $y = -(x+3)^2$
- (B)  $y = -(x-2)^2 + 3$
- (C)  $y = -(x+2)^2 + 3$
- (D)  $y = -(x+2)^2 - 3$





## 例題 05 快速判斷二次函數的最大值或最小值



下列二次函數在  $x$  為多少時， $y$  有最大值或最小值？並求出  $y$  值

$$(1) y = \frac{2}{3}(x-5)^2 - 7$$

$$(2) y = -199(x+4)^2 + 20$$



★筆記

☆要求二次函數的最大值或最小值，

關鍵在：

① \_\_\_\_\_

② \_\_\_\_\_



## 牛刀小試 07

$$1. y = 7(x+2)^2 + 33$$

- (1) 是一個開口向 \_\_\_\_\_ 的圖形，
- (2) 頂點為 (\_\_\_\_, \_\_\_\_ )。
- (3) 當  $x$  為 \_\_\_\_\_ 時， $y$  有最 \_\_\_\_\_ 值 \_\_\_\_\_。

$$2. y = -3(x-11)^2 - 10$$

- (1) 是一個開口向 \_\_\_\_\_ 的圖形，
- (2) 頂點為 (\_\_\_\_, \_\_\_\_ )。
- (3) 當  $x$  為 \_\_\_\_\_ 時， $y$  有最 \_\_\_\_\_ 值 \_\_\_\_\_。

$$3. y = \frac{9}{7}(x+3)^2 - \frac{20}{3}$$

- (1) 是一個開口向 \_\_\_\_\_ 的圖形，
- (2) 頂點為 (\_\_\_\_, \_\_\_\_ )。
- (3) 當  $x$  為 \_\_\_\_\_ 時， $y$  有最 \_\_\_\_\_ 值 \_\_\_\_\_。

$$4. y = \frac{3}{16}(x-2)^2 + 4$$

- (1) 是一個開口向 \_\_\_\_\_ 的圖形，
- (2) 頂點為 (\_\_\_\_, \_\_\_\_ )。
- (3) 當  $x$  為 \_\_\_\_\_ 時， $y$  有最 \_\_\_\_\_ 值 \_\_\_\_\_。



## 概念 03 二次函數圖形和 $y$ 軸的交點

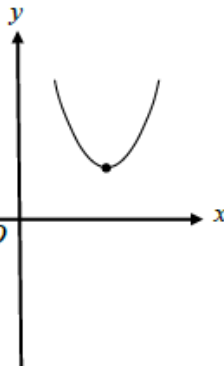
☆1. 請問：右圖的二次函數和  $y$  軸會相交嗎？

2. 已知：這個二次函數是  $y = -(x-3)^2 + 2$

請問：它和  $y$  軸的交點座標是多少？

☆  $y$  軸上的點， $x$  坐標一定是\_\_\_\_\_

所以只要把  $x =$  \_\_\_\_\_ 代入就可以求出  $y$



★筆記

所有的二次函數的圖形都會和  $y$  軸相交嗎？



## 牛刀小試 08

1. 請問所有二次函數的圖形都會穿過  $y$  軸嗎？

答：\_\_\_\_\_。

2. 只要在  $y$  軸上的點，\_\_\_\_\_坐標一定是 0

例  $y = 2(x+3)^2 - 4$

把 \_\_\_\_\_ = 0 代入，求出  $y =$  \_\_\_\_\_

3. 請找出  $y = -2(x+1)^2 - 3$  與  $y$  軸的交點。

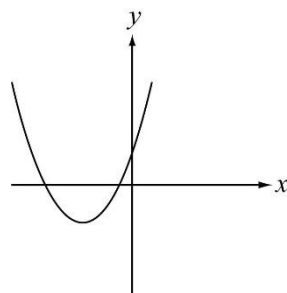
答：\_\_\_\_\_。

4. 請找出  $y = 7x^2 + 6x - 5$  與  $y$  軸的交點。

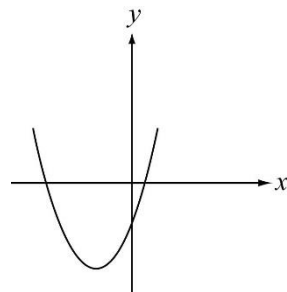
答：\_\_\_\_\_。

5. 請問圖中二次函數與  $y$  軸的交點為何？

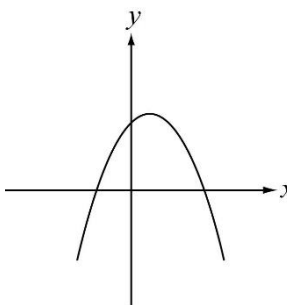
$$(1) y = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 1$$



$$(2) y = \frac{1}{3}(x-3)^2 - 6$$



$$(3) y = -\frac{1}{4}x^2 - 8x - 1$$



## 概念 04 二次函數圖形和 $x$ 軸的交點個數

☆想一想二次函數圖形和  $x$  軸有幾個交點呢？

請你依照給定的條件畫出簡圖

開口	2個交點	1個交點	0個交點
向上			
向下			

☆關鍵：只要知道

① \_\_\_\_\_ ② \_\_\_\_\_

就可以知道二次函數和  $x$  軸有幾個交點

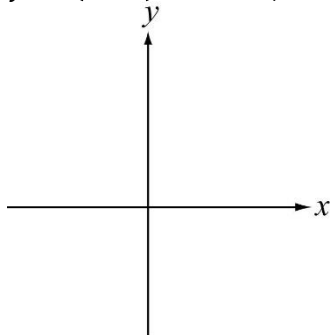


★筆記



### 牛刀小試 09

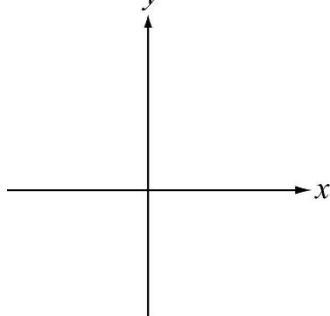
1. 請畫出  $y=2(x-2)^2+1$  的簡圖



由此圖形可知

$y=2(x-2)^2+1$  和  $x$  軸有 \_\_\_\_\_ 個交點

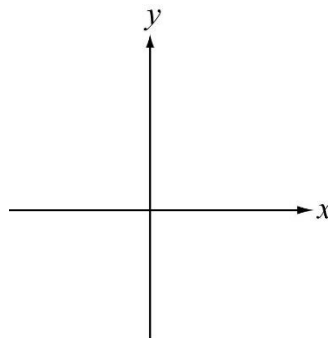
2. 請畫出  $y=\frac{1}{2}(x+3)^2-2$  的簡圖



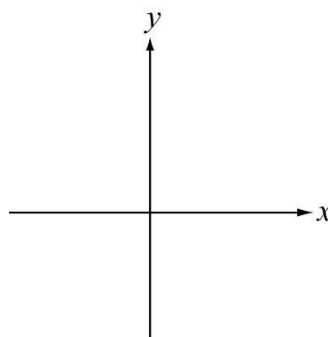
由此圖形可知

$y=\frac{1}{2}(x+3)^2-2$  和  $x$  軸有 \_\_\_\_\_ 個交點

3. 請畫出  $y=2x^2-5$  的簡圖，並判斷有幾個和  $x$  軸相交的交點？



4. 請畫出  $y=-6(x+3)^2-2$  的簡圖，並判斷有多少個和  $x$  軸相交的交點？





## 例題 06 二次函數圖形和 $x$ 軸的相交情形



求下列二次函數和  $x$  軸的交點個數

(1)  $y = -3(x - 2)^2 + 1$     (2)  $y = x^2 + 3$     (2)  $y = 2(x + 1)^2$



★筆記



### 牛刀小試 10

1. 請問下列二次函數與  $x$  軸有幾個交點？

(1)  $y = \frac{1}{3}(x + 4)^2 + 3$     答：\_\_\_\_\_ 個。

(2)  $y = \frac{1}{2}(x - 6)^2 - 10$     答：\_\_\_\_\_ 個。

(3)  $y = (x + 9)^2 - 7$     答：\_\_\_\_\_ 個。

(4)  $y = 2(x - 4)^2 + 6$     答：\_\_\_\_\_ 個。

(5)  $y = 5(x - 4)^2$     答：\_\_\_\_\_ 個。

(6)  $y = 9x^2 - 3$     答：\_\_\_\_\_ 個。

(7)  $y = -10x^2$     答：\_\_\_\_\_ 個。

2. 請問下列二次函數與  $x$  軸有幾個交點？

(1) 與  $x$  軸沒有交點？    答：\_\_\_\_\_。

(2) 與  $x$  軸只有一個交點？    答：\_\_\_\_\_。

(3) 與  $x$  軸有 2 個交點？    答：\_\_\_\_\_。

A.  $y = -7(x + 3)^2 - 2$

B.  $y = \frac{7}{2}(x - 10)^2 + 3$

C.  $y = 5(x + 6)^2 - 17$

D.  $y = \frac{1}{10}x^2 - 4$

E.  $y = -x^2 - 6$

F.  $y = 9x^2$

G.  $y = -(x + 5)^2$



# 解答篇

## 牛刀小試 1

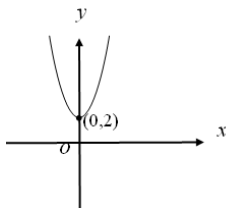
1. 上，低，0，小，0，圖略
2. 上，低，0，小，0，圖略

## 牛刀小試 2

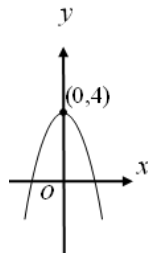
1. 下，高，0，大，0，圖略
2. 下，高，0，大，0，圖略

## 牛刀小試 3

1. (1) (0, 2)
- (2)



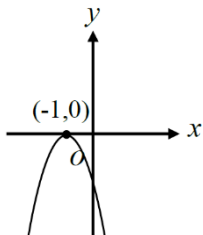
- (3) 上，低，0，小，2
2. (1) (0, 4)
- (2)



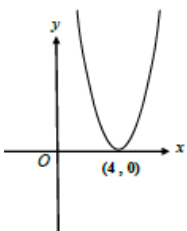
- (3) 下，高，0，大，4

## 牛刀小試 4

1. (1) (-1, 0)
- (2)



- (3) 下，高，-1，大，0
2. (1) (4, 0)
- (2)

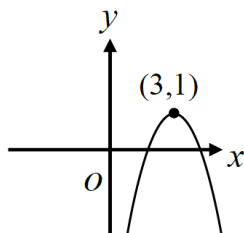


- (3) 上，低，4，小，0

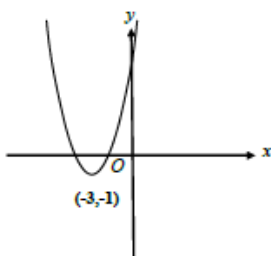
## 牛刀小試 5

1. (1) (3, 1)

(2)



- (3) 下，高，3，大，1
2. (1) (-3, -1)
- (2)



- (3) 上，低，-3，小，-1

## 牛刀小試 6

1. D
2. C

## 牛刀小試 7

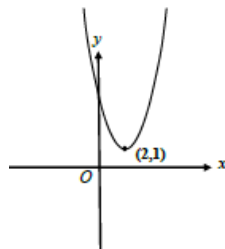
1. (1) 上
- (2) (-2, 33)
- (3) -2，小，33
2. (1) 下
- (2) (11, -10)
- (3) 11，大，-10
3. (1) 上
- (2)  $(-3, -\frac{20}{3})$
- (3) -3，小， $-\frac{20}{3}$
4. (1) 上
- (2) (2, 4)
- (3) 2，小，4

## 牛刀小試 8

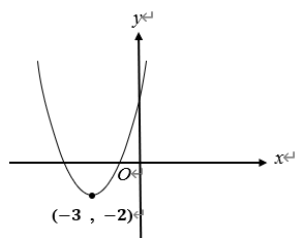
1. 是
2.  $x, x, 14, (0, 14)$
3. (0, -5)
4. (0, -5)
5. (1) (0, 1)
- (2) (0, -3)
- (3) (0, -1)

## 牛刀小試 9

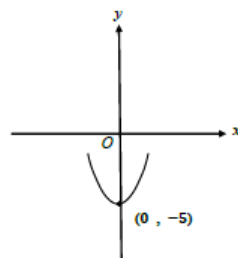
1. 0 個



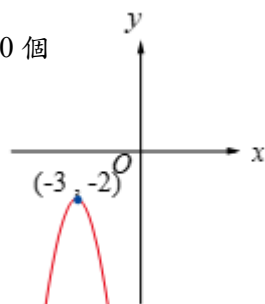
2. 2 個



3. 2 個



4. 0 個



## 牛刀小試 10

1. (1) 2 個
- (2) 2 個
- (3) 2 個
- (4) 0 個
- (5) 1 個
- (6) 2 個
- (7) 1 個
2. (1) A, B, E
- (2) F, G
- (3) C, D







## B6 2-1 統計數據的分布



### 溫故知新 01 平均數



☆下表是A、B兩公司員工的年薪資料（單位：萬元）

A 公司	2250, 50, 60, 100, 40
B 公司	450, 700, 300, 400, 600, 550

☆請問：

- (1) A 公司的平均年薪是\_\_\_\_\_萬元
- (2) B 公司的平均年薪是\_\_\_\_\_萬元
- (3) 你比較想去哪一間公司？為什麼？
- (4) 在生活中常常看見平均數，你覺得平均數有沒有缺點？



★筆記

- (1) 這裡的平均數指的是\_\_\_\_\_
- (2) 平均年薪500萬元是什麼意思？
- (3) 平均分數70分是什麼意思？



### 牛刀小試 01

1. 下表為 A、B 二班數學成績

	數學成績(分)
A 班	39, 40, 43, 96, 99, 100
B 班	60, 62, 70, 72, 76, 80

請問：

- (1) A 班數學平均\_\_\_\_\_。
- (2) B 班數學平均\_\_\_\_\_。
- (3) 你覺得哪一個班”考”得好？

答：\_\_\_\_\_。

2. 某公司 10 位員工薪資次數分配表如下：

薪資(元)	24000	26000	30000	80000
次數(人)	4	3	1	2

- (1) 這 10 位員工的平均薪水是多少元？  
答：\_\_\_\_\_。
- (2) 若不計高薪的二位，則剩餘 8 人的平均薪資是多少？  
答：\_\_\_\_\_。
- (3) 你覺得(1)(2)中的平均薪資，哪一個比較接近大多數員工的薪資？  
答：\_\_\_\_\_。



## 溫故知新 02 中位數



☆下表是A、B兩公司員工的年薪資料（單位：萬元）

A 公司	2250, 50, 60, 100, 40
B 公司	450, 700, 300, 400, 600, 550

我們從前一影片知道，這兩間公司員工的平均年薪都是\_\_\_\_\_萬元，但是A公司只有1個人年薪特別高，其他人的年薪就比較低，而B公司員工的年薪比較接近。平均數無法呈現這件事情，有沒有其他方法？

☆中位數：把  $n$  筆資料由小到大依序排列

- (1) 若  $n$  是奇數，中位數是\_\_\_\_\_
- (2) 若  $n$  是偶數，中位數是\_\_\_\_\_

☆ (1) A 公司員工年薪的中位數是多少？

(2) B 公司員工年薪的中位數是多少？

☆ 現在你比較想去哪一間公司？為什麼？



★筆記

- 如果 B 公司的 700 改成 9999 平均數\_\_\_\_\_，但是中位數\_\_\_\_\_。
- \_\_\_\_\_數很容易受到極端值的影響，但是\_\_\_\_\_數看的是排在中間的數就比較不會受到資料中很大或很小數字的影響。



## 牛刀小試 02

- 公園裡，老師帶領幼稚園學童玩遊戲，經調查後學童和老師年齡如下：

4, 4, 4, 4, 5, 5, 32 (歲)

- 求年齡的算術平均數。  
(求到小數點第一位)

- 求年齡的中位數。

- 若算術平均數和中位數來比較，哪一個較適合代表這群人的年齡？

- (1) 甲球隊9位選手的身高分別為

173, 175, 179, 192, 175, 183, 180, 168, 187

求這9位選手身高的中位數。

- (2) 乙球隊10位選手的身高分別是

168, 175, 162, 172, 175, 185, 173, 168, 181, 178

求這10位選手身高的中位數。

- (1) 精進班7位同學的體重分別為  
42, 86, 45, 52, 80, 58, 43

求體重中位數=\_\_\_\_\_公斤。

- (2) 廣場舞社8位成員的年齡分別為  
34, 66, 46, 52, 70, 38, 43, 56

求年齡中位數=\_\_\_\_\_歲。

# 概念 01 全距



	員工的年薪資料 (單位：萬元)	平均數	中位數
A 公司	2250, 50, 60, 100, 40	500	60
B 公司	450, 700, 300, 400, 600, 550	500	500



★筆記

\_\_\_\_\_ 可以呈現一群資料的分布範圍。

上表是 A、B 兩公司員工的年薪資料。  
這兩間公司員工年薪的平均數相同。但中位數不同，  
有沒有其他的數據可以呈現資料的分布情形呢？

☆ 全距= \_\_\_\_\_  
A 公司的全距= \_\_\_\_\_ 萬元  
B 公司的全距= \_\_\_\_\_ 萬元

☆ 從平均數、中位數和全距的資料，  
你比較想去哪一間公司？為什麼？



## 牛刀小試 03

1. 甲、乙二班數學平時考分數：

甲	10	12	29	30	60	99	100	100	100	
乙	57	57	58	58	60	60	61	62	63	64

此二班平時考分數的中位數和平均數都相同

(1) 求二班數學平時考分數的全距。

甲班的全距= \_\_\_\_\_。

乙班的全距= \_\_\_\_\_。

(2) 由(1)中，

哪一班的成績比較集中？答：

\_\_\_\_\_。哪一班的成績比較分散？

答：\_\_\_\_\_。

2. 乙球隊 10 位選手的身高分別為

168, 175, 162, 172, 175, 185, 173, 168,  
181, 178 (公分)

求這 10 位選手身高的全距？

3. 某公司 20 位員工薪資次數分配表如下：

薪資(元)	24000	26000	28000	30000	80000
次數(人)	8	4	7	1	2

求這 20 位員工薪資的全距= \_\_\_\_\_。

## 概念 02 四分位數

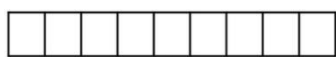


★筆記

☆1. 中位數：資料由小到大排列分成\_\_\_\_\_等分

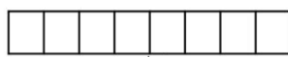
最中間（排在 $\frac{1}{2}$ 的位置）的數就是\_\_\_\_\_。

① 共有奇數筆資料（例：9筆）



$$9 \times \frac{1}{2} = 4.5 \text{ 取第 } \underline{\quad} \text{ 筆}$$

② 共有偶數筆資料（例：8筆）



$$8 \times \frac{1}{2} = 4 \text{ 取第 } \underline{\quad} \text{ 筆和第 } \underline{\quad} \text{ 筆平均}$$

☆2. 四分位數：資料由小到大排列分成\_\_\_\_\_等分

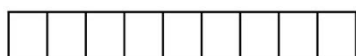
(1) 排在 $\frac{1}{4}$ 位置：所對應的數值稱為\_\_\_\_\_，可記為\_\_\_\_\_

(2) 排在 $\frac{2}{4}$ 位置：所對應的數值稱為\_\_\_\_\_，可記為\_\_\_\_\_（也就是\_\_\_\_\_數）

(3) 排在 $\frac{3}{4}$ 位置：所對應的數值稱為\_\_\_\_\_，可記為\_\_\_\_\_

☆舉例

① 共有奇數筆資料（例：9筆）

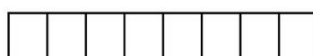


Q1 :

Q2 :

Q3 :

② 共有偶數筆資料（例：8筆）



Q1 :

Q2 :

Q3 :



## 牛刀小試 04

1. 11 個數由小到大排列如下：

3	3	3	4	4	4	5	5	5	6	6
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

求 Q1 = \_\_\_\_\_。

Q2 = \_\_\_\_\_。

Q3 = \_\_\_\_\_。

2. 12 個數由小到大排列如下：

1	3	3	3	4	4	5	5	6	8	9	20
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

求 Q1 = \_\_\_\_\_。

Q2 = \_\_\_\_\_。

Q3 = \_\_\_\_\_。

3. 10 個數由小到大排列如下：

1	2	3	4	4	7	7	8	11	12
---	---	---	---	---	---	---	---	----	----

求 Q1 = \_\_\_\_\_。

Q2 = \_\_\_\_\_。

Q3 = \_\_\_\_\_。

4. 908 班太陽組的 6 位同學某次小考成績如下：100, 83, 96, 92, 92, 88

求 Q1 = \_\_\_\_\_。

Q2 = \_\_\_\_\_。

Q3 = \_\_\_\_\_。



## 概念 03 四分位距

☆四分位距=\_\_\_\_\_ (全距=\_\_\_\_\_)

<舉例>

阿公帶著孫子一起到公園散步，他們的年齡依序如下：

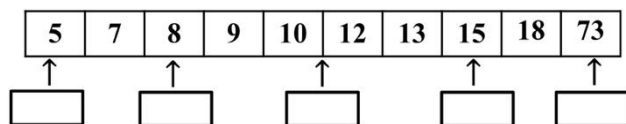
5, 7, 8, 9, 10, 12, 13, 15, 18, 73

請問他們年齡的①全距=\_\_\_\_\_

② $Q_1$ =\_\_\_\_\_,  $Q_2$ =\_\_\_\_\_,  $Q_3$ =\_\_\_\_\_

四分位距=\_\_\_\_\_

☆整理：



1. 全距=\_\_\_\_\_, 很容易受到\_\_\_\_\_的影響。

2. 四分位距=\_\_\_\_\_, 看的是\_\_\_\_\_資料的分布範圍  
比較不會受到\_\_\_\_\_的影響。



★筆記

①請問他們年齡的

平均數=\_\_\_\_\_

中位數=\_\_\_\_\_

②平均數和中位數看的是一群資料\_\_\_\_\_的趨勢。

③全距和四分位距看的是一群資料\_\_\_\_\_的程度。



## 牛刀小試 05

1. 9年16班12位女生身高如下：

148, 160, 156, 147, 160, 166, 170, 168,  
164, 162, 171, 164 (單位：公分)

(1) 請根據上述資料完成表格

最矮	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	最高

(2) 求全距及四分位距。

2. 生物學家在日月潭做生態研究撈捕13條魚後，測量魚身長度的資料如下：

5, 52, 56, 64, 50, 51, 66, 100, 58, 58,  
60, 51, 53

(1) 請根據上述資料完成表格

最短	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	最長

(2) 求全距及四分位距。



## 例題 01 四分位數和四分位距—零用錢



蘭花國中 908 班共有 30 位同學，每週零用錢的次數分配表如下，

則他們零用錢的  $Q_1$ ， $Q_2$ ， $Q_3$ ，和四分位距分別為多少？

每週零用錢(元)	50	100	200	300	500	1000
人數(人)	2	4	7	10	6	1



★筆記



## 牛刀小試 06

- 智慧型手機造成許多「低頭族」因此做了一份每日使用手機上網時間表以了解學生沉溺網路的程度，其「每日上網時數」製表如下：

上網時數 (小時)	1	2	3	4	5	6
次數(人)	1	2	4	7	3	3

則每日上網時數的  $Q_1$ 、 $Q_2$ 、 $Q_3$ 、四分位距為何？

- 國九學生為因應國民教育會考，因此每人制定每日讀書時間，其「每日讀書時間製表如下：

讀書時間 (分)	30	60	90	120	150	180
次數(人)	1	3	2	4	3	2

則每日讀書時間的  $Q_1$ 、 $Q_2$ 、 $Q_3$ 、四分位距為何？



## 例題 02 四分位數和四分位距—統計圖

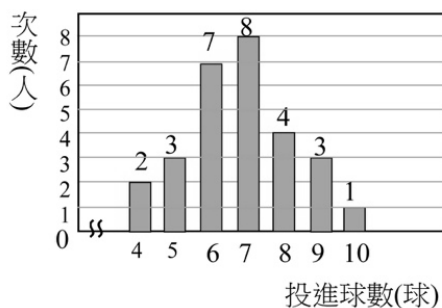


右圖是九年六班 28 位同學投籃 10 球進球數的長條圖，

求進球數的  $Q1$ ， $Q2$ ， $Q3$ ，和四分位距？

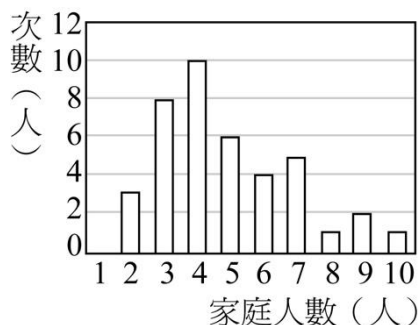


★筆記

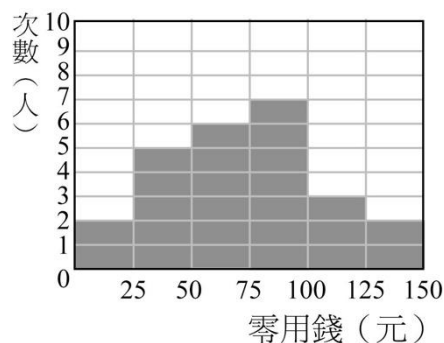


## 牛刀小試 07

- 右圖為小惠調查班上 40 人的家庭人數次數分配長條圖，求家庭人數的  $Q1$ 、 $Q2$ 、 $Q3$ 、四分位距。



- 9 年 8 班調查 25 位學生的「每天平均零用錢」，並製作次數分配直方圖，如下表，則各組的  $Q1$ 、 $Q2$ 、 $Q3$  各落在哪一組？







## 例題 03 平均數、中位數、全距和四分位距

下表是 A、B 兩公司員工的年薪資料（單位：萬元）

A 公司	50, 60, 70, 80, 90, 100, 150, 900, 3000
B 公司	350, 400, 450, 500, 500, 550, 600, 650

分別求出 A、B 兩公司員工的年薪平均數、中位數、全距、四分位距，填入下列表格中

年薪（萬元）	A 公司	B 公司
平均數		
中位數		
全距		
四分位距		



★筆記

你會選擇哪一間公司？  
為什麼？



## 牛刀小試 08

已知甲、乙、丙三班都有 8 位學生，某次考試成績如下：

甲班：0, 0, 0, 0, 100, 100, 100, 100

乙班：50, 50, 50, 50, 50, 50, 50, 50

丙班：15, 25, 35, 45, 55, 65, 75, 85

請求出這三個班的平均數、中位數、全距、四分位距。

1. 平均數：  
甲是\_\_\_\_\_，乙是\_\_\_\_\_，丙是\_\_\_\_\_。

2. 中位數：  
甲是\_\_\_\_\_，乙是\_\_\_\_\_，丙是\_\_\_\_\_。

3. 全距：  
甲是\_\_\_\_\_，乙是\_\_\_\_\_，丙是\_\_\_\_\_。

4. 四分位距：  
甲是\_\_\_\_\_，乙是\_\_\_\_\_，丙是\_\_\_\_\_。

5. 你覺得哪一班考得比較「好」？為什麼？

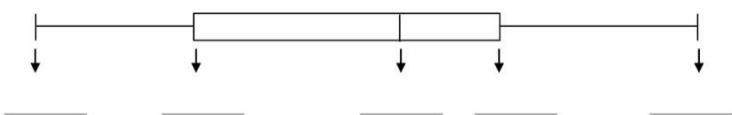
## 概念 04 盒狀圖

☆我們知道全距＝\_\_\_\_\_，四分位距＝\_\_\_\_\_

為了更容易觀察出整群資料的分布狀況，我們把資料中的最大、最小、Q1、Q2、Q3 畫成下圖，稱為

\_\_\_\_\_，可以很容易觀察出全距和四分位距的差異，其中全部的長度就是\_\_\_\_\_，盒子的長度就是\_\_\_\_\_。

☆盒狀圖也可以畫直的



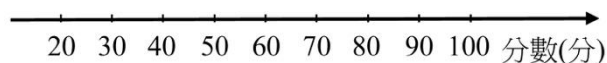
<舉例> 903 班 12 位同學數學小考成績由小到大排列如下：

20, 30, 30, 40, 40, 45, 55, 70, 85, 95, 95, 100

① 求最小值＝\_\_\_\_\_，最大值＝\_\_\_\_\_，全距＝\_\_\_\_\_

② Q1＝\_\_\_\_\_，Q2＝\_\_\_\_\_，Q3＝\_\_\_\_\_

③ 畫出盒狀圖



★筆記

請問903班的12位同學

(1)有沒有人考100分？

有沒有人考0分？

(2)20~35分，35~50分，

50~90分，90~100分

這四部分各佔全部的幾分之幾？

(3)\_\_\_\_\_分可能  
是最『分散』。

\_\_\_\_\_分可能  
是最『集中』。

(4)這 12 位同學的平均  
是 50 分嗎？



## 牛刀小試 09

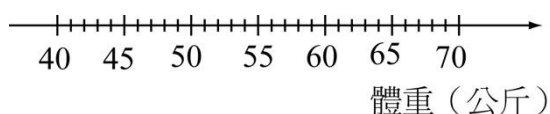
1. 調查9年7班11位同學的體重如下：

42, 61, 62, 57, 51, 65, 52, 57, 45, 45, 50

(1) 請完成表格

最小值	Q <sub>1</sub>	Q <sub>2</sub>	Q <sub>3</sub>	最大值

(2) 請繪製盒狀圖



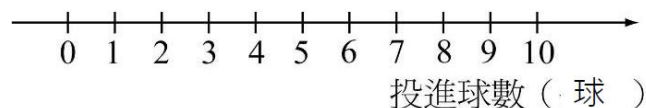
2. 12名學生在體育課進行罰球測驗，每位學生投10球，將投進球數紀錄如下表：

投進球數 (球)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
人數(人)	1	3	1	0	3	2	1	0	1	0	0

(1) 請完成表格

最小值	Q <sub>1</sub>	Q <sub>2</sub>	Q <sub>3</sub>	最大值

(2) 請繪製盒狀圖

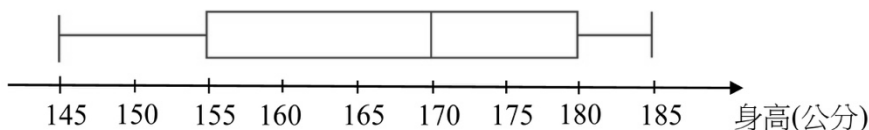




## 例題 04 盒狀圖的判讀



下圖為是 9 年愛班 24 位學生身高的盒狀圖



★筆記

請問：(1) 班上最高是\_\_\_\_\_公分，最矮是\_\_\_\_\_公分

(2) 身高的中位數是\_\_\_\_\_公分

(3) 全距=\_\_\_\_\_公分，四分位距=\_\_\_\_\_公分

(4) 155~180公分大約佔全班的幾分之幾？

(1) 145~155 公分大約佔全班的幾分之幾？

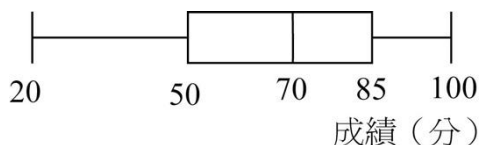
(2) 180~185 公分大約佔全班的幾分之幾？

(3) 全班的平均身高一定是 170 公分嗎？



## 牛刀小試 10

1. 下圖為 9 年 8 班學生數學平時考成績的盒狀圖。



求：

(1) 班上成績最高是\_\_\_\_\_分，

成績最低是\_\_\_\_\_分。

(2) 成績的中位數是\_\_\_\_\_分。

(3) 全距是\_\_\_\_\_分，

四分位距是\_\_\_\_\_分。

(4) 20~50分大約佔全班的幾分之幾？

答：\_\_\_\_\_。

2. 右圖是 9 年 7 班 32 人參加學校英文聽力測驗的盒狀圖

求：

(1) 班上成績最高是\_\_\_\_\_分，

成績最低是\_\_\_\_\_分。

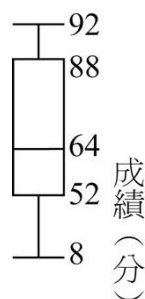
(2) 成績的中位數是\_\_\_\_\_分。

(3) 全距是\_\_\_\_\_分，

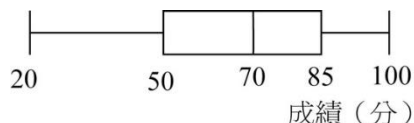
四分位距是\_\_\_\_\_分。

(4) 88~92分大約佔全班的幾分之幾？

(5) 52~64分大約有\_\_\_\_\_人。



3. 下圖是數學特訓班成績，請問下列哪些統計量可由盒狀圖看出？



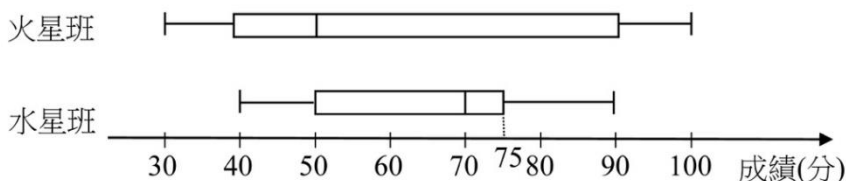
(A)最高分 (B)眾數 (C)中位數

(D)平均數 (E)有人考65分



## 例題 05 盒狀圖的比較

太陽國中某次數學考試，火星班和水星班成績的盒狀圖如下：（已知這兩班的人數相同）



請問：

- (1)全距：火星班\_\_\_\_\_分，水星班\_\_\_\_\_分
- (2)四分位距：火星班\_\_\_\_\_分，水星班\_\_\_\_\_分
- (3)有人考100分嗎？是哪一班的學生？
- (4)不及格（60分以下）的人數，哪一班比較多？
- (5)80分以上的人數，哪一班比較多？

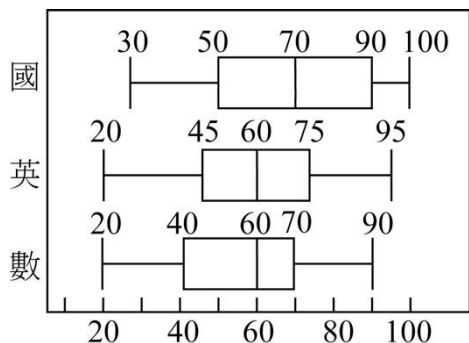


★筆記



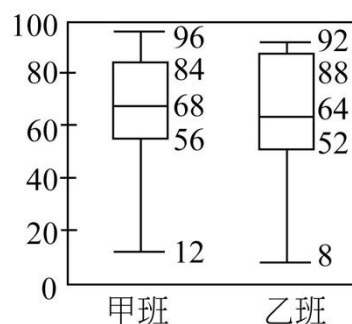
## 牛刀小試 11

1.下圖是九年級國、英、數三科段考成績盒狀圖



- (1)全距：國文是\_\_\_\_\_分，  
英文是\_\_\_\_\_分，數學是\_\_\_\_\_分。  
哪一科全距最大？答：\_\_\_\_\_。
- (2)四分位距：國文是\_\_\_\_\_分，  
英文是\_\_\_\_\_分，數學是\_\_\_\_\_分。  
哪一科四分位距最大？答：\_\_\_\_\_。
- (3)哪一科平均成績最差？答：\_\_\_\_\_。
- (4)小文國、英、數都考70分，  
哪一科排名最好？答：\_\_\_\_\_。

2.右圖為甲班和乙班英文聽力測驗成績的盒狀圖（兩班人數一樣多）



- (1)全距：  
甲班是\_\_\_\_\_分，乙班是\_\_\_\_\_分。
- (2)四分位距：  
甲班=\_\_\_\_\_分，乙班=\_\_\_\_\_分。
- (3)乙班考64分以上的學生大約占全班的幾分之幾？答：\_\_\_\_\_。
- (4)甲班考56分以下的學生大約占全班的幾分之幾？答：\_\_\_\_\_。



# 解答篇

## 牛刀小試 1

- (1) 69.5分  
(2) 70分  
(3) B班
- (1) 36400元  
(2) 25500元  
(3) 25500元

## 牛刀小試 2

- (1) 8.3歲  
(2) 4歲  
(3) 中位數
- (1) 179公分  
(2) 174公分
- (1) 52  
(2) 49

## 牛刀小試 3

- (1) 90、7  
(2) 乙班，甲班
- 23 公分
- 56000 元

## 牛刀小試 4

- 3、4、5
- 3、4.5、7
- 3、5.5、8
- 88、92、96

## 牛刀小試 5

- (1)

最矮	Q1	Q2	Q3	最高
147	158	163	167	171

- (2) 24, 9

- (1)

最短	Q1	Q2	Q3	最長
5	51	56	60	100

- (2) 95, 9

## 牛刀小試 6

- $Q1=3$ 、 $Q2=4$ 、 $Q3=5$ 、  
四分位距=2
- $Q1=60$ 分、 $Q2=120$ 分、  
 $Q3=150$ 分、  
四分位距=90分

## 牛刀小試 7

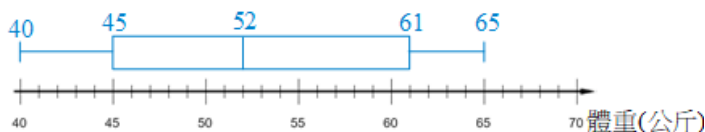
- $Q1=3$ 、 $Q2=4$ 、 $Q3=6$ 、  
四分位距=3
- $Q1=25\sim 50$ 元這一組、  
 $Q2=50\sim 75$ 元這一組、  
 $Q3=75\sim 100$ 元這一組

## 牛刀小試 8

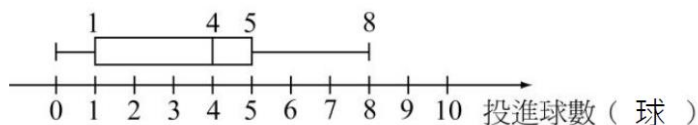
- 50、50、50
- 50、50、50
- 100、0、70
- 100、0、40
- 略

## 牛刀小試 9

- (1) 42、45、52、61、65  
(2)



- (1) 0、1、4、5、8  
(2)



## 牛刀小試 10

- (1) 100、20  
(2) 70  
(3) 80、35  
(4)  $\frac{1}{4}$
- (1) 92、8  
(2) 64  
(3) 84、36  
(4)  $\frac{1}{4}$   
(5) 8
- A、C

## 牛刀小試 11

- (1) 70、75、70、英  
(2) 40、30、30、國  
(3) 不一定  
(4) 數
- (1) 84、84  
(2) 28、36  
(3)  $\frac{1}{2}$   
(4)  $\frac{1}{4}$





## B6 2-2 機率

### 概念 01 認識機率

☆機率：在日常生活中，我們對於還沒發生的事情，會想知道這些事情發生的可能性有多少。

在數學上，我們會用一個數值來表是一件事情發生的可能性大小，這個數值稱之\_\_\_\_\_。

<舉例>1. 明天下雨的機率是 90%

2. 被抽中上台報告的機率是  $\frac{1}{27}$

☆為了探討一件不確定的事情可能發生的結果，我們會重複做一些實驗（或試驗），比方說投擲硬幣，投擲骰子，抽籤……

一定會發生的事情，我們說機率就是\_\_\_\_\_

（比方說：\_\_\_\_\_）

不可能發生的事情，我們說機率就是\_\_\_\_\_

（比方說：\_\_\_\_\_）

所以，機率介於\_\_\_\_\_和\_\_\_\_\_之間

如果一個實驗（或試驗）可能的結果有  $n$  種，而且每一種結果發生的機率都相等，那麼，我們說：每一種結果發生的機率都是\_\_\_\_\_

<舉例>

①公正的硬幣：可能的結果有\_\_\_\_\_種，每種結果發生的可能性都相等，出現正面與出現反面的機率都\_\_\_\_\_。

②公正的骰子：可能的結果有\_\_\_\_\_種，每種結果發生的可能性都相等，出現 1, 2, 3, 4, 5, 6 點的機率都\_\_\_\_\_。



★筆記

請問：下列敘述何者正確？

①投擲一枚圖釘，有針尖向上和針尖向下兩種情形，機率都是  $\frac{1}{2}$  嗎？

②統一發票有中獎和沒中獎兩種情形，機率都是  $\frac{1}{2}$  嗎？

③袋中有 3 球：籃球、桌球和羽毛球各一類，抽中羽毛球的機率是  $\frac{1}{3}$  嗎？



### 牛刀小試 01

- 籤筒裡有 27 支籤，被抽出的結果有\_\_\_\_\_種，若每種結果發生的可能性都相同，則出現 1, 2, 3, 4, 5, ……，27 的機率都是\_\_\_\_\_。
- 今年聖誕節抽禮物，6 個人將準備的小卡片放入盒中，抽到誰的卡片，可以換到其他人準備的禮物。若每種結果發生的可能都相同，則出現 1, 2, 3, 4, 5, 6 號的機率都\_\_\_\_\_。
- 箱子中有 13 個乒乓球其編號為 1~13，若抽出的結果可能性都相同，則出現 1, 2, 3, ……，13 的機率都是\_\_\_\_\_。
- 下列敘述何者正確？正確請寫「○」，錯誤請打「×」

\_\_\_\_\_ (1) 若一個試驗結果有  $n$  種，則每一種結果發生的機率為  $\frac{1}{n}$ 。

\_\_\_\_\_ (2) 如圖，一個長方體積木共有 6 面，今投擲此積木，則每一面朝上的機率為  $\frac{1}{2}$ 。

\_\_\_\_\_ (3) 氣象報告說，今天下雨的機率為 70%，則今天一定會下雨。

\_\_\_\_\_ (4) 樂透彩有中獎和不中獎兩種情形，故中獎的機率為  $\frac{1}{2}$ 。

\_\_\_\_\_ (5) 甲、乙二人比腕力，甲獲勝的機率為  $\frac{1}{2}$ 。

\_\_\_\_\_ (6) 晨希參加百萬大挑戰活動，在四個選項中猜 1 個選項，則他答對的機率為  $\frac{1}{2}$ 。







## 例題 01 簡單事件的機率



- 籤筒裡有 27 枝籤，分別標示 1~27 號，每支籤被抽中的機會相等，則抽中 3 號的機率是多少？抽中 28 號的機率是多少？
- 袋中有 6 顆大小、材質都相同的球，分別塗上紅、黑、黃、白、藍、綠。若從袋中任取一球，則取出白色球的機率是多少？取出紫色球的機率是多少？



★筆記



## 牛刀小試 02

- 筒子裡有 35 個乒乓球分別標示 1~35 號，若每個球被抽中的機會相等，則：
  - 抽中 35 號的機率為何？  
答：\_\_\_\_\_。
  - 抽中 18 號的機率為何？  
答：\_\_\_\_\_。
- 投擲一公正骰子(每一點數出現機會相等)，試問出現 4 點的機率為何？  
答：\_\_\_\_\_。
- 在不透明的箱子裡有 8 個大小、材質都相同的氣球，分別寫 M、A、T、H、L、O、V、E，8 個字母。若從箱子中任取一球，則：
  - 取出 E 的機率是多少？  
答：\_\_\_\_\_。
  - 取出 M 的機率是多少？  
答：\_\_\_\_\_。
- 一個箱子中有一些大小相同的球，其中 4 顆紅球、5 顆黃球、6 顆綠球，每一球被取出的機率都相等，從箱子中任取一球，則：
  - 此球是紅球的機率是多少？  
答：\_\_\_\_\_。
  - 此球是黃球的機率是多少？  
答：\_\_\_\_\_。
  - 此球不是綠球的機率是多少？  
答：\_\_\_\_\_。
- 一個箱子裡有大小相同的球 20 顆，分別編號 1, 2, 3, ..., 20，每一球被取出的機率都相同，從箱子中任取一球，則：
  - 此球的號碼是偶數的機率是多少？  
答：\_\_\_\_\_。
  - 此球的號碼是 5 的倍數的機率是多少？  
答：\_\_\_\_\_。
  - 此球的號碼是 2 的倍數也是 3 的倍數的機率是多少？  
答：\_\_\_\_\_。



## 例題 02 擲骰子的機率



投擲一顆公正的骰子，請問

(1) 擲出 6 點的機率是多少？

(2) 擲出偶數點的機率是多少？

(3) 擲出點數小於 3 點的機率是多少？

(4) 擲出點數是正整數的機率是多少？

(5) 擲出 7 點的機率是多少？



★筆記



## 牛刀小試 03

1. 投一公正的骰子，則：

(1) 擲出 3 點的機率是多少？

答：\_\_\_\_\_。

(2) 擲出奇數點的機率是多少？

答：\_\_\_\_\_。

(3) 擲出點數大於 5 點的機率是多少？

答：\_\_\_\_\_。

(4) 擲出 0 點的機率是多少？

答：\_\_\_\_\_。

2. 投一公正的 12 面骰子，則：

(1) 擲出 5 點的機率是多少？

答：\_\_\_\_\_。

(2) 擲出 4 的倍數的機率是多少？

答：\_\_\_\_\_。

(3) 擲出不大於 7 點的機率是多少？

答：\_\_\_\_\_。

(4) 擲出 13 點的機率是多少？

答：\_\_\_\_\_。





## 例題 03 抽籤的機率



908 的籤筒共有 27 枝籤，分別標示 1~27 號，  
已知：1~14 號是男生，15~27 號是女生，  
如果每支籤被抽到的機會相等，則



★筆記

(1) 抽中男生的機率是多少？抽中女生的機率是多少？

(2) 抽中的號碼是奇數的機率是多少？

(3) 抽中的號碼是 5 的倍數的機率是多少？



## 牛刀小試 04

1. 籤筒裡有 60 支籤，分別為 1~60 號，  
若每支籤被抽到的機會相等，則

(1) 抽到 11 的倍數機率是多少？

答：\_\_\_\_\_。

(2) 抽到是 2 的倍數也是 5 的倍數的機率是多少？

答：\_\_\_\_\_。

(3) 抽到奇數的機率是多少？

答：\_\_\_\_\_。

(4) 抽到 61 點的機率是多少？

答：\_\_\_\_\_。

2. 912 有 26 位學生，已知男生是 1~15 號，女生 21~31 號，今老師公平抽籤，問：

(1) 抽到男生的機率是多少？

答：\_\_\_\_\_。

(2) 抽到偶數的機率是多少？

答：\_\_\_\_\_。

(3) 抽到男生且是偶數的機率是多少？

答：\_\_\_\_\_。



## 例題 04 抽撲克牌的機率



一副撲克牌共 52 張（不含鬼牌），分為為黑桃♠、紅心♥、方塊♦、梅花♣。四種花色。每種花色有 13 張。分別標示 A, K, Q, J, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2，從這副牌中任意抽出一張，假設每張牌被抽中的機率都一樣。請問：

(1) 這張牌是♥A的機率是多少？

(2) 這張牌是黑色的機率是多少？

(3) 這張牌面數字是 3 的機率是多少？

(4) 這張牌是梅花的機率是多少？



★筆記



## 牛刀小試 05

1. 一副撲克牌有 52 張（不含鬼牌），從這副撲克牌任意抽取一張，則：

(1) 這張牌是♣3 的機率是多少？

答：\_\_\_\_\_。

(2) 這張牌是方塊的機率是多少？

答：\_\_\_\_\_。

(3) 這張牌是 2 的機率是多少？

答：\_\_\_\_\_。

(4) 這張牌標示英文字母的機率是多少？

答：\_\_\_\_\_。

(5) 這張牌是紅色的機率是多少？

答：\_\_\_\_\_。

2. 一副撲克牌有 52 張（不含鬼牌），從這副撲克牌任意抽取一張，則：

(1) 這張牌是♦8 的機率是多少？

答：\_\_\_\_\_。

(2) 這張牌是紅色 J 的機率是多少？

答：\_\_\_\_\_。

(3) 這張牌是黑色的機率是多少？

答：\_\_\_\_\_。

(4) 這張牌標示著數字的機率是多少？

答：\_\_\_\_\_。

(5) 這張牌為紅色且為英文字母的機率是多少？

答：\_\_\_\_\_。

## 概念 02 樹狀圖

投擲一枚公正的硬幣出現正面的機率是\_\_\_\_\_，出現反面的機率是\_\_\_\_\_。這樣的問題比較容易處理，但是如果我們想知道「投擲一枚公正的硬幣兩次」這種比較複雜的問題，可以畫\_\_\_\_\_來解決。  
 <舉例>投擲一枚公正的硬幣兩次



★筆記

請畫出「投擲兩枚公正的硬幣」

### ① 樹狀圖

☆ 從樹狀圖可以看出投擲一枚公正的硬幣兩次，

(1) 一共有幾種情形？

(2) 兩次都出現正面的機率？

(3) 兩次都出現反面的機率？

(4) 一次正面一次反面的機率？

### ② 表格




## 牛刀小試 06

1. 若每一個小孩出生是男是女的機會相等，一個家庭有 2 個小孩，則：

(1) 請畫出樹狀圖

(2) 共有\_\_\_\_\_種結果。

(3) 兩個孩子都是女孩的機率是多少？  
答：\_\_\_\_\_。

(4) 兩個孩子是一男一女的機率是多少？  
答：\_\_\_\_\_。

(5) 按順序第一個孩子是男孩，第二個孩子是女孩的機率是多少？  
答：\_\_\_\_\_。

2. 媽媽有紅、紫、白、黑四件不同顏色的上衣，白、灰、黑三件不同顏色的裙子。今天媽媽想從上衣中任選一件，從裙子中任選一件做搭配，回答下列問題：

(1) 請畫出樹狀圖

(2) 共有多少種搭配方式。  
答：\_\_\_\_\_。

(3) 媽媽穿著白色上衣的機率是多少？  
答：\_\_\_\_\_。

(4) 媽媽選到同個顏色的上衣和裙子的機率是多少？  
答：\_\_\_\_\_。

3. 同時投擲一枚公正的硬幣及一粒公正的骰子，試問：

(1) 請畫出樹狀圖

(2) 共有\_\_\_\_\_種結果。

(3) 硬幣正面朝上，骰子出現3點的機率是多少？

答：\_\_\_\_\_。

(4) 硬幣反面朝上，而骰子出現奇數點的機率是多少？

答：\_\_\_\_\_。

(5) 硬幣正面朝上，而骰子點數大於4的機率是多少？

答：\_\_\_\_\_。

4. 媽媽有紅、紫、白、黑四件不同顏色的上衣，白、灰、黑三件不同顏色的裙子。今天媽媽想從上衣中任選一件，從裙子中任選一件做搭配，回答下列問題：

(1) 請畫出樹狀圖

(2) 訪問的順序共有\_\_\_\_\_種。

(3) 甲第一個家庭訪問的機率是多少？

答：\_\_\_\_\_。

(4) 丙比乙先被家庭訪問的機率是多少？

答：\_\_\_\_\_。



## 例題 05 猜拳遊戲的機率



小恩和阿文玩猜拳遊戲，若兩人出剪刀、石頭、布的可能性相等，請問：誰贏的機率比較大？請以樹狀圖來說明？



★筆記



## 牛刀小試 07

1. 采軒和秉蓁二人各有3張牌，牌面上的數字分別是1、2、3，兩人玩數字比大小遊戲，各自任意抽出一張牌比大小（設每張牌上的數字被抽到的機會相等），則采軒獲勝的機率是多少？請以樹狀圖說明。
2. 瑞妤和品希各投擲一顆公正的骰子，約定點數大的獲勝，試問：
  - (1) 請畫出樹狀圖
  - (2) 瑞妤獲勝的機率是多少？  
答：\_\_\_\_\_。
  - (3) 品希獲勝的機率是多少？  
答：\_\_\_\_\_。
  - (4) 兩人不分勝負的機率是多少？  
答：\_\_\_\_\_。



## 例題 06 投擲骰子的樹狀圖



將一顆公平的骰子連續投擲兩次，假設第一次出現  $a$  點，第二次出現  $b$  點，請問：兩次的點數和  $a + b = 4$  的機率是多少？請以樹狀圖來說明



★筆記



## 牛刀小試 08

1. 將一顆公正的骰子連續投擲兩次，兩次的點數和為7的機率是多少？請以樹狀圖說明。
2. 同時投擲兩顆公正骰子一次，出現點數和為10的機率是多少？請用數對列出所有可能的結果
3. 甲袋中有同樣的紅色球四顆，分別標示1、2、3、4，乙袋中有同樣的綠色球三顆，也分別標示1、2、3，仔細從甲袋任意取一顆球，采依從乙袋中任意取一顆球，請以樹狀圖說明。
  - (1) 共有\_\_\_\_\_種結果。
  - (2) 兩人所取的球上面所標示的數字相加是奇數的機率為何？  
答：\_\_\_\_\_。



# 解答篇

## 牛刀小試 1

- (1) 27 (2)  $\frac{1}{27}$
- $\frac{1}{6}$
- $\frac{1}{13}$
- (1) × (2) × (3) ×  
(4) × (5) × (6) ○

## 牛刀小試 2

- (1)  $\frac{1}{35}$  (2)  $\frac{1}{35}$
- $\frac{1}{6}$
- $\frac{1}{8}$ 、 $\frac{1}{8}$
- (1)  $\frac{4}{15}$  (2)  $\frac{1}{3}$  (3)  $\frac{3}{5}$
- (1)  $\frac{1}{2}$  (2)  $\frac{1}{5}$  (3)  $\frac{3}{20}$

## 牛刀小試 3

- (1)  $\frac{1}{6}$  (2)  $\frac{1}{2}$  (3)  $\frac{1}{6}$   
(4) 0
- (1)  $\frac{1}{12}$  (2)  $\frac{1}{4}$  (3)  $\frac{7}{12}$   
(4) 0

## 牛刀小試 4

- (1)  $\frac{1}{12}$  (2)  $\frac{1}{10}$  (3)  $\frac{1}{2}$   
(4) 0
- (1)  $\frac{15}{26}$  (2)  $\frac{6}{13}$  (3)  $\frac{7}{26}$

## 牛刀小試 5

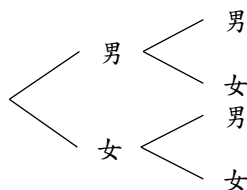
- (1)  $\frac{1}{52}$  (2)  $\frac{1}{4}$  (3)  $\frac{1}{13}$   
(4)  $\frac{4}{13}$  (5)  $\frac{1}{2}$
- (1)  $\frac{1}{52}$  (2)  $\frac{1}{26}$  (3)  $\frac{1}{2}$   
(4)  $\frac{9}{13}$  (5)  $\frac{2}{13}$

## 牛刀小試 5

- (1)  $\frac{1}{52}$  (2)  $\frac{1}{4}$  (3)  $\frac{1}{13}$   
(4)  $\frac{4}{13}$  (5)  $\frac{1}{2}$
- (1)  $\frac{1}{52}$  (2)  $\frac{1}{26}$  (3)  $\frac{1}{2}$   
(4)  $\frac{9}{13}$  (5)  $\frac{2}{13}$

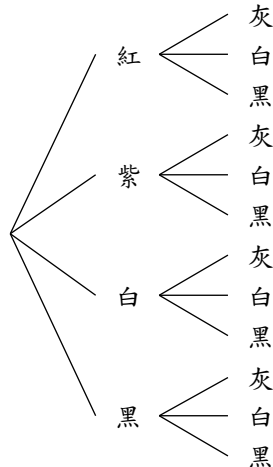
## 牛刀小試 6

- (1) 第一胎 第二胎



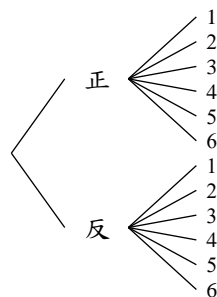
- (2) 4 (3)  $\frac{1}{4}$  (4)  $\frac{1}{2}$   
(5)  $\frac{1}{4}$

- (1) 上衣 裙子



- (2) 12 (3)  $\frac{1}{4}$  (4)  $\frac{1}{6}$

- (1) 硬幣 骰子



- (2) 12 (3)  $\frac{1}{12}$  (4)  $\frac{1}{4}$   
(5)  $\frac{1}{6}$

- (1) 甲 < 乙 - 丙  
丙 - 乙  
乙 < 甲 - 丙  
丙 - 甲  
丙 < 甲 - 乙  
乙 - 甲

- (2) 6 (3)  $\frac{1}{3}$  (4)  $\frac{1}{2}$

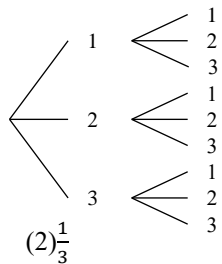




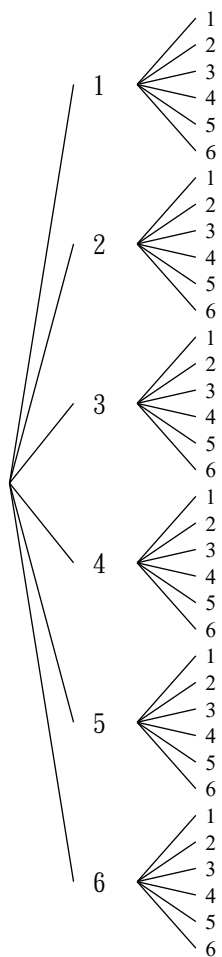
# 解答篇

## 牛刀小試 7

1. (1) 采軒 乘蒸

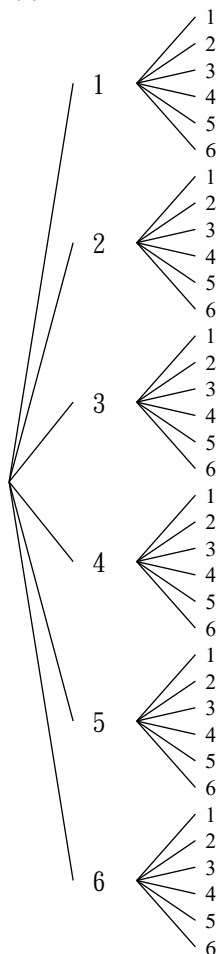


2. 瑞好 品希



## 牛刀小試 8

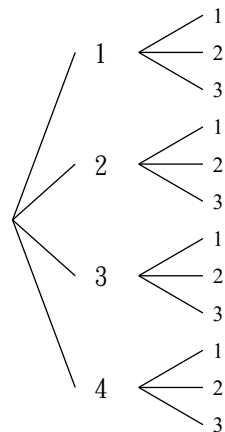
1. (1) 第一次 第二次



(2) $\frac{1}{6}$

2. (4,6)、(5,5)、(6,4)

3. (1) 仔彤 采依



(2)12 (3) $\frac{1}{2}$







# B6 3-1 柱體、錐體、空間中的線與平面

## 概念 01 認識角柱



★筆記

☆ 有吃過小熊餅乾嗎？\_\_\_\_\_。  
 小熊餅乾的盒子長得像這樣上下底是兩個\_\_\_\_\_。  
 多邊形而且側面都是\_\_\_\_\_。  
 這種立體圖形我們稱為\_\_\_\_\_。

〈註〉在國中階段如果沒有特別說明，角柱指的都是直角柱

☆ 底面是六邊形就稱為\_\_\_\_\_ ☆ 我們仔細觀察小熊餅乾的盒子，  
 底面是五邊形就稱為\_\_\_\_\_ 會發現上下底面會互相\_\_\_\_\_，  
 底面是四邊形就稱為\_\_\_\_\_ 而且，每一個側面都會和底面  
 底面是三角形就稱為\_\_\_\_\_ 互相\_\_\_\_\_此時，側面的高就  
 底面是  $n$  邊形就稱為\_\_\_\_\_ 是角柱的\_\_\_\_\_

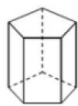
〈舉  
例〉



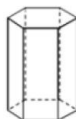
( )



( )



( )



( )



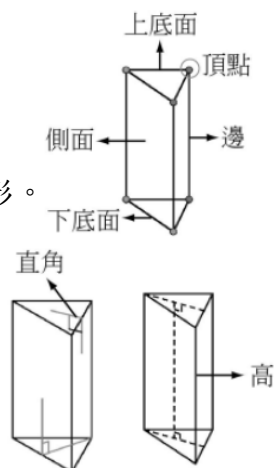
## 牛刀小試 01

1. 下列角柱各有幾個頂點？幾個邊？幾個面？

角柱	頂點數	邊數	面數
三角柱			
四角柱			
五角柱			
六角柱			
N 角柱			

2. 請完成下列空格：

- (1) 右圖為\_\_\_\_\_角柱。
- (2) 有\_\_\_\_\_個底面，  
這兩個底面是\_\_\_\_\_形。
- (3) 有\_\_\_\_\_個側面  
是\_\_\_\_\_形。
- (4) 上下兩底面  
互相\_\_\_\_\_。
- (5) 兩底面之間的距離  
叫做\_\_\_\_\_。
- (6) 底面和側面互相\_\_\_\_\_。



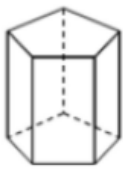
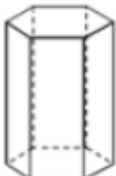


3. 若有一個角柱共 16 個頂點，試問：

- (1) 這個角柱是\_\_\_\_\_角柱。
- (2) 這個角柱共有\_\_\_\_\_個面。
- (3) 這個角柱共有\_\_\_\_\_個邊。

## 概念 02 角柱的展開圖

☆ 有時候我們想知道角柱的組合情形，  
我們可以沿著角柱的邊剪開成為展開圖，  
請看影片或參考課本畫出下列角柱的展開圖。

	三角柱	四角柱	五角柱	六角柱
立體圖形				
展開圖				

☆ 柱體的表面積就是\_\_\_\_\_的面積  
= \_\_\_\_\_面 + \_\_\_\_\_面



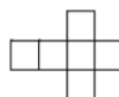
★筆記

① 常見的四角柱  
有\_\_\_\_\_體和\_\_\_\_\_體

② 下列哪一個選項不是正  
方體的展開圖？

(A)

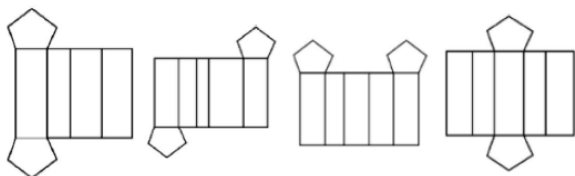
(B)



## 牛刀小試 02

1. 下列有一些錯誤的五角柱展開圖，試判斷  
何者正確或其錯誤原因。

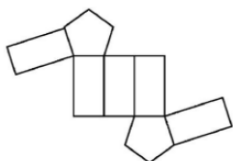
(A)正確 (B)少一個側面 (C)兩底面重疊  
(D)側面邊長與底面無法對應



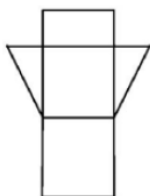
\_\_\_\_\_

2. 下列各圖形是何種角柱的展開圖

(1)



(2)



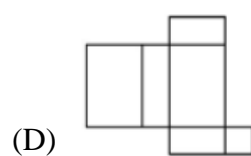
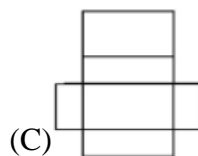
\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

3. 下圖中哪一個不可能是角柱的展開圖？

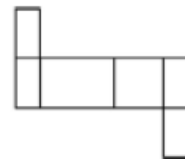
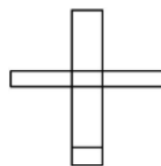
(A)

(B)



(C)

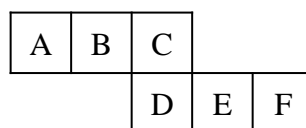
(D)



4. 右圖是一個正方體展開圖，則：

(1) 與 A 面相對的是\_\_\_\_\_。

(2) 與 B 面相對的是\_\_\_\_\_。

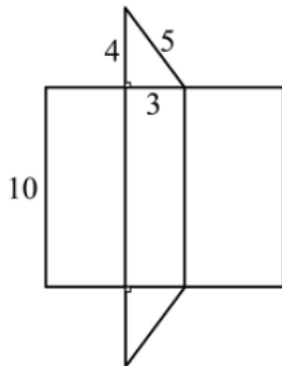




## 例題 01 角柱的表面積和體積

右圖是一個三角柱的展開圖已知底面是一個直角三角形，  
邊長分別是 3, 4, 5，側面為長方形，長為 10，求

(1) 三角柱的表面積



(2) 三角柱的體積



★筆記

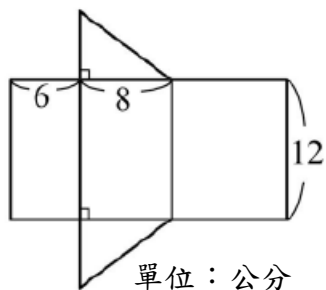
☆ ① 柱體的表面積 = \_\_\_\_\_ 的面積  
= \_\_\_\_\_ 面 + \_\_\_\_\_ 面

② 角柱的體積 = \_\_\_\_\_ × \_\_\_\_\_

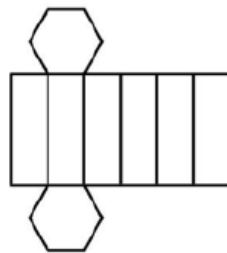


## 牛刀小試 03

1. 求下列柱體的表面積和體積。



2. 我們把一個六角柱造型的小熊餅乾包裝盒拆開，可以得到展開圖如下：



已知上、下底面為正六邊形邊長為 2 公分，  
側面長方形的長為 6 公分，求：

(1) 六角柱的表面積。

答：\_\_\_\_\_。

(2) 六角柱的體積。

答：\_\_\_\_\_。

## 概念 03 認識圓柱

☆ 你的生日是\_\_\_\_月\_\_\_\_日  
生日的時候吃的蛋糕、罐頭、蠟燭…，通常長得像右邊的圖。  
上下底面是兩個半徑\_\_\_\_的\_\_\_\_形，  
這種立體圖形，我們稱為\_\_\_\_\_。

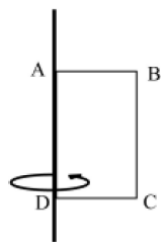


★筆記

〈註〉在國中階段如果沒有特別說明，圓柱指的都是直圓柱  
(兩個底圓圓心連線和底面垂直)

☆ 有時候去百貨公司或某些飯店有旋轉門，  
門板轉一圈旋轉出來的空間就可以形成  
一個\_\_\_\_\_。

〈舉例〉如右圖，將長方形  $ABCD$  以  $\overline{AD}$  為轉軸  
旋轉一圈，則



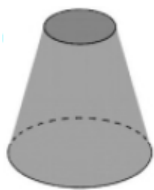
- (1) 以  $\overline{AB}$  掃過的區域會形成\_\_\_\_\_。
- (2) 長方形  $ABCD$  掃過的區域會形成\_\_\_\_\_。



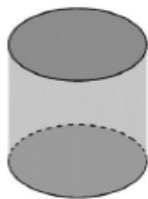
## 牛刀小試 04

1. \_\_\_\_\_試判斷下列哪些圖形為圓柱？

(A)



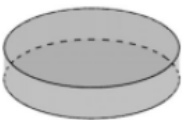
(B)



(C)



(D)



2. 如右圖，在竹棒上黏貼一張長方形紙片，  
然後用兩手夾住竹棒快速旋轉，則：

(1)  $\overline{CD}$  旋轉後，所掃過的區域會  
形成\_\_\_\_\_。面積是\_\_\_\_\_。

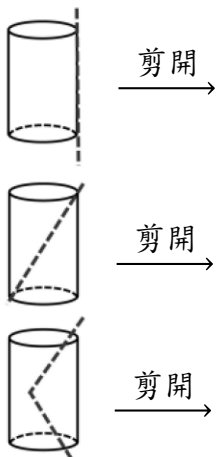
(2) 長方形  $ABCD$  掃過的區域  
會形成\_\_\_\_\_。

(3) 請畫出旋轉後的圖形



# 概念 04 圓柱的展開圖

☆我們知道圓柱的上下底面是兩個半徑\_\_\_\_\_的\_\_\_\_\_形  
側面剪開會是什麼樣子呢？



☆柱體的表面積就是\_\_\_\_\_的面積  
=\_\_\_\_\_面+\_\_\_\_\_面



★筆記

如果把圓柱的側面展開成一個長方形

我們知道這個長方形的

長是底面圓\_\_\_\_\_

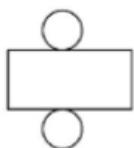
寬是圓柱的\_\_\_\_\_



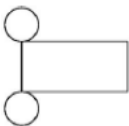
## 牛刀小試 05

1. 下面的四個圖中哪些不是圓柱的展開圖？  
並說明原因。

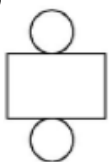
(A)



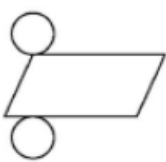
(B)



(C)

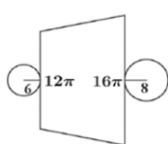


(D)

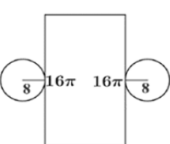


2. 下面的四個圖中哪些不是圓柱的展開圖？  
並說明原因。

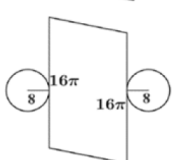
(A)



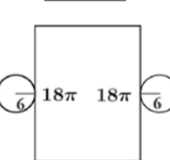
(B)



(C)



(D)



3. 下圖為一圓柱的展開圖，若矩形  $ABCD$

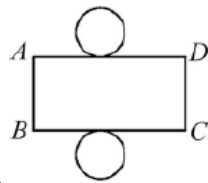
長是  $\overline{AD} = 4\pi$

寬是  $\overline{AB} = 4$ ，試求

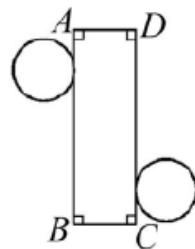
圓柱的高 = \_\_\_\_\_。

底圓的圓周長 = \_\_\_\_\_

底圓的半徑 = \_\_\_\_\_。



4. 右圖為一圓柱的展開圖，若底圓半徑是 6，  
則  $\overline{AB} =$  \_\_\_\_\_。





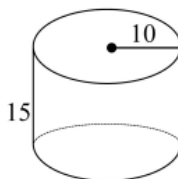
## 例題 02 圓柱的表面積和體積



阿文的生日蛋糕可以當作一個圓柱，如右圖，  
底面圓形半徑為 10 公分，圓柱高為 15 公分，求

(1) 圓柱的表面積

(1) 圓柱的體積



★筆記

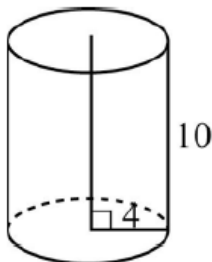
☆ ① 柱體的表面積 = \_\_\_\_\_ 的面積  
= \_\_\_\_\_ 面 + \_\_\_\_\_ 面

② 角柱的體積 = \_\_\_\_\_ × \_\_\_\_\_



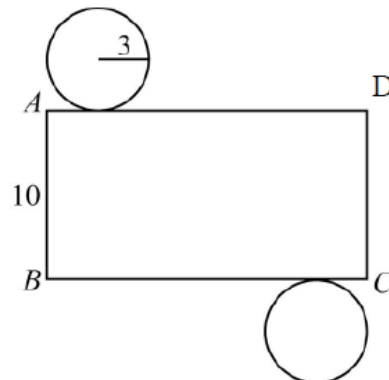
## 牛刀小試 06

1. 右圖底圓半徑為 4 公分，高 10 公分的圓柱，此圓柱的底面的圓面積為 \_\_\_\_\_ 平方公分，體積為 \_\_\_\_\_ 立方公分。



2. 右圖為圓柱展開圖，其中底圓半徑為 3 公分，柱高為 10 公分，若此展開圖中間矩形  $ABCD$  中  $\overline{AB}$  的長度為 10 公分。

- (1)  $\overline{AD}$  長度為 \_\_\_\_\_ 公分。  
(2) 圓柱的表面積 \_\_\_\_\_ 平方公分。  
(3) 圓柱的體積 \_\_\_\_\_ 立方公分。



# 概念 05 認識角錐

☆ 金字塔長的像右邊的圖如果底面是\_\_\_\_\_多邊形而且側面都是\_\_\_\_\_的\_\_\_\_\_形。這種立體圖形我們稱為\_\_\_\_\_。



★筆記

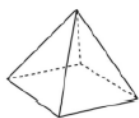
〈註〉在國中階段如果沒有特別說明，角錐指的都是\_\_\_\_\_。

☆ 底面是正三角形就稱為\_\_\_\_\_  
底面是正方形就稱為\_\_\_\_\_  
底面是正五邊形就稱為\_\_\_\_\_  
底面是正六邊形就稱為\_\_\_\_\_  
底面是正  $n$  邊形就稱為\_\_\_\_\_

〈舉例〉



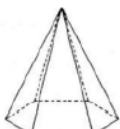
( )



( )



( )



( )



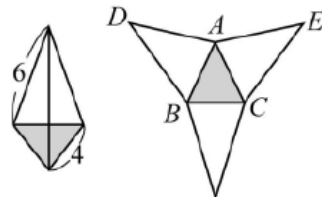
## 牛刀小試 07

1. 下列角柱各有幾個頂點？幾個邊？幾個面？

角柱	頂點數	邊數	面數
三角錐			
四角錐			
五角錐			
六角錐			
N 角錐			

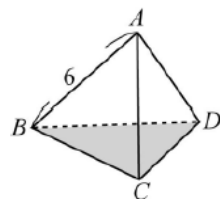
2. (1) \_\_\_\_\_ 角錐有 10 個頂點。  
(2) \_\_\_\_\_ 角錐有 10 個邊。  
(3) \_\_\_\_\_ 角錐有 10 個面。

3. 下圖為正三角錐



- (1) 底面是\_\_\_\_\_形。  
(2) 側面是\_\_\_\_\_形。  
(3)  $\overline{BC} =$ \_\_\_\_\_。  
(4)  $\overline{AD} =$ \_\_\_\_\_。  
(5)  $\overline{AE} =$ \_\_\_\_\_。





3. 右圖為正四面體。



- (1) 底面是\_\_\_\_\_形。  
(2) 側面是\_\_\_\_\_形。  
(3)  $\overline{BC} =$ \_\_\_\_\_。  
(4)  $\overline{AD} =$ \_\_\_\_\_。

## 概念 06 角錐的展開圖

☆角錐的展開圖是由  
正多邊形和全等的等腰三角形組合而成，  
展開圖會因為不同的拆開方式而有所不同  
請看影片或參考課本畫出下列角柱的展開圖

	三角錐	四角錐	五角錐	六角錐
立體圖形				
展開圖				

☆錐體的表面積 = \_\_\_\_\_ 的面積  
= \_\_\_\_\_ 面 + \_\_\_\_\_ 面  
( \_\_\_\_\_ 形 ) + ( \_\_\_\_\_ 形 )



★筆記

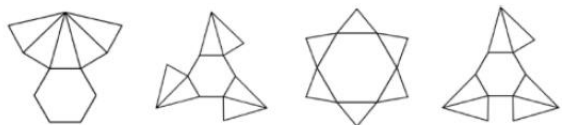
如果有一個三角錐，  
底面和側面都是正三角形，  
我們稱\_\_\_\_\_



## 牛刀小試 08

1. 請找出下列合理的六角錐展開圖，並找出其他展開圖錯誤的原因。

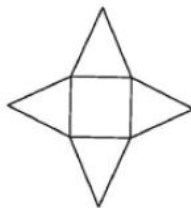
- (A) 正確
- (B) 少一個面
- (C) 側面邊長無法構成角錐
- (D) 有側面會重疊



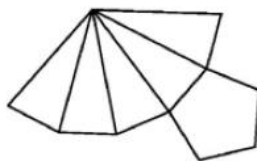
\_\_\_\_\_

2. 下列各是什麼形體的展開圖？

(1)



(2)



(3)





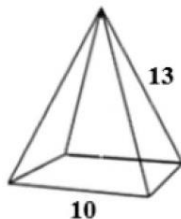


## 例題 03 角錐的表面積



已知：正四角錐，如右圖

若側面的等腰三角形的底是10，腰是13，  
求它的表面積是多少？

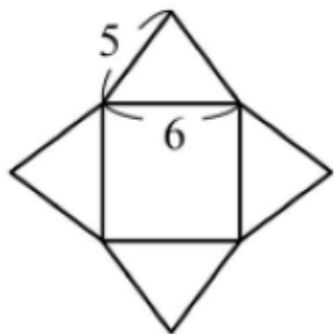


★筆記



## 牛刀小試 09

1. 下圖是一正四角錐的展開圖，求此角錐的表面積？

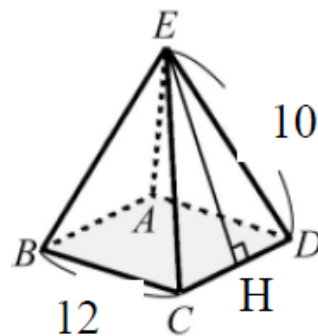


單位：公分

2. 下圖為一正四角錐， $\overline{EH} \perp \overline{CD}$ ，  
 $\overline{EH} = 10$ ， $\overline{BC} = 12$ ，

(1) 四邊形  $ABCD$  是\_\_\_\_\_形

(2) 求此正四角錐的表面積。



## 概念 07 認識圓錐

☆ 你有吃過甜筒嗎？

冰淇淋甜筒，派對帽…，通常長得像右邊的圖。

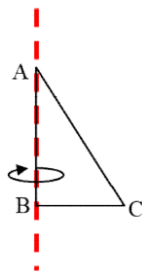
有\_\_\_\_\_個頂點，\_\_\_\_\_圓形底面和側面  
所組成這種立體圖形，我們稱為\_\_\_\_\_。



★ 筆記

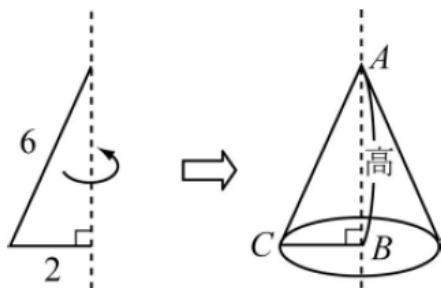
〈註〉在國中階段如果沒有特別說明，圓錐指的都是直圓錐  
(頂點與底面圓心連線和底面垂直)

〈舉例〉如果拿一個直角三角形紙板， $\angle B$   
是直角，而且  $\overline{BC}$  貼齊桌面固定  $B$   
點，以  $\overline{BC}$  為轉軸，旋轉一圈，掃  
過的區域會形成



### 牛刀小試 10

1. 在竹棒上貼一個直角 $\triangle$ 紙片，然後用手夾  
在竹棒，快速旋轉。



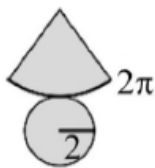
(1) 請問旋轉後的圖形邊是\_\_\_\_\_

(2)  $\overline{BC} =$  \_\_\_\_\_， $\overline{AC} =$  \_\_\_\_\_

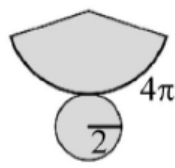
(3) 底圓的圓周長=\_\_\_\_\_

2. 下列何者是合理的圓錐展開圖？

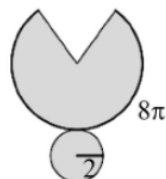
(A)



(B)

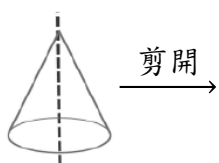


(C)



## 概念 08 圓錐的展開圖

☆ 我們知道圓錐是由\_\_\_\_\_個頂點，\_\_\_\_\_個圓形底面和側面所組成側面剪開會是什麼樣子呢？



☆ 圓錐的表面積就是\_\_\_\_\_的面積  
= 底面\_\_\_\_\_形 + 側面\_\_\_\_\_形



★ 筆記

如果把圓錐的側面展開成一個扇形，我們知道扇形的弧長是底面圓的\_\_\_\_\_

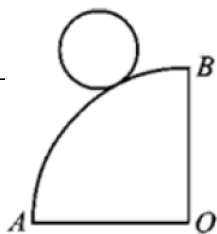
扇形半徑是\_\_\_\_\_點到圓周的長



### 牛刀小試 11

1. 右圖為一圓錐的展開圖，若扇形半徑  $\overline{AO} = 12$ ， $\widehat{AB} = 6\pi$

試求底圓的半徑=\_\_\_\_\_

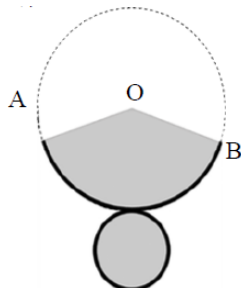


2. 底圓半徑5公分的圓錐展開圖中，若展開後的扇形半徑為15公分，

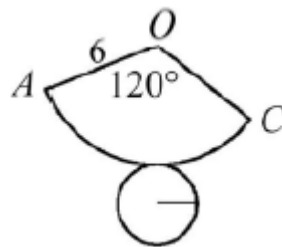
(1) 底圓周長=\_\_\_\_\_公分

(2) 圓O周長為\_\_\_\_\_公分

- (3) 此扇形佔圓O面積的幾分之幾？



3. 圖為一圓錐的展開圖，O為圓錐頂點，若  $\overline{AO} = 6$  公分，且  $\angle AOC = 120^\circ$ ，求此圓錐扇形OAC面積。





## 例題 04 圓錐的表面積



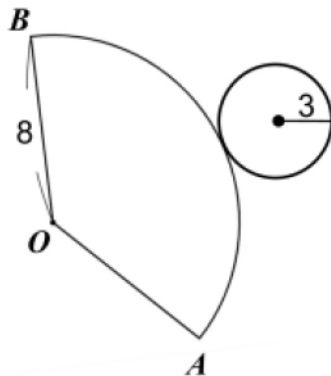
右圖是一個圓錐的展開圖，

若底面半徑是 3。扇形半徑是 8，求

(1) 弧  $\widehat{AB}$  的長度

(2)  $\angle AOC$  的度數

(3) 圓錐的表面積



★筆記



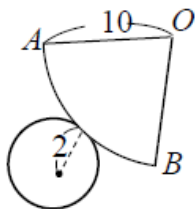
## 牛刀小試 12

1. 下圖是一圓錐的展開圖，試求：

(1) 弧  $\widehat{AB}$  長=\_\_\_\_\_

(2)  $\angle AOC$  = \_\_\_\_\_

(3) 圓錐表面積=\_\_\_\_\_



2. 下圖是一圓錐的展開圖，試求：

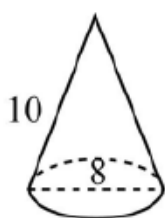
(1)  $\widehat{AB}$  = \_\_\_\_\_

(2) 弧  $\widehat{BC}$  長=\_\_\_\_\_

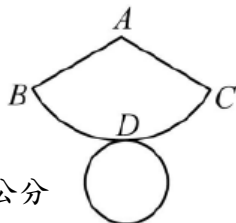
(3)  $\angle BAC$  = \_\_\_\_\_

(4) 圓錐底面積 = \_\_\_\_\_

(5) 圓錐表面積 = \_\_\_\_\_



單位：公分

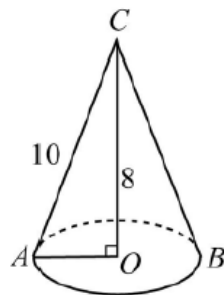


3. 下圖是一圓錐，試求：

(1)  $\widehat{AO}$  = \_\_\_\_\_

(2) 扇形  $CAB$  面積 = \_\_\_\_\_

(3) 圓錐表面積 = \_\_\_\_\_



單位：公分

# 概念 09 空間中的垂直

☆ 我們觀察一個長方體，

相鄰兩面會互相\_\_\_\_\_

記為矩形  $ABCD$  \_\_\_\_\_ 矩形  $CGHD$

☆ 如果我們要判斷空間中

兩個平面  $S$  和  $T$  有沒有垂直，

如果  $S$  和  $T$  可以和長方體相鄰的兩面緊密貼合

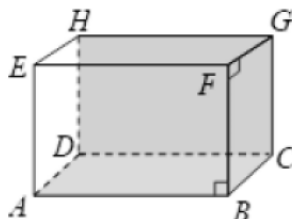
我們說， $S$  和  $T$  垂直，記為\_\_\_\_\_

☆ 長方體中，高和底面會垂直，如上圖，

直線  $\overrightarrow{AE}$  和底面  $ABCD$  垂直，記為  $\overrightarrow{AE}$  \_\_\_\_\_ 平面  $ABCD$

此時，底面  $ABCD$  上通過垂足  $A$  的任一條直線都和  $\overrightarrow{AE}$  垂直

比方說： $\overrightarrow{AE} \perp$  \_\_\_\_\_， $\overrightarrow{AE} \perp$  \_\_\_\_\_， $\overrightarrow{AE} \perp$  \_\_\_\_\_

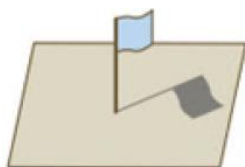


★筆記



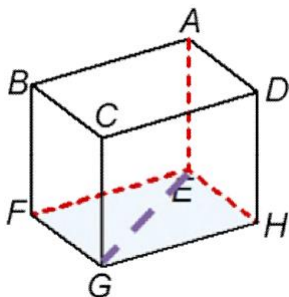
## 牛刀小試 13

- 旗杆與操場地面互相垂直，那麼旗杆的影子會與旗杆垂直嗎？

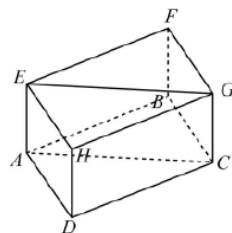


- 下圖為長方體

- $\overrightarrow{AE}$  和哪些平面垂直呢？\_\_\_\_\_
- 當  $\overrightarrow{AE}$  與平面  $EFGH$  垂直， $\overrightarrow{AE}$  會和平面  $EFGH$  上的哪些直線垂直呢？  
\_\_\_\_\_
- $\angle CGE =$  \_\_\_\_\_ 度； $\angle ADC =$  \_\_\_\_\_ 度

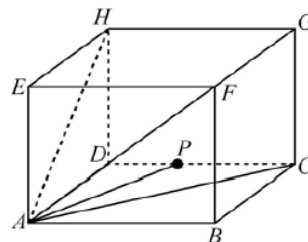


- 下圖為一長方體，請勾選出與  $\overrightarrow{AE}$  垂直的直線。（可複選）



☐  $\overrightarrow{AB}$  ☐  $\overrightarrow{AC}$  ☐  $\overrightarrow{AD}$  ☐  $\overrightarrow{EG}$  ☐  $\overrightarrow{AH}$  ☐  $\overrightarrow{AF}$

- 如圖，長方體中， $P$  為  $\overline{CD}$  上的一點。



- $AP$  在哪一個平面上呢？
- 請勾選出與  $\overrightarrow{AE}$  垂直的線段。（可複選）

☐  $\overline{EH}$  ☐  $\overline{AC}$  ☐  $\overline{AP}$  ☐  $\overline{AG}$  ☐  $\overline{AD}$  ☐  $\overline{AH}$



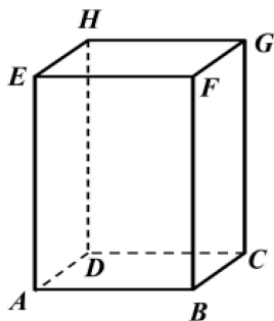
## 例題 05 長方體或正方體的對角線



已知：右圖是一個長方體

若  $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{BC} = 3$ ， $\overline{CG} = 12$ ，求

- (1)  $\overline{AC} = ?$
- (2)  $\triangle ACG$  是什麼三角形？
- (3)  $\overline{AG} = ?$

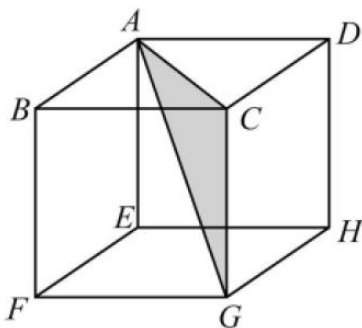


★筆記



## 牛刀小試 14

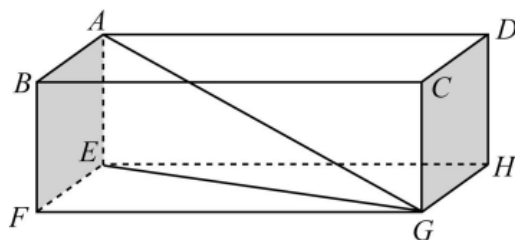
1. 下圖為邊長 1 公分的正方體，則



- (1)  $\overline{AC} =$  \_\_\_\_\_
- (2)  $\angle ACG =$  \_\_\_\_\_
- (3)  $\overline{AG} =$  \_\_\_\_\_

2. 下圖是一個長方體盒子，

$\overline{AB} = 3$ ， $\overline{BF} = 5$ ， $\overline{FG} = 12$ ，則



- (1)  $\overline{EG} =$  \_\_\_\_\_
- (2)  $\angle AEG =$  \_\_\_\_\_
- (3)  $\overline{AG} =$  \_\_\_\_\_

# 概念 10 空間中的平行與歪斜

☆ 右圖是一個長方體

## 1. 平面和平面

相對的兩面會互\_\_\_\_\_

$ABCD$  和  $EFGH$  會互相\_\_\_\_\_，

記為  $ABCD$  \_\_\_\_\_  $EFGH$

空間中的平行與歪斜

## 2. 直線和平面

底面  $EFGH$  上的  $\overrightarrow{EF}$ 、 $\overrightarrow{EG}$ 、 $\overrightarrow{EH}$  不相交，我們說

$\overrightarrow{EF}$ 、 $\overrightarrow{EG}$ 、 $\overrightarrow{EH}$  都和底面  $ABCD$  \_\_\_\_\_

## 3. 直線和直線

(1)  $\overrightarrow{FG}$  和  $\overrightarrow{BC}$  不相交，而且都\_\_\_\_\_在同一平面  $BCGF$  上，

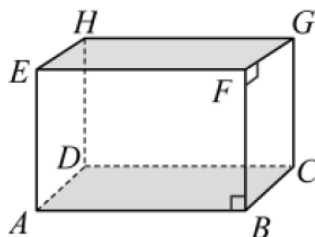
我們說， $\overrightarrow{BC} \parallel \overrightarrow{FG}$

其他例子：\_\_\_\_\_

(2)  $\overrightarrow{EH}$  和  $\overrightarrow{AB}$  不相交，而且\_\_\_\_\_不在同一平面上，

我們說， $\overrightarrow{EH}$  和  $\overrightarrow{AB}$  互相\_\_\_\_\_

$\overrightarrow{EH}$  和 \_\_\_\_\_， $\overrightarrow{EF}$  和 \_\_\_\_\_，也互相\_\_\_\_\_



★ 筆記



## 牛刀小試 15

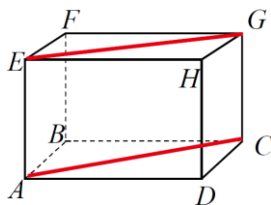
1. 右圖為一長方形，請問下列直線與  $\overrightarrow{EG}$  是何種關係？

(A) 平行

(B) 垂直

(C) 歪斜

(D) 不是平行，不是垂直也不是歪斜



(1)  $\overrightarrow{EG}$  和  $\overrightarrow{CG}$  \_\_\_\_\_

(2)  $\overrightarrow{EG}$  和  $\overrightarrow{AC}$  \_\_\_\_\_

(3)  $\overrightarrow{EG}$  和  $\overrightarrow{AE}$  \_\_\_\_\_

(4)  $\overrightarrow{EG}$  和  $\overrightarrow{EH}$  \_\_\_\_\_

(5)  $\overrightarrow{EG}$  和  $\overrightarrow{AD}$  \_\_\_\_\_

(6) 四邊形  $AEGC$  是\_\_\_\_\_

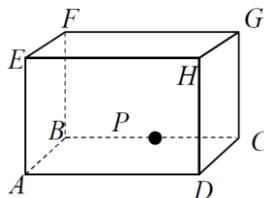
1. 右圖為一長方形，請問下列直線與  $\overrightarrow{CG}$  是何種關係？

(A) 平行

(B) 垂直

(C) 歪斜

(D) 不是平行，不是垂直也不是歪斜



(1)  $\overrightarrow{CG}$  和  $\overrightarrow{FG}$  \_\_\_\_\_

(2)  $\overrightarrow{CG}$  和  $\overrightarrow{AC}$  \_\_\_\_\_

(3)  $\overrightarrow{CG}$  和  $\overrightarrow{AE}$  \_\_\_\_\_

(4)  $\overrightarrow{CG}$  和  $\overrightarrow{CH}$  \_\_\_\_\_

(5)  $\overrightarrow{CG}$  和  $\overrightarrow{AD}$  \_\_\_\_\_

(6)  $P$  點在  $\overrightarrow{BC}$  上，請問  $\triangle HPD$  是不是直角三角形\_\_\_\_\_



# 解答篇

## 牛刀小試 1

1.

角柱	頂點數	邊數	面數
三角柱	6	9	5
四角柱	8	12	6
五角柱	10	15	7
六角柱	12	18	8
N 角柱	2N	3N	N+2

2. (1) 三

(2) 2, 全等三角形

(3) 3, 長方形

(4) 平行

(5) 高

(6) 垂直

3. (1) 八

(2) 10

(3) 24

## 牛刀小試 2

1. B, D, C, A

2. (1) 五角柱

(2) 三角柱

3. D, B

4. (1) C

(2) E

## 牛刀小試 3

1. (1) 表面積 336

(2) 體積 288

2. (1)  $12\sqrt{3} + 72$

(2)  $36\sqrt{3}$

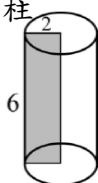
## 牛刀小試 4

1. (1) B, D

2. (1) 圓形,  $4\pi$

(2) 圓柱

(3)



## 牛刀小試 5

1. C, 側面邊長與底面無法對應

2. B, C

3. (1) 3 (2)  $4\pi$  (3) 2

4.  $12\pi$

## 牛刀小試 6

1.  $16\pi, 160\pi$

2. (1)  $6\pi$  (2)  $78\pi$  (3)  $90\pi$

## 牛刀小試 7

1.

角柱	頂點數	邊數	面數
三角錐	4	6	4
四角錐	5	8	5
五角錐	6	10	6
六角錐	7	12	7
N 角錐	N+1	2N	N+1

2. (1) 九 (2) 五 (3) 九

3. (1) 正三角形

(2) 等腰三角形

(3) 4 (4) 6 (5) 6

4. (1) 正三角形

(2) 正三角形

(3) 6 (4) 6

## 牛刀小試 8

1. B, A, C, D

2. (1) 四角錐

(2) 五角錐

(3) 正三角錐 (正四面體)

## 牛刀小試 9

1. 84

2. (1) 正方形 (2) 336

## 牛刀小試 10

1. (1) 圓錐 (2) 2, 6 (3)  $4\pi$

2. B

## 牛刀小試 11

1. 3

2. (1)  $10\pi$  (2)  $30\pi$  (3)  $\frac{1}{3}$

3.  $10\pi$

## 牛刀小試 12

1. (1)  $4\pi$  (2)  $72^\circ$  (3)  $24\pi$

2. (1) 10

(2)  $8\pi$

(3)  $144^\circ$

(4)  $16\pi$

(5)  $56\pi$

3. (1) 6 (2)  $60\pi$  (3)  $96\pi$

## 牛刀小試 13

1. 會

2. (1) 矩形 ABCD

矩形 EFGH

3. ☒  $\overleftrightarrow{AB}$  ☒  $\overleftrightarrow{AC}$  ☒  $\overleftrightarrow{AD}$

☒  $\overleftrightarrow{EG}$  ☐  $\overleftrightarrow{AH}$  ☐  $\overleftrightarrow{AF}$

4. ☒  $\overline{EH}$  ☒  $\overline{AC}$  ☒  $\overline{AP}$

☐  $\overline{AG}$  ☒  $\overline{AD}$  ☐  $\overline{AH}$

## 牛刀小試 14

1. (1)  $\sqrt{2}$

(2)  $90^\circ$

(3)  $\sqrt{3}$

2. (1)  $\sqrt{153}$

(2)  $90^\circ$

(3)  $\sqrt{178}$

## 牛刀小試 15

1. (1) B

(2) A

(3) B

(4) D

(5) C

(6) 矩 (長方)

2. (1) B

(2) B

(3) A

(4) D

(5) C

(6) 是