



B5 1-1 連比例



概念 ① 連比的意義



☆ 馥麗用 2 小杯蘋果汁、3 小杯鳳梨汁和 4 小杯芭樂汁，調製成 1 大杯平安順利快樂果汁，其中蘋果汁、鳳梨汁和芭樂汁的比為 _____，像這種 3 個或 3 個以上的比，我們就稱為 _____。

☆ 如果馥麗要製作 2 大杯平安順利快樂果汁，請問：她要準備蘋果汁 _____ 小杯、鳳梨汁 _____ 小杯、和芭樂汁 _____ 小杯。



你發現了什麼？

① $2:3:4 = \underline{\hspace{1cm}} : \underline{\hspace{1cm}} : \underline{\hspace{1cm}}$ 。

② $2:3:4 = \underline{\hspace{1cm}} : \underline{\hspace{1cm}} : \underline{\hspace{1cm}}$ 。

③ $2:3:4 = \underline{\hspace{1cm}} : \underline{\hspace{1cm}} : \underline{\hspace{1cm}}$ 。

☆ 筆記



牛刀小試 1

1. 瑞好調製一杯黃金比例的木瓜牛奶，其原料是木瓜 4 份，牛奶 5 份，冰塊 1 份，請完成下列表格，並回答問題。

木瓜牛奶	木瓜(份)	牛奶(份)	冰塊(份)
1 杯	4	5	1
2 杯			
6 杯	24		

(1) 1 杯木瓜牛奶中所含的木瓜、牛奶、冰塊的份量比為 4:5:1。

(2) 若調製 2 杯口味相同的木瓜牛奶，則木瓜、牛奶、冰塊的份量比為 _____。

(3) $4:5:1 = \underline{\hspace{1cm}} : 10 : \underline{\hspace{1cm}}$

2. 晨希家飲料店只賣紅茶 20 元，珍珠奶茶 30 元，多多綠茶 50 元，三種飲料完成下列表格並回答問題。

飲料(杯)	紅茶(杯)	珍珠奶茶(杯)	多多綠茶(杯)
原價(元)	20	30	50
半價(元)			
七折價(元)	14		

- (1) 這三種飲料的價錢比是 _____。
- (2) 因疫情關係，全部飲品半價大優待，三種飲料的價錢比是 _____。

(3) $20:30:\boxed{50} = \underline{\hspace{1cm}} : \underline{\hspace{1cm}} : \boxed{25}$

原價
半價

同 $\times 0.5$

3. 利用連比性質完成下表

(1) $3:4:\boxed{5} = \underline{\hspace{1cm}} : \underline{\hspace{1cm}} : \boxed{10}$

同 $\times 2$

(2) $2:\boxed{5}:8 = \underline{\hspace{1cm}} : \boxed{15} : \underline{\hspace{1cm}}$

(3) $1:\frac{1}{2}:\frac{1}{3} = 6 : \underline{\hspace{1cm}} : \underline{\hspace{1cm}}$



☆ 在概念 1 提到馥麗利用 2 小杯蘋果汁、3 小杯鳳梨汁和 4 小杯芭樂汁，調製成 1 大杯平安順利快樂果汁，好朋友家慧也想調製出味道一樣的果汁，如果她用 a 小杯蘋果汁、 b 小杯鳳梨汁和 c 小杯芭樂汁，請問 $a:b:c=$ _____，像這樣的式子，稱為_____。



☆ ① $a:b=2:3 \Rightarrow$ _____

② $a:b:c=2:3:4 \Rightarrow ?$

③ $a:b:c=2:3:4 \Rightarrow a:b=$ _____。

$b:c=$ _____。

$a:c=$ _____。

☆筆記



牛刀小試 2

1. 1 杯芋見你真好是用 3 份芋圓，2 份芋頭、5 份牛奶調製而成。

(1) 調製 1 杯芋見你真好所需的原料芋圓、芋頭、牛奶的份量比
= $\underline{\hspace{1cm}}:\underline{\hspace{1cm}}:\underline{\hspace{1cm}}$

(2) 芋圓份量：芋頭份量= $\underline{\hspace{1cm}}:\underline{\hspace{1cm}}$
芋頭份量：牛奶份量= $\underline{\hspace{1cm}}:\underline{\hspace{1cm}}$
芋圓份量：牛奶份量= $\underline{\hspace{1cm}}:\underline{\hspace{1cm}}$

(3) 若想要調製出數杯味道一樣的芋見你真好，則需要 a 份芋圓、 b 份芋頭、 c 份牛奶，
則 $a:b:c=$ _____

此時 $a:b=$ _____

$b:c=$ _____

$a:c=$ _____

2. 采依調製一壺焦糖奶茶，原料是 7 杯紅茶，2 杯鮮奶，1 杯焦糖（杯子大小相同）

(1) 紅茶、鮮奶、焦糖的份量比
= $\underline{\hspace{1cm}}$

(2) 紅茶份量：鮮奶份量= $\underline{\hspace{1cm}}:\underline{\hspace{1cm}}$
鮮奶份量：焦糖份量= $\underline{\hspace{1cm}}:\underline{\hspace{1cm}}$
紅茶份量：焦糖份量= $\underline{\hspace{1cm}}:\underline{\hspace{1cm}}$

(3) 若想要調製出數杯味道一樣的焦糖奶茶，則需 a 杯紅茶、 b 杯鮮奶、 c 杯焦糖，
則 $a:b:c=$ _____

此時 $a:b=$ _____

$b:c=$ _____

$a:c=$ _____



概念

③

 $a:b:c=2:3:4$ 的意義☆ $a:b:c=2:3:4$ 是什麼意思？① a 一定是 2， b 一定是 3， c 一定是 4 嗎？② a 是 _____， b 是 _____， c 是 _____。③ 假設 $a=$ _____， $b=$ _____， $c=$ _____。(其中 _____)☆ $a:b:c=2:3:4$ 還有沒有其他的表示方法？ $a:b:c=2:3:4 \Rightarrow a:2=$ _____ $=$ _____。 $\Rightarrow \frac{a}{2}=$ _____ $=$ _____。 $\Rightarrow a=$ _____， $b=$ _____， $c=$ _____。

☆筆記

 $a:b:c=2:3:4$ 請問 a 、 b 、 c 誰最大？ $2a:3b=4:9$ 請問 $a:b=?$ 整理 $a:b:c=2:3:4 \Rightarrow$ _____ \Rightarrow _____

牛刀小試 3

1. 若 $a:b:c=1:3:5$ (1) $a:1=b:$ _____ $=c:$ _____(2) $\frac{a}{1}=\frac{b}{\square}=\frac{c}{\square}$ (3) 表示 a 是 _____ 份， b 是 _____ 份， c 是 _____ 份。(4) 假設 1 份是 r (其中 r _____ 0)
 $a=$ _____， $b=$ _____， $c=$ _____。2. 若 $a:b:c=3:4:5$ (1) $a:$ _____ $=b:4=c:$ _____(2) $\frac{a}{\square}=\frac{b}{4}=\frac{c}{\square}$ (3) 表示 a 是 _____ 份， b 是 _____ 份， c 是 _____ 份。(4) 假設 1 份是 r (其中 r _____ 0)
 $a=$ _____， $b=$ _____， $c=$ _____。3. (1) 若 $a:5=b:7=c:6$ 則 $a:b:c=$ _____。(2) 若 $a:2=b:3=c:5$ 則 $a:b:c=$ _____。4. (1) 若 $\frac{a}{4}=\frac{b}{5}=\frac{c}{6}$ 則 $a:b:c=$ _____。(2) 若 $\frac{a}{3}=\frac{b}{7}=\frac{c}{9}$ 則 $a:b:c=$ _____。5. (1) $3a:4b:c=9:8:1$ 則 $a:b:c=$ _____。(2) $5a:b:2c=10:3:8$ 則 $a:b:c=$ _____。



例題 1 連比的計算



(1) 若 $2:3:4=6:x:y$

則 $x=$ _____ , $y=$ _____ 。

(2) 若 $2:3:4=a:7:c$

則 $a=$ _____ , $c=$ _____ 。

☆筆記



牛刀小試 4

同 $\times \frac{4}{3}$

1. (1) 若 $3:4:6=6:x:y$

則 $x=$ _____ , $y=$ _____

(2) 若 $3:2:5=x:12:y$

則 $x=$ _____ , $y=$ _____

(3) 若 $8:12:9=x:y:27$

則 $x=$ _____ , $y=$ _____

(4) 若 $10:6:9=x:30:y$

則 $x=$ _____ , $y=$ _____

2. (1) 若 $3:2:5=4:x:y$

則 $x=$ _____ , $y=$ _____

2 \times

5 \times

(2) 若 $6:3:2=x:y:11$

則 $x=$ _____ , $y=$ _____

(3) 若 $5:4:9=x:6:y$

則 $x=$ _____ , $y=$ _____



例題 ② 求連比 1



(1) 若 $a:b=2:3$ 且 $b:c=3:4$

求 $a:b:c=?$

☆筆記

(2) 若 $x:z=8:7$ 且 $y:z=3:7$

求 $x:y:z=?$



牛刀小試 5

1. (1) 若 $a:b=5:4$ ，且 $b:c=4:3$

求 $a:b:c=$ _____

$a:b:c$

$5:4$

$4:3$

(2) 若 $a:c=5:3$ ，且 $b:c=2:3$

求 $a:b:c=$ _____

$a:b:c$

— : —

— : —

— : — : —

2. (1) $a:1=b:3$ ，且 $a:c=1:4$

求 $a:b:c=$ _____

(2) $a:2=c:7$ ，且 $b:3=c:7$

求 $a:b:c=$ _____

3. (1) 若 $\frac{a}{3} = \frac{b}{4}$, 且 $b : c = 4 : 5$
求 $a : b : c =$ _____

(2) 若 $\frac{a}{5} = \frac{c}{7}$, 且 $\frac{a}{5} = \frac{b}{9}$
求 $a : b : c =$ _____

4. (1) 若 $2a : b = 4 : 3$, 且 $b : c = 3 : 5$
求 $a : b : c =$ _____

(2) 若 $a : 3b = 5 : 12$, 且 $2a : 3c = 10 : 27$
求 $a : b : c =$ _____



例題 ③ 求連比 2



(1) 若 $a:b=2:3$ 且 $a:c=3:4$

求 $a:b:c=?$

☆筆記

(2) 若 $x:y=8:7$ 且 $x:z=3:2$

求 $x:y:z=?$



牛刀小試 6

1. (1) 若 $x:y=5:6$ ，且 $x:z=10:3$

求 $x:y:z=$ _____

$x: y: z$

$5: 6$

$10: \quad : 3$

2. (1) 若 $x:y=4:5$ ，且 $y:z=3:2$

求 $x:y:z=$ _____

(2) 若 $x:y=7:4$ ，且 $y:z=8:5$

求 $x:y:z=$ _____

$x: y: z$

(2) 若 $x:z=7:10$ ，且 $y:z=5:4$

求 $x:y:z=$ _____

3. (1) 若 $\frac{x}{3} = \frac{z}{2}$, 且 $y : z = 2 : 5$
求 $x : y : z =$ _____

(2) 若 $\frac{x}{5} = \frac{y}{4}$, 且 $\frac{x}{3} = \frac{z}{2}$
求 $x : y : z =$ _____

4. (1) 若 $3x : 2y = 9 : 10$, 且 $x : z = 4 : 7$,
求 $x : y : z =$ _____

(2) 若 $x : y = 3 : 8$, 且 $2y : z = 5 : 1$
求 $x : y : z =$ _____



例題 4 求連比 3



已知 a 、 b 、 c 均不為 0，且 $2a=3b$ ， $4b=5c$

求(1) $a:b$ (2) $b:c$ (3) $a:b:c$

☆筆記



牛刀小試 7

1. 已知 a 、 b 、 c 均不為 0，

且 $3a=4b$ ， $3b=5c$ ，

求(1) $a:b$ (2) $b:c$ (3) $a:b:c$

3. 已知 a 、 b 、 c 均不為 0，

且 $4a=5c$ ， $3b=2c$ ，

求(1) $a:c$ (2) $b:c$ (3) $a:b:c$

2. 已知 a 、 b 、 c 均不為 0，

且 $3a=5b$ ， $2a=3c$ ，

求(1) $a:b$ (2) $a:c$ (3) $a:b:c$

4. 已知 a 、 b 、 c 均不為 0，

且 $3a=4b$ ， $3b=2c$ ，

求(1) $a:b$ (2) $b:c$ (3) $a:b:c$

5. 已知 a 、 b 、 c 均不為 0，

且 $3a=5b$ ， $2a:3c=8:9$ ，

求(1) $a:b$ (2) $a:c$ (3) $a:b:c$

6. 已知 a 、 b 、 c 均不為 0，

且 $\frac{a}{4}=\frac{c}{5}$ ， $3b=4c$ 。

求(1) $a:c$ (2) $b:c$ (3) $a:b:c$



例題 5 求連比 4



已知 a 、 b 、 c 皆不為 0，且 $2a=3b=4c$
求 $a:b:c=?$

☆筆記



牛刀小試 8

1. 已知 a 、 b 、 c 均不為 0，
且 $2a=3b=5c$ ，求 $a:b:c=?$
(1) $a:b$ (2) $b:c$ (3) $a:b:c$

2. 已知 a 、 b 、 c 均不為 0，
且 $3a=4b=5c$ ，求 $a:b:c=?$
(1) $a:b$ (2) $b:c$ (3) $a:b:c$

3. 已知 a 、 b 、 c 均不為 0，
且 $4a=5b=7c$ ，求 $a:b:c=?$

4. 已知 a 、 b 、 c 均不為 0，
且 $5a=4b=6c$ ，求 $a:b:c=?$

5. 已知 a 、 b 、 c 均不為 0，
且 $6a=2b=3c$ ，求 $a:b:c=?$

6. 已知 a 、 b 、 c 均不為 0，
且 $\frac{a}{4}=\frac{b}{5}=\frac{c}{7}$ ，求 $a:b:c=?$
(1) $a:b$ (2) $b:c$ (3) $a:b:c$



例題 ⑥ 連比例式的計算 1



若 $a : b : c = 2 : 3 : 4$ ，求

(1) $3a : 4b : 5c = ?$

(2) $(a+b) : (b+c) : (c+a) = ?$

☆筆記

彩元說<例 6>裡面的

a 可以直接當成 2，

b 可以當成 3， c 可以當成 4，

你覺得她說的對嗎？



牛刀小試 9

1. 若 $a : b : c = 1 : 2 : 3$ ，求

(1) $2a : 3b : 4c = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

設 $a = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $c = \underline{\hspace{1cm}}$

(2) $(a+b) : (b+c) : (c+a) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 若 $a : b : c = 6 : 5 : 2$ ，求

(1) $a : 5b : 3c = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

設 $a = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $c = \underline{\hspace{1cm}}$

(2) $(a-b) : (b-c) : (a-c) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 若 $a : b : c = 3 : 12 : 5$ ，求

(1) $7a : b : 2c = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $(a+b) : (b+c) : (a+c) = \underline{\hspace{2cm}}$

4. 若 $a : b : c = 2 : 3 : 6$ ，求

$(a+2b) : (3b+c) : (4a+c)$

$= \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 若 $a : b : c = 6 : 3 : 8$ ，求

$(2a-b) : (3b-c) : (c-a)$

$= \underline{\hspace{2cm}}$ 。

6. 若 $a : b : c = 1 : 3 : 5$ ，求

$(a+3b) : (5b+c) : (10a+2c)$

$= \underline{\hspace{2cm}}$ 。



例題 7 連比例式的計算 2



已知 $a : b : c = 2 : 3 : 4$ ，則：

(1) 若 $b = 15$ ，求 $a = ?$ $c = ?$

(2) $a + b + c = 27$ ，求 $a = ?$ $b = ?$ $c = ?$

☆筆記



牛刀小試 10

1. 已知 $a : b : c = 1 : 2 : 3$

(1) 若 $b = 10$ ，求 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $c = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 若 $a + b + c = 24$ ，則

$a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $c = \underline{\hspace{2cm}}$

(1) 設 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $c = \underline{\hspace{2cm}}$

2. 已知 $a : b : c = 6 : 3 : 2$

(1) 若 $a = 48$ ，求 $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $c = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 若 $a + b + c = 55$ ，則

$a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $c = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(1) 設 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $c = \underline{\hspace{2cm}}$

3. 已知 $a : b : c = 3 : 5 : 7$

(1) 若 $c = 42$ ，求 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 若 $a + b + c = 60$ ，則

$(a + 1) : (b + 1) : (c + 1) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 已知 $3a = 2b = c$

(1) 若 $b = 3$ ，求 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $c = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $a : b : c = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) 若 $a + b + c = 44$ ，則

$a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $c = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 已知 $2a = 3b = 6c$

(1) 若 $a = 6$ ，求 $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $c = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $a : b : c = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(3) 若 $a + b + c = 30$ ，則

$a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $c = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

**例題****8****連比例的應用**

皓柔、珮瑜、苡安都喜歡動漫，他們一起出錢買了一個 1200 元的公仔，已知：三人出錢的比為 3 : 4 : 5，則三分別出了多少錢？

☆筆記

**牛刀小試 11**

1. 玉米蛋炒飯中，白飯、玉米、蛋的重量比是 5 : 2 : 1，若超好吃玉米蛋炒飯是 560 克，則白飯要準備_____克，
玉米要準備_____克，蛋要準備_____克。
- 設 白飯 ____克
玉米 ____克
蛋 ____克

2. 冠狀病毒愛心捐款，甲、乙、丙三人共捐了 4800 元，已知甲、乙、丙三人捐款的比是 5 : 4 : 3，則三人各捐多少錢？

3. 已知一個三角形的三邊長比是 5 : 4 : 3，且三邊長的和(即周長)是 60 公分，則三邊長中最短的邊長是_____公分。



解 答 篇

牛刀小試 1

1.

木瓜 牛奶	木瓜 (份)	牛奶 (份)	冰塊 (份)
1 杯	4	5	1
2 杯	8	10	2
6 杯	24	30	6

- (1) $4:5:1$
 (2) $8:10:2$
 (3) $4:5:1=8:10:2$

2.

飲料 (杯)	紅茶 (杯)	珍珠奶 茶(杯)	多多綠 茶(杯)
原價 (元)	20	30	50
半價 (元)	10	15	25
七折價 (元)	14	21	35

- (1) $20:30:50$
 (2) $10:15:25$
 (3) $20:30:50=\underline{10}:\underline{15}:25$
 3. (1) $3:4:5=\underline{6}:\underline{8}:10$
 (2) $2:5:8=\underline{6}:\underline{15}:\underline{24}$
 (1) $1:\frac{1}{2}:\frac{1}{3}=6:\underline{3}:\underline{2}$

牛刀小試 2

1.

- (1) $3:2:5$
 (2) $3:2$
 $2:5$
 $3:5$
 (3) $3:2:5$
 $3:2$
 $2:5$
 $3:5$

2.

- (1) $7:2:1$
 (2) $7:2$
 $2:1$
 $7:1$
 (3) $7:2:1$
 $7:2$
 $2:1$
 $7:1$

牛刀小試 3

1.

- (1) $3, 5$
 (2) $3, 5$
 (3) $1, 3, 5$
 (4) ($r \neq 0$)
 $1r, 3r, 5r$

2.

- (1) $3, 5$
 (2) $3, 5$
 (3) $3, 4, 5$
 (4) ($r \neq 0$)
 $3r, 4r, 5r$

3.

- (1) $5:7:6$
 (2) $2:3:5$
 4.
 (1) $4:5:6$

(2) $3:7:9$

5. (1) $3:2:1$

(2) $2:3:4$

牛刀小試 4

1.

- (1) $x=8, y=12$
 (2) $x=18, y=30$
 (3) $x=24, y=36$
 (4) $x=50, y=45$

2.

- (1) $x=\frac{8}{3}, y=\frac{20}{3}$
 (2) $x=33, y=\frac{33}{2}$
 (3) $x=\frac{15}{2}, y=\frac{27}{2}$

牛刀小試 5

1.

- (1) $5:4:3$
 (2) $5:2:3$

2.

- (1) $1:3:4$
 (2) $2:3:7$
 3.
 (1) $3:4:5$
 (2) $5:9:7$

4.

- (1) $2:3:5$
 (2) $5:4:9$

牛刀小試 6

1.

- (1) $10:12:3$
 (2) $14:8:5$

2.

- (1) $12:15:10$
 (2) $14:25:20$

3.

- (1) $15:4:10$
 (2) $15:12:10$

4.

- (1) $12:20:21$
 (2) $15:40:16$

牛刀小試 7

1.

- (1) $4:3$
 (2) $5:3$
 (3) $20:15:9$

2.

- (1) $5:3$
 (2) $3:2$
 (3) $15:9:10$

3.

- (1) $5:4$
 (2) $2:3$
 (3) $15:8:12$

4.

- (1) $4:3$
 (2) $2:3$
 (3) $8:6:9$

5.

- (1) $5:3$
 (2) $4:3$

(3) $20:12:15$

6.

- (1) $4:5$
 (2) $4:3$
 (3) $12:20:15$

牛刀小試 8

1. $15:10:6$
 2. $20:15:12$
 3. $35:28:20$
 4. $12:15:10$
 5. $1:3:2$
 6. $4:5:7$

牛刀小試 9

1.

- (1) $1:3:6$
 (2) $3:5:4$

2.

- (1) $6:25:6$
 (2) $1:3:4$

3.

- (1) $21:12:10$
 (2) $15:17:8$

4.

- $8:15:14$
 5.

$9:1:2$

6.

$1:2:2$

牛刀小試 10

1.

- (1) $a=5, c=15$
 (2) $a=4, b=8, c=12$

2.

- (1) $b=24, c=16$
 (2) $a=30, b=15, c=10$

3.

- (1) $b=18, b=30$
 (2) $13:21:29$

4.

- (1) $a=2, c=6$
 (2) $2:3:6$
 (3) $a=8, b=12, c=24$

5.

- (1) $b=4, c=2$
 (2) $3:2:1$
 (3) $a=15, b=10, c=5$

牛刀小試 11

1. 白飯350克, 玉米140克, 蛋70克
 2. 甲2000元, 乙1600元, 丙1200元
 3. 15



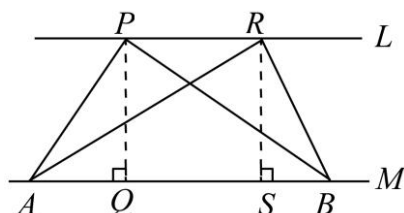
B5 1-2 平行線截比例線段



概念 ① 同底等高的△面積相等



☆



已知： $L \parallel M$ ， \overline{PQ} 和 \overline{RS} 分別為
 $\triangle ABP$ 和 $\triangle ABR$ 的高

請問：(1) \overline{PQ} 和 \overline{RS} 是否相等？為什麼？

(2) $\triangle ABP$ 和 $\triangle ABR$ 面積是否相等？
為什麼？

☆筆記

因為

所以



整理

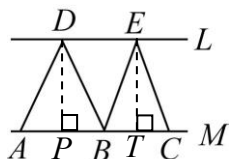


牛刀小試 1

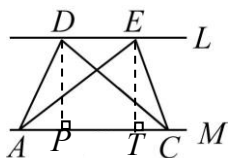
1. 如圖， $L \parallel M$ ， $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{BC} = 2$

(1) $\triangle ABD$ 的高 \overline{DP} 和 $\triangle BCE$ 的高 \overline{ET}
相等嗎？

(2) 求 $\triangle ABD$ 面積： $\triangle BCE$ 面積＝？

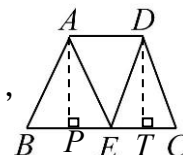


2. 如圖， $L \parallel M$ ， $\triangle DAC$ 面積和 $\triangle EAC$ 面積
相等嗎？為什麼？



3. 如圖，梯形ABCD中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$

E是 \overline{BC} 上的一點，且 $\overline{BE} = 5$ ，
 $\overline{EC} = 2$ 。

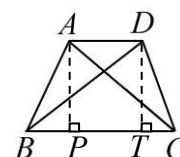


(1) $\triangle ABE$ 面積： $\triangle DEC$ 面積＝？

(2) 若 $\triangle ABE$ 面積是10，求 $\triangle DEC$ 面積＝？

4. 如圖，梯形ABCD中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ，

若 $\triangle ABC$ 面積＝15，則 $\triangle DBC$ 面積＝？



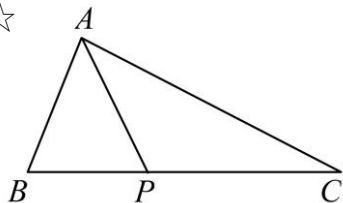


概念

② 同高的△面積比



☆

已知： $\overline{BP} : \overline{PC} = 2 : 3$ 請問： $\triangle ABP$ 面積： $\triangle ACP$ 面積 = ?

☆筆記

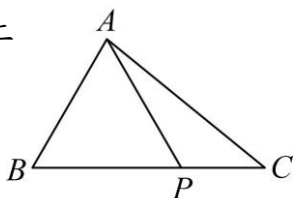


整理



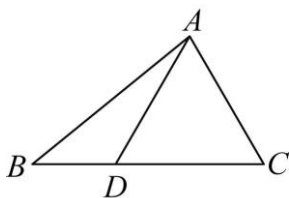
牛刀小試 2

1. $\triangle ABC$ 中， P 是 \overline{BC} 上的一點，若 $\overline{BP} = 5$ ， $\overline{CP} = 2$ ，求



- (1) 請畫出 $\triangle ABC$ 中 \overline{BC} 上的高 \overline{AH} 。
- (2) $\triangle ABP$ 面積： $\triangle ACP$ 面積 = ?
- (3) $\triangle ABP$ 面積： $\triangle ABC$ 面積 = ?
- (4) 若 $\triangle ABP$ 面積 = 20，求 $\triangle ACP$ 面積 = ?

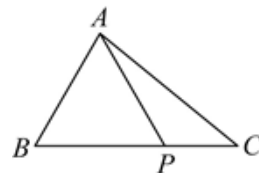
2. $\triangle ABC$ 中， D 是 \overline{BC} 上的一點，若 $\overline{BD} = 3$ ， $\overline{CD} = 5$ ，求



- (1) 請畫出 $\triangle ABC$ 中 \overline{BC} 上的高 \overline{AH} 。
- (2) $\triangle ABD$ 面積： $\triangle ACD$ 面積 = ?
- (3) $\triangle ABD$ 面積： $\triangle ABC$ 面積 = ?
- (4) 若 $\triangle ABD$ 面積 = 9，求 $\triangle ACD$ 面積 = ?

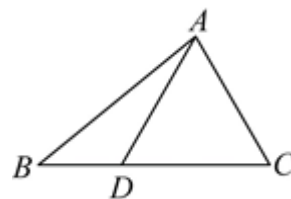
3. $\triangle ABC$ 中， P 是 \overline{BC} 上的一點，若 $\overline{BP} = 4$ ， $\overline{CP} = 3$ ，求

- (1) 請畫出 $\triangle ABC$ 中 \overline{BC} 上的高 \overline{AH} 。
- (2) $\triangle ABP$ 面積： $\triangle ACP$ 面積 = ?
- (3) 若 $\triangle ABP$ 面積 = 20，求 $\triangle ACP$ 面積 = ?



4. $\triangle ABC$ 中， D 是 \overline{BC} 上的一點，若 $\overline{CD} = 7$ ， $\overline{DB} = 4$ ，求

- (1) 請畫出 $\triangle ABC$ 中 \overline{BC} 上的高 \overline{AH} 。
- (2) $\triangle ABD$ 面積： $\triangle ACD$ 面積 = ?
- (3) 若 $\triangle ACD$ 面積 = 21，求 $\triangle ADB$ 面積 = ?

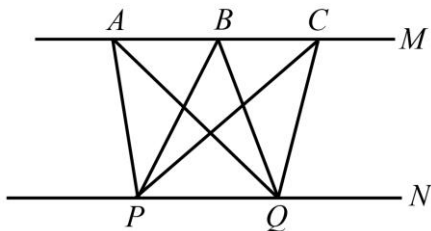




例題 1 三角形的面積比

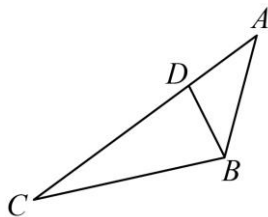


(1)



已知： $M \parallel N$ ， $\triangle PQA$ 面積是 a ，
 $\triangle PQB$ 面積是 b ， $\triangle PQC$ 面積是 c
 請比較 a 、 b 、 c 的大小？

(2)



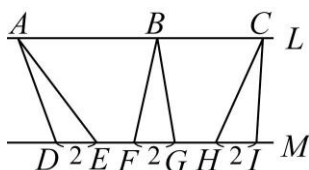
已知： $\overline{AD} = 6$ ， $\overline{CD} = 12$
 求 $\triangle ABD$ 和 $\triangle CBD$ 的面積比？

☆筆記

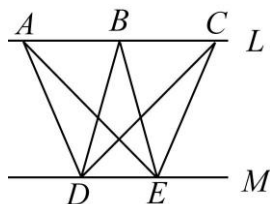


牛刀小試 3

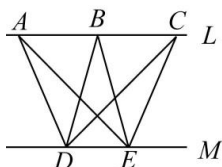
1. 已知 $L \parallel M$ ，若 $\overline{DE} = \overline{FG} = \overline{HI} = 2$ ，
 則 $\triangle ADE$ 、 $\triangle BFG$ 、 $\triangle CHI$ 的面積大小關係？



2. 已知 $L \parallel M$ ，則 $\triangle ADE$ 、 $\triangle BDE$ 、 $\triangle CDE$ 的面積大小關係？

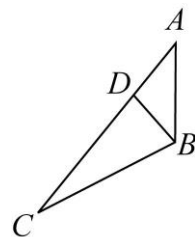


3. 已知 $L \parallel M$ ，若 $\triangle ADE$ 是 10，則 $\triangle BDE$ 、 $\triangle CDE$ 的面積為何？



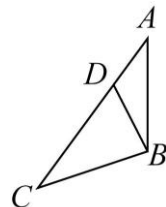
4. 已知 $\overline{AD} = 3$ ， $\overline{CD} = 4$

- (1) 畫出 $\triangle ABC$ 中以 \overline{AC} 為底邊的高 \overline{BH} 。
 (2) $\triangle BAD$ 面積： $\triangle BCD$ 面積 = ?
 (3) $\triangle BAD$ 面積： $\triangle BAC$ 面積 = ?



5. 已知 $\overline{AD} = 1$ ， $\overline{CD} = 5$

- (1) 畫出 $\triangle ABC$ 中以 \overline{AC} 為底邊的高 \overline{BH} 。
 (2) $\triangle BAD$ 面積： $\triangle BCD$ 面積 = ?
 (3) $\triangle BAD$ 面積： $\triangle BAC$ 面積 = ?
 (4) 若 $\triangle ABC$ 面積 = 30，則 $\triangle ABD$ 面積 = ?



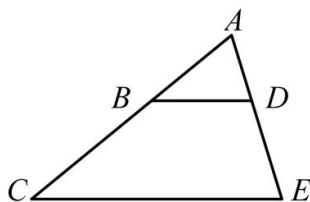


☆比例線段

- ① $2:3=4:6$ 我們說
 $2、3、4、6$ _____
- ② 如果 $a:b=c:d$ 我們說
 $a、b、c、d$ _____
- ③ 如果 $\overline{AB}:\overline{CD}=\overline{EF}:\overline{GH}$
 我們說 $\overline{AB}、\overline{CD}、\overline{EF}、\overline{GH}$

 也稱為 _____

☆平行線截比例線段



- ① 若 $\overline{BD}\parallel\overline{CE}$ ， $\overline{AB}:\overline{BC}=2:3$
 則 $\overline{AD}:\overline{DE}=$ _____
- ② 若 $\overline{BD}\parallel\overline{CE}$ ，
 則 $\overline{AB}:\overline{BC}=$ _____ 也就是
 說：這四個線段稱為 _____
- ③ 若 $\overline{BD}\parallel\overline{CE}$ 可以得到
 $\overline{AB}:\overline{BC}=$ _____
 稱為 _____

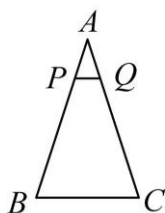
☆筆記



牛刀小試 4

1. $\triangle ABC$ 中， $\overline{PQ}\parallel\overline{BC}$

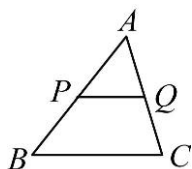
若 $\overline{AP}:\overline{PB}=1:4$



- (1) $\overline{AQ}:\overline{QC}=$ _____。
- (2) 若 $\overline{AQ}=6$ ，則 $\overline{QC}=$ _____。

2. $\triangle ABC$ 中， $\overline{PQ}\parallel\overline{BC}$

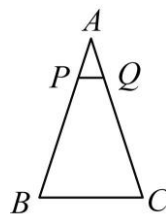
若 $\overline{AP}:\overline{PB}=2:3$



- (1) $\overline{AQ}:\overline{QC}=$ _____。
- (2) 若 $\overline{AQ}=6$ ，則 $\overline{QC}=$ _____。

3. $\triangle ABC$ 中， $\overline{PQ}\parallel\overline{BC}$

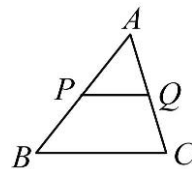
若 $\overline{AP}=3$ ， $\overline{PB}=12$



- (1) $\overline{AQ}:\overline{QC}=$ _____。
- (2) 若 $\overline{AQ}=4$ ，則 $\overline{QC}=$ _____。

4. $\triangle ABC$ 中， $\overline{PQ}\parallel\overline{BC}$

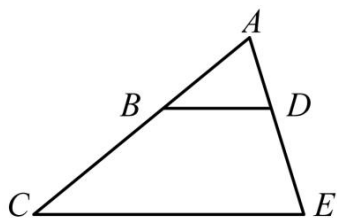
若 $\overline{AP}=10$ ， $\overline{PB}=15$



- (1) $\overline{AQ}:\overline{QC}=$ _____。
- (2) 若 $\overline{AQ}=8$ ，求 $\overline{QC}=$ _____。



已知 $\overline{BD} \parallel \overline{CE}$ ， $\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{DE} = 2 : 3$



- ① $\overline{AB} : \overline{AC} = \underline{\hspace{2cm}} : \underline{\hspace{2cm}}$
 $\overline{AD} : \overline{AE} = \underline{\hspace{2cm}} : \underline{\hspace{2cm}}$
 $\Rightarrow \underline{\hspace{2cm}}$
- ② $\overline{CB} : \overline{CA} = \underline{\hspace{2cm}} : \underline{\hspace{2cm}}$
 $\overline{ED} : \overline{EA} = \underline{\hspace{2cm}} : \underline{\hspace{2cm}}$
 $\Rightarrow \underline{\hspace{2cm}}$

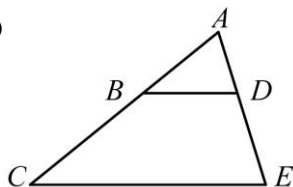
☆筆記



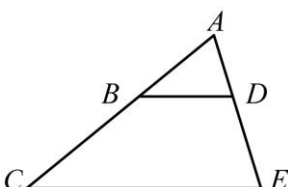
整理 平行線截比例線段性質 1+2

已知 $\overline{BD} \parallel \overline{CE}$

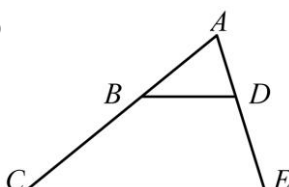
①



②



③



牛刀小試 5

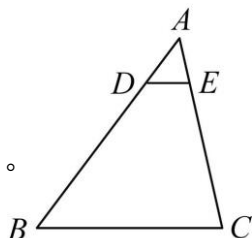
1. $\triangle ABC$ 中， $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$

若 $\overline{AD} : \overline{AB} = 1 : 5$

(1) $\overline{AE} : \overline{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 若 $\overline{AE} = 5$ ，則

$\overline{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

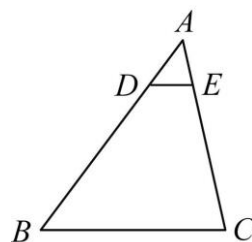


3. $\triangle ABC$ 中， $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$

若 $\overline{BD} : \overline{BA} = 4 : 5$

(1) $\overline{EC} : \overline{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 若 $\overline{EC} = 12$ ，則 $\overline{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

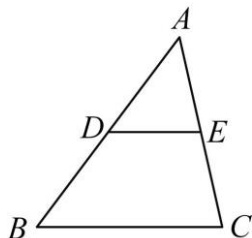


2. $\triangle ABC$ 中， $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$

若 $\overline{AD} = 4$ ， $\overline{AB} = 8$

(1) $\overline{AE} : \overline{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 若 $\overline{AE} = 5$ ，則 $\overline{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

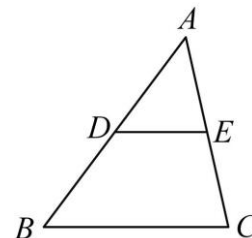


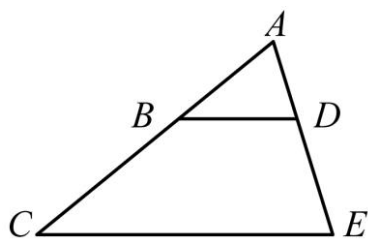
4. $\triangle ABC$ 中， $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$

若 $\overline{BD} = 25$ ， $\overline{AB} = 35$

(1) $\overline{EC} : \overline{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 若 $\overline{AE} = 20$ ，則 $\overline{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。





已知 $\overline{BD} \parallel \overline{CE}$ ， $\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 3$

我們從_____可知

① $\overline{AD} : \overline{DE} =$ _____

② $\overline{BC} : \overline{AC} =$ _____

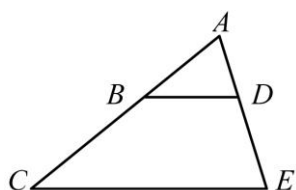
③ $\overline{AB} : \overline{AC} =$ _____

請你猜猜看 $\overline{BD} : \overline{CE} = ?$ 為什麼？

☆筆記



整理 平行線截比例線段性質 3



若 $\overline{BD} \parallel \overline{CE}$

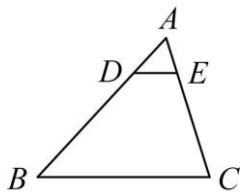
則_____



牛刀小試 6

1. $\triangle ABC$ 中， $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$

若 $\overline{AD} : \overline{AB} = 1 : 5$

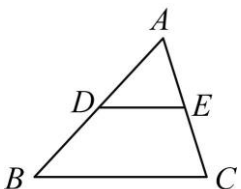


(1) $\overline{DE} : \overline{BC} =$ _____。

(2) 若 $\overline{DE} = 9$ ，則 $\overline{BC} =$ _____。

2. $\triangle ABC$ 中， $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$

若 $\overline{AE} : \overline{AC} = 3 : 7$

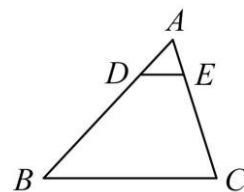


(1) $\overline{DE} : \overline{BC} =$ _____。

(2) 若 $\overline{DE} = 6$ ，則 $\overline{BC} =$ _____。

3. $\triangle ABC$ 中， $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$

若 $\overline{AD} = 6$ ， $\overline{AB} = 24$



(1) $\overline{AE} : \overline{AC} =$ _____。

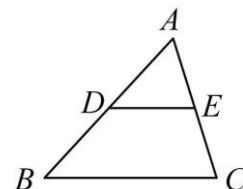
(2) 若 $\overline{AE} = 4$ ，則 $\overline{AC} =$ _____。

(3) $\overline{DE} : \overline{BC} =$ _____。

(4) 若 $\overline{DE} = 5$ ，則 $\overline{BC} =$ _____。

4. $\triangle ABC$ 中， $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$

且 $\overline{AE} = 21$ ， $\overline{EC} = 28$



(1) $\overline{AD} : \overline{AB} =$ _____。

(2) 若 $\overline{AD} = 27$ ，則 $\overline{AB} =$ _____。

(3) $\overline{DE} : \overline{BC} =$ _____。

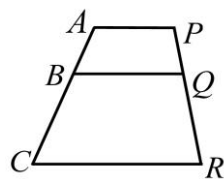
(4) 若 $\overline{DE} = 24$ ，則 $\overline{BC} =$ _____。



如右圖，在梯形 $ACPR$ 中，

已知： $\overline{AP} \parallel \overline{BQ} \parallel \overline{CR}$ ， $\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 3$

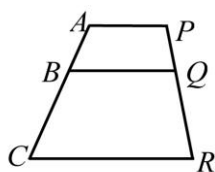
請問 $\overline{PQ} : \overline{QR} = ?$ 為什麼？



☆筆記



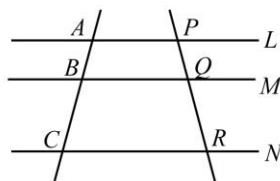
整理



若 $\overline{AP} \parallel \overline{BQ} \parallel \overline{CR}$

則 _____

\Rightarrow



若 $L \parallel M \parallel N$

則 _____

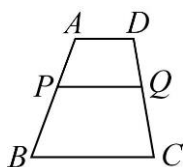


牛刀小試 7

1. 已知梯形 $ABCD$ 中，

$\overline{AD} \parallel \overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ ，

若 $\overline{AP} : \overline{PB} = 3 : 5$



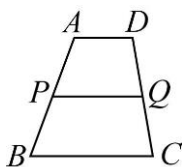
(1) $\overline{DQ} : \overline{QC} =$ _____

(2) 若 $\overline{DC} = 24$ ，求 \overline{DQ} 和 $\overline{QC} = ?$

2. 已知梯形 $ABCD$ 中，

$\overline{AD} \parallel \overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ ，

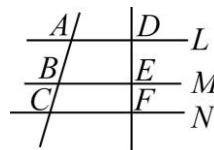
若 $\overline{AP} : \overline{AB} = 3 : 7$



(1) $\overline{DQ} : \overline{DC} =$ _____

(2) 若 $\overline{DC} = 49$ ，求 \overline{DQ} 和 $\overline{QC} = ?$

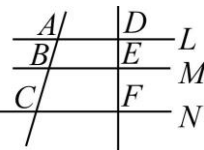
3. 已知 $L \parallel M \parallel N$ ，若 $\overline{AB} = 21$ ，
 $\overline{BC} = 12$ ，且 $\overline{DF} = 44$ ，求



(1) $\overline{DE} : \overline{DF} =$ _____。

(2) $\overline{DE} =$ _____， $\overline{EF} =$ _____。

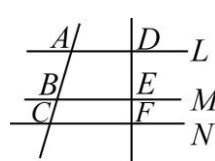
4. 已知 $L \parallel M \parallel N$ ，若 $\overline{AB} = 15$ ，
 $\overline{AC} = 40$ ，且 $\overline{DF} = 48$ ，求



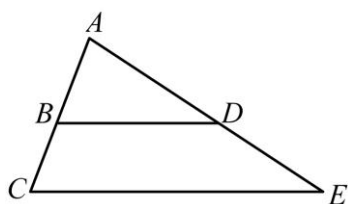
(1) $\overline{DE} : \overline{DF} =$ _____。

(2) $\overline{DE} =$ _____， $\overline{EF} =$ _____。

5. 已知 $L \parallel M \parallel N$ ，若 $\overline{DE} = 16$ ，
 $\overline{DF} = 28$ ，且 $\overline{AC} = 56$ ，



求 \overline{AB} 和 \overline{BC} 。



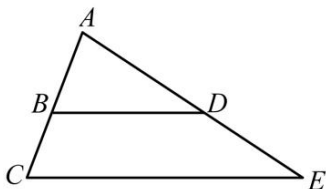
(1) 如果 $\overline{BD} \parallel \overline{CE}$,

$$\text{則 } \overline{AB} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{DE}$$

(2) 如果 $\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{DE}$

$$\text{則 } \overline{BD} \parallel \overline{CE}$$

〈例〉



如果 $\overline{AB} = 2$, $\overline{AD} = 3$,

$$\overline{AC} = 3$$
 , $\overline{AE} = 4.5$

請問 : \overline{BD} 和 \overline{CE} 是否平行 ?

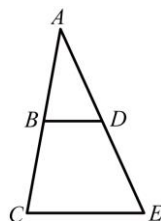
☆筆記

(1) 如果 $\overline{BD} \parallel \overline{CE}$,

$$\text{則 } \overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CE}$$

(2) 如果 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CE}$

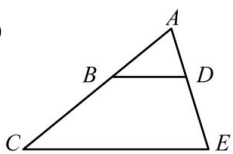
\overline{BD} 和 \overline{CE} 會平行 ?



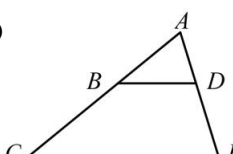
整理

若 $\overline{BD} \parallel \overline{CE} \Rightarrow$ 比例線段

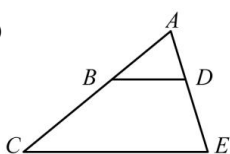
①



②



③



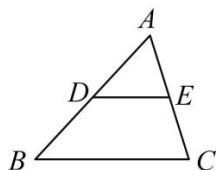
牛刀小試 8

1. $\triangle ABC$ 中 D 、 E 分別是 \overline{AB} 、 \overline{AC} 上的一點 ,

回答下列問題 :

(1) 若 $\overline{AD} = 4$, $\overline{BD} = 6$, $\overline{AE} = 6$, $\overline{EC} = 9$,

則 \overline{DE} 和 \overline{BC} 是否平行 ?



(2) 若 $\overline{AD} = 15$, $\overline{AB} = 27$, $\overline{AE} = 20$,

$\overline{AC} = 35$, 則 \overline{DE} 和 \overline{BC} 是否平行 ?

(3) 若 $\overline{AD} = 6$, $\overline{AB} = 14$, $\overline{DE} = 9$,

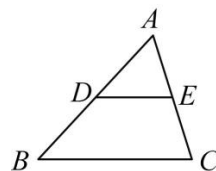
$\overline{BC} = 21$, 則 \overline{DE} 和 \overline{BC} 是否平行 ?

2. $\triangle ABC$ 中 D 、 E 分別是 \overline{AB} 、 \overline{AC} 上的一

點 , 若要使得 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$, 回答下列問題 :

(1) 若 $\overline{AD} : \overline{DB} = 3 : 2$, $\overline{EC} = 6$, 則

$\overline{AE} = \underline{\hspace{2cm}}$, 才能使得 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 。

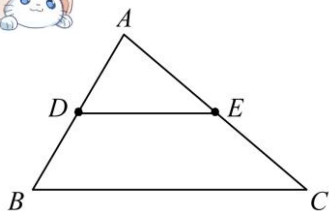


(2) 若 $\overline{AD} : \overline{AB} = 4 : 9$, $\overline{AC} = 27$, 則

$\overline{AE} = \underline{\hspace{2cm}}$, 才能使得 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 。

(3) 若 $\overline{AB} : \overline{DB} = 8 : 3$, $\overline{AC} = 32$, 則

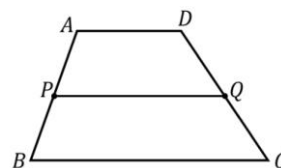
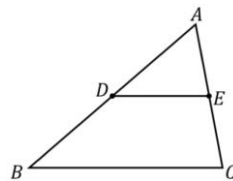
$\overline{EC} = \underline{\hspace{2cm}}$, 才能使得 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 。



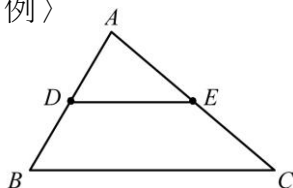
☆ 在 $\triangle ABC$ 中,如果 D 是 AB 中點, E 是 AC 中點, \overline{DE} 稱為_____。

說明: (1) $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ (2) $\overline{DE} = \frac{1}{2} \overline{BC}$

☆筆記



〈例〉



已知: $\overline{AD} = \overline{DB}$, $\overline{AE} = \overline{EC}$,

$\angle ADE = 57^\circ$, $\overline{BC} = 10$

求: (1) $\angle B = ?$ (2) $\overline{DE} = ?$



牛刀小試 9

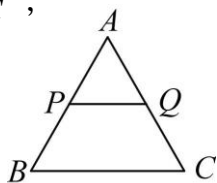
1. 已知 $\overline{AP} = \overline{BP}$, $\overline{AQ} = \overline{QC}$,

$\angle APQ = 55^\circ$, $\overline{BC} = 12$

(1) $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ 是否平行?

(2) $\angle ABC =$ _____

(3) $\overline{PQ} =$ _____



3. 已知 D 和 E 是 \overline{AB} 和 \overline{AC} 中點,

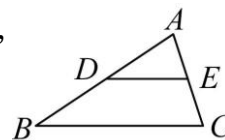
若 $\angle AED = 72^\circ$, $\overline{AD} = 6$,

$\overline{DE} = 10$, 求

(1) $\angle ACB =$ _____

(2) $\overline{AB} =$ _____

(3) $\overline{BC} =$ _____



2. 已知 D 和 E 是 \overline{AB} 和 \overline{AC} 中點,

若 $\angle ADE = 32^\circ$, $\overline{AB} = 12$,

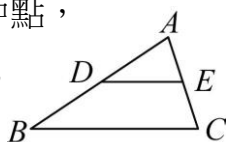
$\overline{BC} = 18$, 求

(1) $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 是否平行?

(2) $\angle ABC =$ _____

(3) $\overline{AD} =$ _____

(4) $\overline{DE} =$ _____



4. 已知 D 和 E 是 \overline{AB} 和 \overline{AC} 中點,

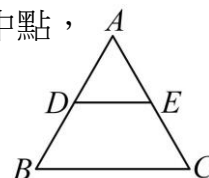
若 $\angle B = 75^\circ$, $\overline{AD} = 10$,

$\overline{DE} = 11$, 求

(1) $\angle ADE =$ _____

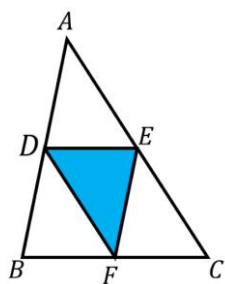
(2) $\overline{AB} =$ _____

(3) $\overline{BC} =$ _____





例題 ② 三角形兩邊中點連線性質

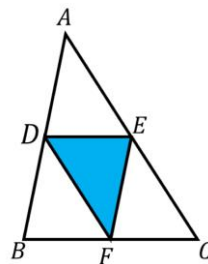


在 $\triangle ABC$ 中，如果 D 、 E 、 F 分別是
 \overline{AB} 、 \overline{BC} 、 \overline{AC} 中點。

已知： $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{AC} = 7$ ， $\overline{BC} = 5$

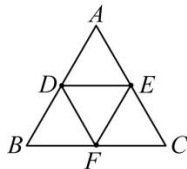
求： $\triangle DEF$ 周長＝？

☆筆記

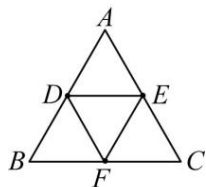


牛刀小試 10

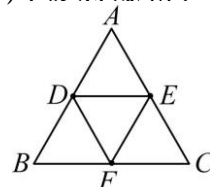
1. 在 $\triangle ABC$ 中， D 、 E 、 F 分別是 \overline{AB} 、 \overline{AC} 、 \overline{BC} 中點，已知 $\overline{AB} = 7$ ， $\overline{BC} = 8$ ， $\overline{AC} = 9$ ，求(1) $\triangle ABC$ 周長
(2) $\triangle DEF$ 周長



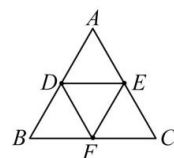
2. 在 $\triangle ABC$ 中， D 、 E 、 F 分別是 \overline{AB} 、 \overline{AC} 、 \overline{BC} 中點，若 $\overline{AB} = \overline{AC} = 8$ ， $\overline{BC} = 10$ ，求(1) $\triangle ABC$ 周長
(2) $\triangle DEF$ 周長



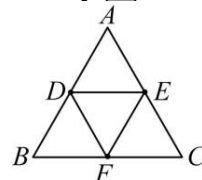
3. 在 $\triangle ABC$ 中， D 、 E 、 F 分別是 \overline{AB} 、 \overline{AC} 、 \overline{BC} 中點，若 $\overline{DE} = 4$ ， $\overline{DF} = 5$ ， $\overline{EF} = 6$ ，求(1) $\triangle DEF$ 周長 (2) $\triangle ABC$ 周長
(3) $\triangle DEF$ 周長是 $\triangle ABC$ 周長的幾倍？



4. 在 $\triangle ABC$ 中， D 、 E 、 F 分別是 \overline{AB} 、 \overline{AC} 、 \overline{BC} 中點，若 $\overline{DF} = 5$ ， $\overline{EF} = 6$ ， $\overline{DE} = 7$ ，求(1) $\triangle ABC$ 周長 (2) $\triangle ADE$ 周長
(3) $\triangle DEF$ 周長是 $\triangle ABC$ 周長的幾倍？

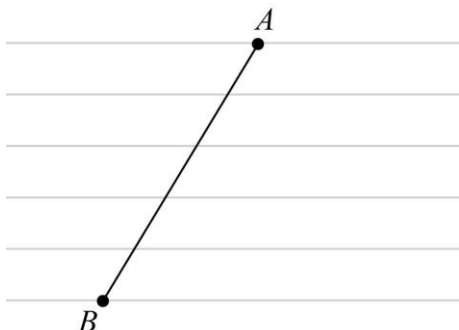


5. 在 $\triangle ABC$ 中， D 、 E 、 F 分別是 \overline{AB} 、 \overline{AC} 、 \overline{BC} 中點，若 $\triangle ABC$ 周長是28，求 $\triangle DEF$ 周長。





如右圖姿廷買了一本印有等距離平行線的筆記本。請找出一點 C 使得 $\overline{AC} : \overline{CB} = 2 : 3$ ，說說看你是怎麼找出來的？

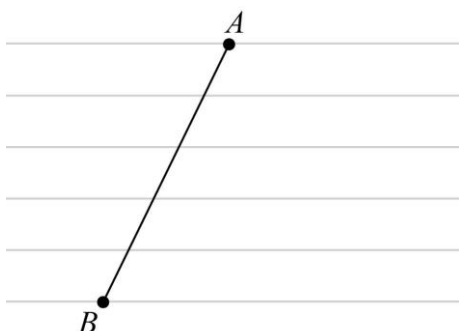


☆筆記

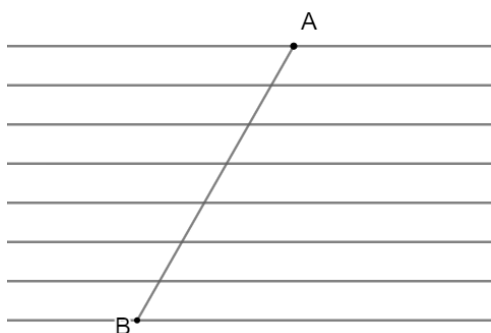


牛刀小試 11

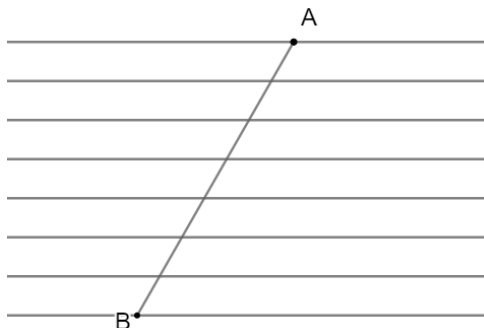
1. 如圖為一本印有等距離平行線的筆記本，請找出一點 D 使得 $\overline{AD} : \overline{BD} = 3 : 2$



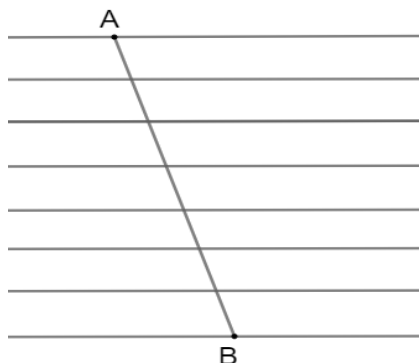
2. 如圖為一本印有等距離平行線的筆記本，請找出一點 C 使得 $\overline{AC} : \overline{BC} = 4 : 3$



3. 如圖為一本印有等距離平行線的筆記本，請找出一點 C 使得 $\overline{AC} : \overline{AB} = 4 : 7$



4. 如圖為一本印有等距離平行線的筆記本，請找出一點 M 使得 $\overline{AM} : \overline{AB} = 6 : 7$



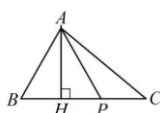
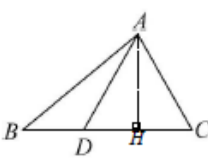



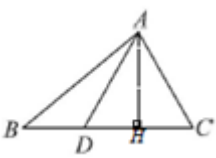
解 答 篇

牛刀小試 1

- (1) 相等 (2) $3:2$
- 因為 $\triangle DAC$ 面積和 $\triangle EAC$ 的底是 \overline{AC} 。
 $\triangle DAC$ 面積和 $\triangle EAC$ 的高相等
所以 $\triangle DAC$ 面積和 $\triangle EAC$ 面積相等
- $5:2$
 - 4
- 15, 因為底相同高相等(同底等高),
所以
 $\triangle ABC$ 面積 = $\triangle DBC$ 面積,

牛刀小試 2

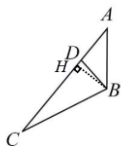
- 
 - $5:2$
 - $5:7$
 - 8
- 
 - $3:5$
 - $3:8$
 - 15
- 
 - $4:3$
 - 15

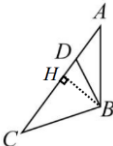
- 
 - $4:11$
 - 12

牛刀小試 3

- $\triangle ADE$ 面積 = $\triangle BFG$ 面積 = $\triangle CHI$ 面積
- $\triangle ADE$ 面積 = $\triangle BDE$ 面積 =

$\triangle CDE$ 面積

- 10, 10
- 
 - $3:4$
 - $3:7$

- 
 - $1:5$
 - $1:6$
 - 5

牛刀小試 4

- $1:4$
 - 24
- $2:3$
 - 9
- $1:4$
 - 16
- $2:3$
 - 12

牛刀小試 5

- $1:5$
 - 25
- $1:2$
 - 10
- $4:5$
 - 15
- $5:7$
 - 70

牛刀小試 6

- $1:5$
 - 45
- $3:7$
 - 14
- $1:4$

- 16
- $1:4$
- 20
- $3:7$
 - 63
 - $3:7$
 - 56

牛刀小試 7

- $3:5$
 - $\frac{DQ}{QC} = 9$
 $\frac{DQ}{QC} = 15$
- $3:7$
 - $\frac{DQ}{QC} = 21$
 $\frac{DQ}{QC} = 28$
- $7:11$
 - $\frac{DE}{EF} = 28$
 $\frac{DE}{EF} = 16$
- $3:8$
 - $\frac{DE}{EF} = 18$
 $\frac{DE}{EF} = 30$
- $\frac{AB}{BC} = 32$
 $\frac{AB}{BC} = 24$

牛刀小試 8

- 是
 - 否
 - 否

- 9
 - 12
 - 12

牛刀小試 9

- 是
 - 55°
 - 6
- 是
 - 32°
 - 6
 - 9
- 72°

- (2) 12
 (3) 20
 4.
 (1) 75°
 (2) 20
 (3) 22

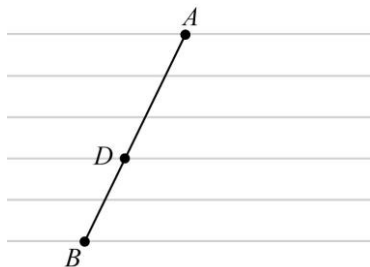
牛刀小試 10

1.
 (1) 24
 (2) 12
 2.
 (1) 26
 (2) 13
 3.
 (1) 15
 (2) 30
 (3) $\frac{1}{2}$

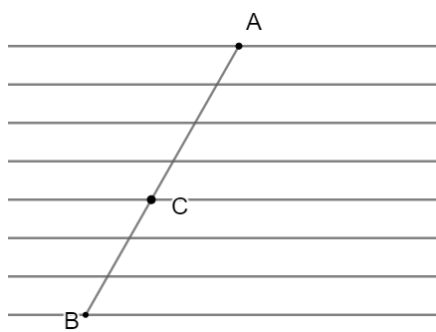
4.
 (1) 36
 (2) 18
 (3) $\frac{1}{2}$
 5. 14

牛刀小試 11

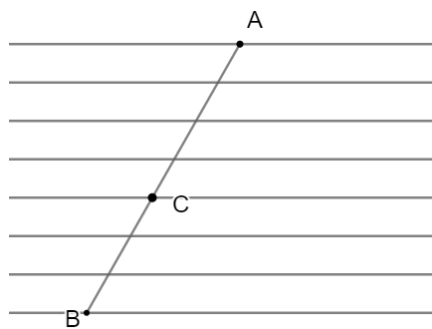
1.



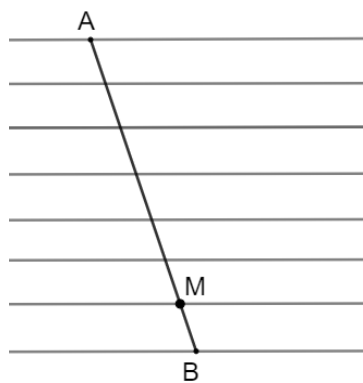
2.



3.



4.





B5 1-3 相似形



概念 ① 縮放圖形



☆ 在國小的時候，我們學過利用縮放的方法，將一張圖片放大（或縮小）成與原來形狀相同的新圖片。大小可能不同，但是形狀相同，我們稱為_____，也叫做_____。

☆ 舉例

☆ 筆記

- ① 縮放圖形就是_____。
- ② 圖形縮放後會重疊在一起就是_____。



牛刀小試 1

1. 判斷下列圖形中，哪一個才是左圖照片的縮放圖形？



(A)



寬放大 2 倍

(B)



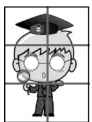
長放大 2 倍

(C)



長寬都放大 2 倍
角度不變

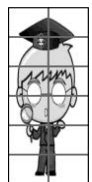
2. 判斷下列圖形中，哪一個才是左圖照片的縮放圖形？



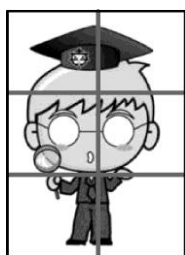
(A)



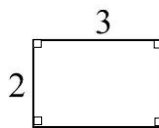
(B)



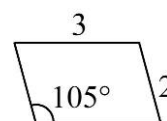
(C)



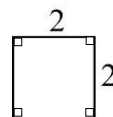
3. 判斷下列圖形中，哪一個選項是左圖長方形的縮放圖形？



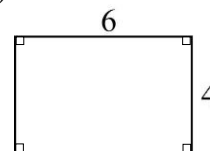
(A)



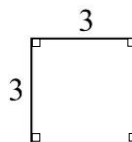
(B)



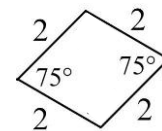
(C)



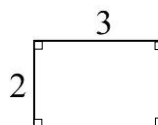
4. 判斷下列圖形中，哪一個選項是左圖正方形的縮放圖形？



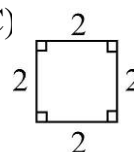
(A)



(B)



(C)



發現：角度一變，形狀就不相同。

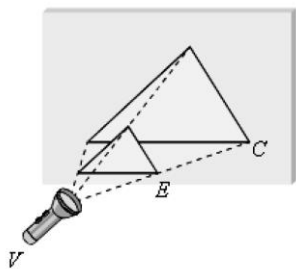


概念

② 線段的縮放

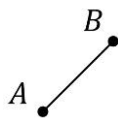


☆ 縮放中心和縮放倍率



☆ 線段的縮放

請把 \overline{AB} 放大為原來的2倍



☆ 筆記

在影印機

① 按下200%

表示_____

② 按下50%

表示_____

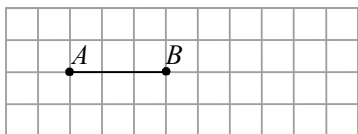


① 縮放中心：_____。 ② 縮放倍率：_____。

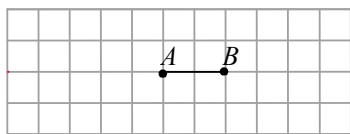


牛刀小試 2

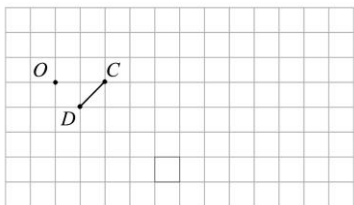
1. (1) 畫出以 A 點為縮放中心，將 \overline{AB} 放大3倍的線段 $\overline{AB'}$ 。



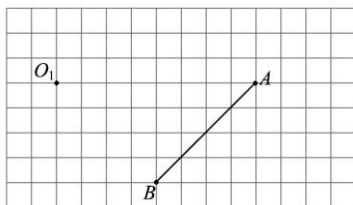
- (2) 畫出以 B 點為縮放中心，將 \overline{AB} 放大3倍的線段 $\overline{A'B}$ 。



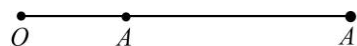
2. (1) 畫出以 O 點為縮放中心，將 \overline{CD} 放大3倍的線段 $\overline{C'D'}$ 。



- (2) 畫出以 O 點為縮放中心，將 \overline{AB} 縮小為 $\frac{1}{4}$ 倍的線段 $\overline{A'B'}$ 。



3. 如圖， O 、 A 、 A' 三點在同一條直線上，若 $\overline{OA'} : \overline{OA} = 3 : 1$ ，則



- (1) $\overline{OA'}$ 是 \overline{OA} 的_____倍縮放圖形。
(2) 若 $\overline{OA} = 3$ ， $\overline{OA'} =$ _____

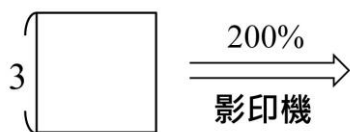
4. 如圖， O 、 B 、 B' 三點在同一條直線上，若 $\overline{OB'} = 3$ ， $\overline{BB'} = 12$ ，則



- (1) $\overline{OB'} : \overline{OB} =$ _____
(2) $\overline{OB'}$ 是 \overline{OB} 的_____倍縮放圖形。



☆如果把一個邊長3公分的正方形放進影印機中按下200%之後，請問：影印出來的結果會如何？



☆圖形經過縮放之後，角度_____。
長度_____。

☆筆記

如果將一個邊長10公分的正三角形放入影印機中按下50%，結果會如何？



牛刀小試 3

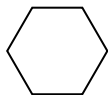
1. 若將一個邊長4公分的正方形放進影印機按下150%，請問：

- (1) 150%表示縮放_____倍
(2) 縮放後的邊長為_____公分，
一個內角為_____度。

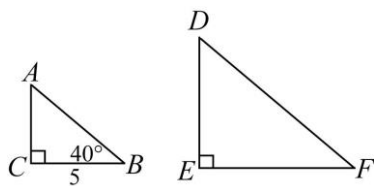


2. 若將一個邊長為5公分的正六邊形放進影印機按下80%，請問：

- (1) 80%表示縮放_____倍
(2) 縮放後的邊長為_____公分，
一個內角為_____度。



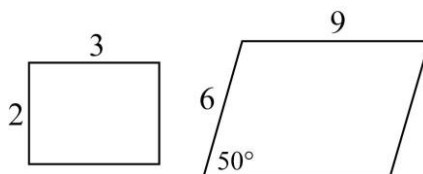
3. 將直角 $\triangle ABC$ 縮放300%後得到 $\triangle DEF$ ，其中 A 、 B 、 C 的對應點分別為 D 、 E 、 F ，若 $\angle C=90^\circ$ ， $\angle B=40^\circ$ ， $\overline{BC}=5$ ，



- (1) 300%表示縮放_____倍。
(2) $\angle E=_____$ ， $\angle F=_____$ ，
 $\overline{EF}=_____$ 。

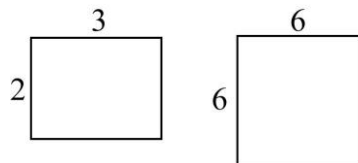
4. 判斷下列是不是縮放圖形，若是，請說明是幾倍縮放圖形，若不是，請說明原因。

(1)



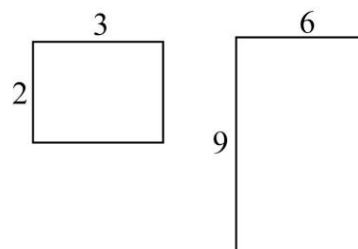
☐是，_____倍縮放圖形
☐不是，原因：_____

(2)



☐是，_____倍縮放圖形
☐不是，原因：_____

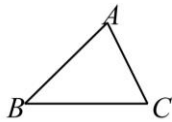
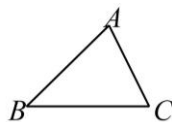
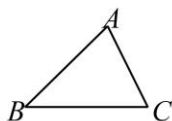
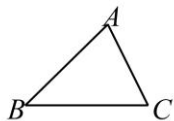
(3)



☐是，_____倍縮放圖形
☐不是，原因：_____



☆請畫出 $\triangle ABC$ 縮放為2倍的圖形

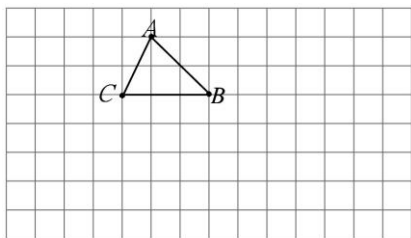


☆筆記

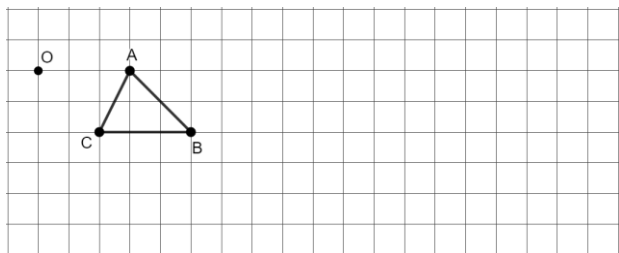


牛刀小試 4

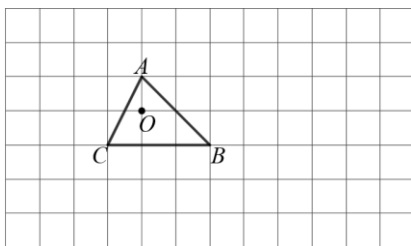
1. (1) 畫出以 A 點為縮放中心，將 $\triangle ABC$ 放大3倍後的圖形 $\triangle AB'C'$ 。



- (2) 畫出以 O 點為縮放中心，將 $\triangle ABC$ 放大3倍後的圖形 $\triangle A'B'C'$ 。



- (3) 畫出以 O 點為縮放中心，將 $\triangle ABC$ 放大3倍後的圖形 $\triangle A'B'C'$ 。

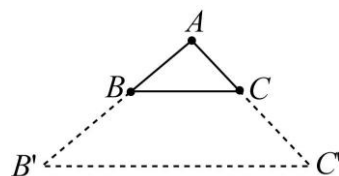


4. 如圖， $\triangle A'B'C'$ 是 $\triangle ABC$ 以 A 點為中心的縮放圖形，若 $\overline{AB} : \overline{AB'} = 1 : 3$ ，
 $\overline{AC} : \overline{AC'} = 1 : 3$ ，則：

(1) $\overline{BC} : \overline{B'C'} =$ _____

- (2) $\triangle A'B'C'$ 是 $\triangle ABC$ 的_____倍縮放圖形

(3) 若 $\overline{BC} = 3$ ， $\overline{B'C'} =$ _____

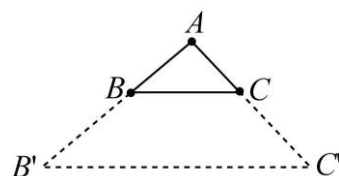


5. 如圖， $\triangle A'B'C'$ 是 $\triangle ABC$ 以 A 點為中心的縮放圖形，若 $\overline{AB} : \overline{AB'} = 1 : 2$ ，
 $\overline{AC} : \overline{AC'} = 1 : 2$ ，則：

(1) $\overline{BC} : \overline{B'C'} =$ _____

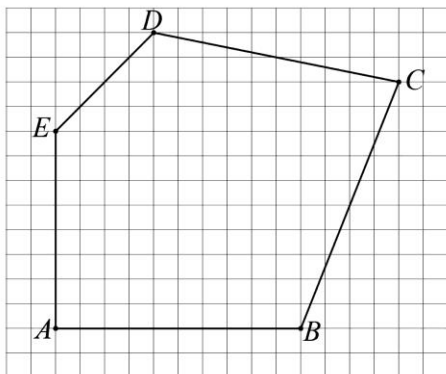
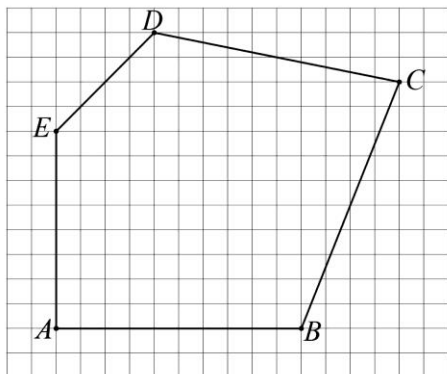
- (2) $\triangle A'B'C'$ 是 $\triangle ABC$ 的_____倍縮放圖形

(3) 若 $\overline{BC} = 6$ ， $\overline{B'C'} =$ _____





☆請畫出五邊形 $ABCDE$ 縮放為 $\frac{1}{2}$ 倍的圖形

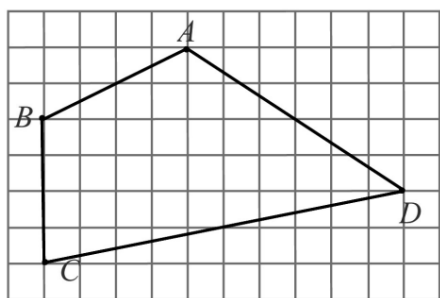


☆筆記

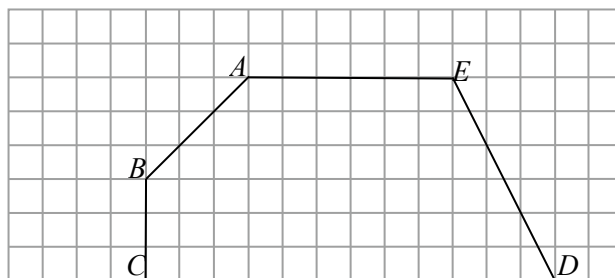


牛刀小試 5

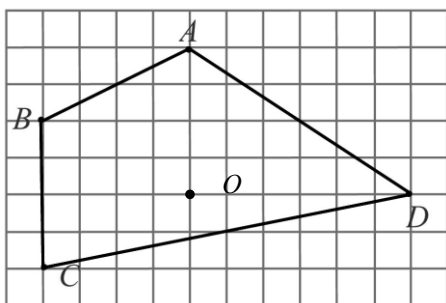
1. (1) 畫出以 A 點為縮放中心，將四邊形 $ABCD$ 縮放 $\frac{1}{2}$ 倍後的四邊形 $AB'C'D'$ 。



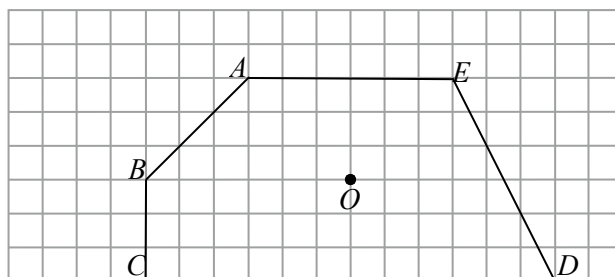
2. (1) 畫出以 A 點為縮放中心，將五邊形 $ABCDE$ 縮放 $\frac{1}{3}$ 倍後的五邊形 $AB'C'D'E'$ 。



- (2) 畫出以 O 點為縮放中心，將四邊形 $ABCD$ 縮放 $\frac{1}{2}$ 倍後的四邊形 $A'B'C'D'$ 。



- (2) 畫出以 O 點為縮放中心，將五邊形 $ABCDE$ 縮放 $\frac{1}{3}$ 倍後的五邊形 $A'B'C'D'E'$ 。





例題 1 縮放圖形求角度和長度

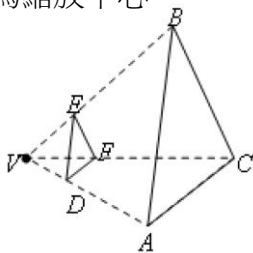


如圖， $\triangle ABC$ 是 $\triangle DEF$ 縮放為 3 倍的圖形， V 為縮放中心

若 $\angle A = 45^\circ$ ， $\angle B = 55^\circ$ ， $\overline{DE} = 3$ ，

求 $\angle D =$ _____ 度， $\angle E =$ _____ 度，

$\angle DFE =$ _____ 度， $\overline{AB} =$ _____。



☆筆記



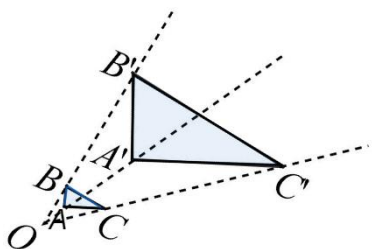
牛刀小試 6

1. 如圖， O 為 $\triangle ABC$ 外部一點。若 $\triangle A'B'C'$ 是以 O 為中心，將 $\triangle ABC$ 放大 4 倍後的縮放圖形。若 $\angle A = 90^\circ$ 、 $\angle B = 60^\circ$ ， $\overline{BC} = 3$ 則：

(1) $\overline{OB'} : \overline{OB} =$ _____。

(2) $\overline{B'C'} =$ _____。

(3) $\angle A' =$ _____， $\angle C' =$ _____。



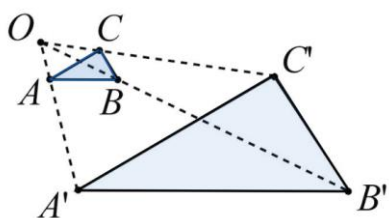
2. 如圖， $\triangle A'B'C'$ 是以 O 點為縮放中心，將 $\triangle ABC$ 放大後的圖形， $\overline{AB} = 6$ 、 $\overline{AC} = 5$ 、 $\overline{A'B'} = 24$ 、 $\angle CAB = 30^\circ$ ，求：

(1) $\overline{A'B'} : \overline{AB} =$ _____。

(2) $\triangle A'B'C'$ 是 $\triangle ABC$ _____ 倍的縮放圖形

(3) $\overline{A'C'} =$ _____。

(4) $\angle C'A'B' =$ _____。



3. 如圖， O 為 $\triangle ABC$ 外部一點。若 $\triangle A'B'C'$ 是以 O 為中心，將 $\triangle ABC$ 縮放 $\frac{1}{2}$ 倍後的縮放圖形。若 $\overline{AB} = 6$ 、 $\overline{AC} = 7$ ，

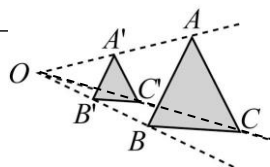
$\angle ABC = 70^\circ$ ， $\angle C'A'B' = 50^\circ$ ，則

(1) $\overline{OA'} : \overline{OA} =$ _____。

(2) $\overline{A'C'} : \overline{AC} =$ _____。

(3) $\overline{A'B'} =$ _____。

(4) $\angle A'C'B' =$ _____。



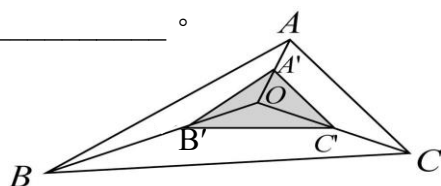
4. 如圖， O 為 $\triangle ABC$ 內部一點。若 $\triangle A'B'C'$ 是以 O 為中心，將 $\triangle ABC$ 縮小 $\frac{1}{2}$ 後的縮放圖形。若 $\overline{AB} = 10$ 、 $\overline{AC} = 6$ ， $\angle ABC = 40^\circ$ ， $\angle CAB = 85^\circ$ ，則：

(1) $\overline{OC'} : \overline{OC} =$ _____。

(2) $\overline{A'C'} : \overline{AC} =$ _____。

(3) $\overline{A'B'} =$ _____。

(4) $\angle A'C'B' =$ _____。





☆當一個圖形甲經過縮放可以得到新的圖形乙。

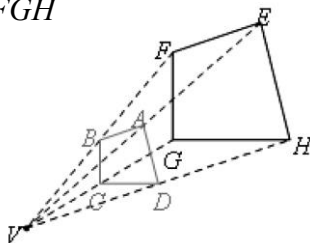
它的形狀不變，只是大小改變，我們說甲和乙是_____，
也叫做_____，符號：_____（唸成_____）

☆如右圖，我們把四邊形 $ABCD$ 放大為2倍，得到四邊形 $EFGH$

我們說：四邊形 $ABCD$ 四邊形 $EFGH$

其中①對應角：_____

②對應邊：_____



發現

相似多邊形 \Rightarrow ① _____

② _____

☆筆記

①縮放圖形 \Rightarrow _____

②縮放後會重疊在一起（全等）

\Rightarrow _____

③全等是不是相似？

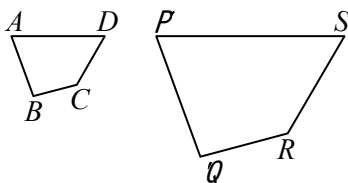
④ $ABCD \sim EFGH$

A 的對應點一定是 E 嗎？



牛刀小試 7

1. 已知四邊形 $ABCD \sim$ 四邊形 $PQRS$ ，其中 A 、 B 、 C 、 D 的對應頂點分別為 P 、 Q 、 R 、 S ，則：



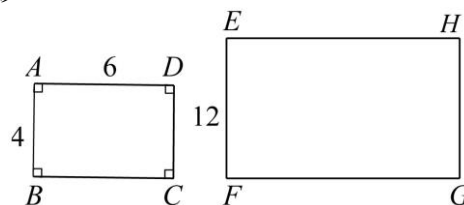
(1) $\angle A$ 的對應角是_____。

$\angle Q$ 的對應角是_____。

(2) \overline{DC} 的對應邊是_____。

\overline{PS} 的對應邊是_____。

2. 如圖，將長方形 $ABCD$ 放大為3倍，得到長方形 $EFGH$



(1)我們說

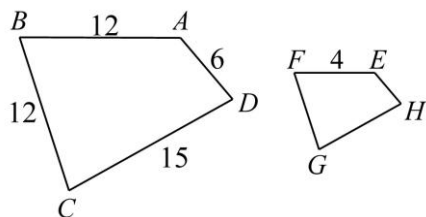
長方形 $ABCD$ 長方形 $EFGH$

(2) $\overline{AB} : \overline{EF} =$ _____。

(3) 若 $\overline{AD} = 6$ ， $\overline{EH} =$ _____。

(4) $\angle E =$ _____。

3. 如圖，四邊形 $EFGH$ 是四邊形 $ABCD$ 的 $\frac{1}{3}$ 倍縮小圖，



(1) 我們說

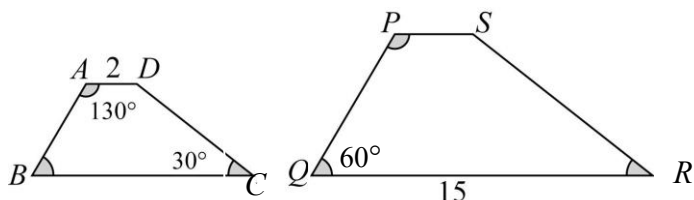
四邊形 $EFGH$ 四邊形 $ABCD$

(2) $\overline{AB} : \overline{EF} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) $\overline{EH} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\overline{GH} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(4) 若 $\angle BCD = 70^\circ$ ，則 $\angle FGH = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 如圖，四邊形 $PQRS \sim$ 四邊形 $ABCD$ 且 $A、B、C、D$ 四點的對應點分別為 $P、Q、R、S$ ，且 $\overline{AB} : \overline{PQ} = 1 : 3$



(1) 因為四邊形 $ABCD \sim$ 四邊形 $PQRS$ ，

且 $\overline{AB} : \overline{PQ} = 1 : 3$

所以四邊形 $PQRS$ 是四邊形 $ABCD$ 的 倍縮放圖形。

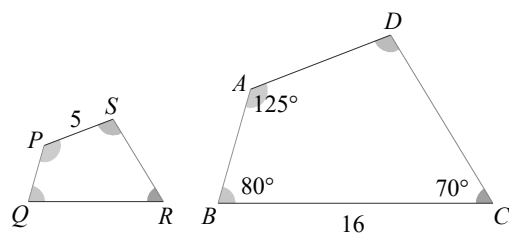
(2) \overline{AD} 的對應邊是 ，其長度 = 。

\overline{QR} 的對應邊是 ，其長度 = 。

(3) $\angle R = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\angle S = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 如圖，四邊形 $PQRS \sim$ 四邊形 $ABCD$ 且 $A、B、C、D$ 四點的對應點分別為 $P、Q、R、S$ ，且 $\frac{\overline{PQ}}{\overline{AB}} = \frac{1}{2}$

$$\frac{\overline{PQ}}{\overline{AB}} = \frac{1}{2}$$



(1) 因為四邊形 $PQRS \sim$ 四邊形 $ABCD$ ，

且 $\frac{\overline{PQ}}{\overline{AB}} = \frac{1}{2}$ ，我們說

四邊形 $PQRS$ 是四邊形 $ABCD$ 倍的縮放圖形。

(2) \overline{BC} 的對應邊是 ，其長度 = 。

\overline{PS} 的對應邊是 ，其長度 = 。

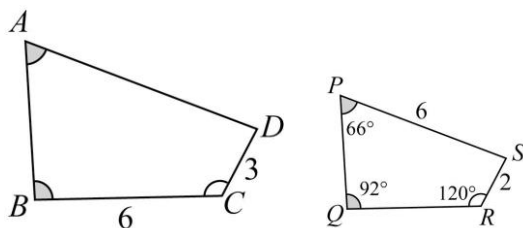
(3) $\angle Q = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\angle S = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

6. 如圖，四邊形 $ABCD \sim$ 四邊形 $PQRS$ ，且 $A、B、C、D$ 四點的對應點分別為 $P、Q、R、S$ ，若 $\angle P = 66^\circ$ 、 $\angle Q = 92^\circ$ 、 $\angle R = 120^\circ$ ，則：

(1) $\overline{DC} : \overline{SR} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $\angle C = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\angle D = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) $\overline{AD} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\overline{QR} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

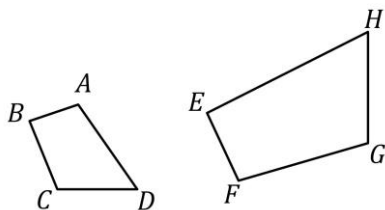


**例題****2****相似多邊形對應角相等對應邊成比例**

已知：四邊形 $ABCD \sim$ 四邊形 $EFGH$ ， A 、 B 、 C 、 D 的對應點分別為 E 、 F 、 G 、 H

(1) 若 $\angle B = 90^\circ$ ， $\angle C = 110^\circ$ ， $\angle D = 68^\circ$ ，求 $\angle E$ 的度數？

(2) 若 $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{BC} = 5$ ， $\overline{EF} = 4$ ，求 $\overline{FE} = ?$



☆筆記

**牛刀小試 8**

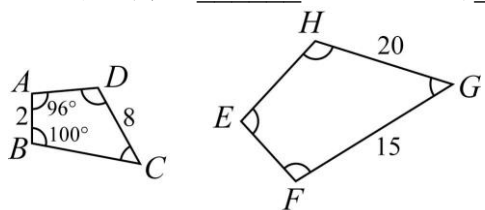
1. 如圖，四邊形 $ABCD \sim$ 四邊形 $EFGH$ ，且 A 、 B 、 C 、 D 四點的對應點分別為 E 、 F 、 G 、 H ，

(1) $\overline{CD} : \overline{GH} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(最簡整數比)

(2) \overline{AB} 的對應邊是 $\underline{\hspace{2cm}}$ ，其長度為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

\overline{FG} 的對應邊是 $\underline{\hspace{2cm}}$ ，其長度為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) $\angle A$ 的對應角是 $\underline{\hspace{2cm}}$ ，其度數為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



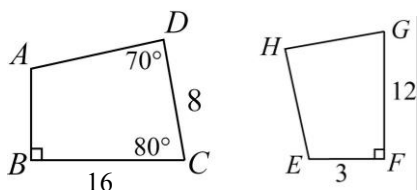
2. 如圖，四邊形 $ABCD \sim$ 四邊形 $EFGH$ ，且 A 、 B 、 C 、 D 四點的對應點分別為 E 、 F 、 G 、 H 。

(1) $\overline{BC} : \overline{GF} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(最簡整數比)

(2) \overline{CD} 的對應邊是 $\underline{\hspace{2cm}}$ ，其長度為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

\overline{EF} 的對應邊是 $\underline{\hspace{2cm}}$ ，其長度為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) $\angle A$ 的對應角是 $\underline{\hspace{2cm}}$ ，其度數為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



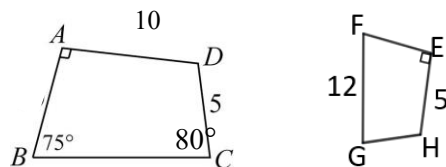
3. 如圖，四邊形 $ABCD \sim$ 四邊形 $EFGH$ 且 A 、 B 、 C 、 D 四點的對應點分別為 E 、 F 、 G 、 H 。若 $\angle A = 90^\circ$ ， $\angle B = 75^\circ$ ， $\angle C = 80^\circ$ ，則：

$\angle C = 80^\circ$ ，則：

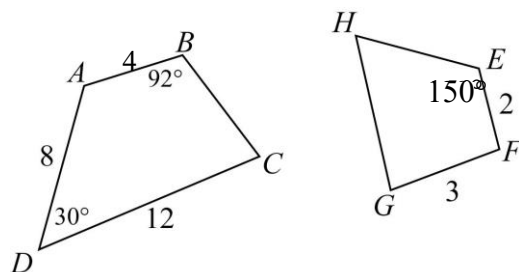
(1) $\overline{AD} : \overline{EH} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $\overline{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\overline{GH} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) $\angle H = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



4. 如圖，四邊形 $ABCD \sim$ 四邊形 $EFGH$ 且 A 、 B 、 C 、 D 四點的對應點分別為 E 、 F 、 G 、 H 。若 $\angle D = 30^\circ$ ， $\angle B = 92^\circ$ ，則



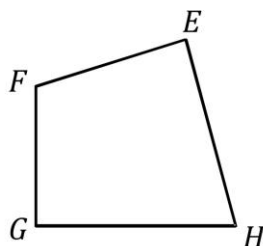
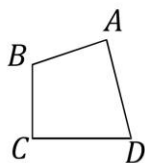
(1) $\overline{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $\angle G = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) 四邊形 $EFGH$ 周長 $= \underline{\hspace{2cm}}$ 。



☆如何判別四邊形 $ABCD$ 和 $EFGH$ 是否相似？



☆筆記

縮放後會重疊在一起

⇒ _____



整理

① _____ ⇒ 相似多邊形

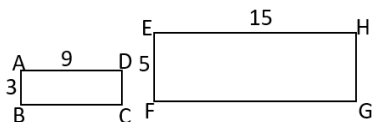
② _____



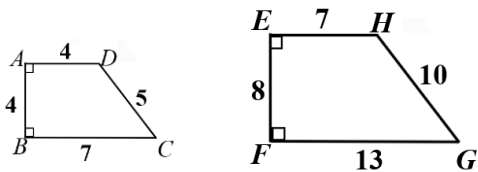
牛刀小試 9

1. 判斷下列兩個四邊形是否相似，若不是相似圖形，請說明理由。

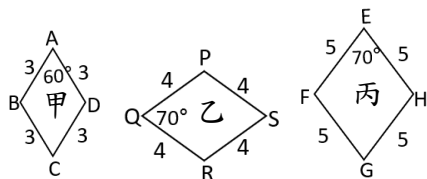
(1) 如圖，長方形 $ABCD$ 與長方形 $EFGH$ 是否相似？



(2) 如圖，梯形 $ABCD$ 與梯形 $EFGH$ 是否相似？

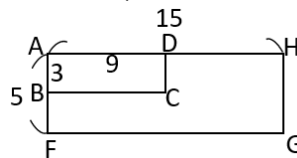


(3) 如圖，下列哪兩個菱形是相似圖形？

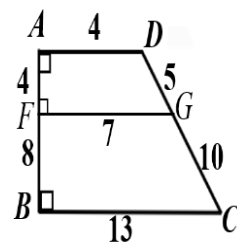


2. 判斷下列兩個四邊形是否相似？

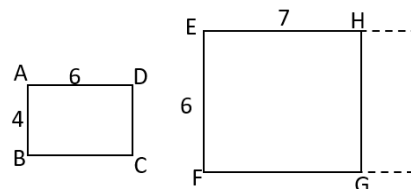
(1) 長方形 $ABCD$ 與長方形 $AFGH$ 是否相似？(可參考左下圖)



(2) 梯形 $AFGD$ 與梯形 $FBCG$ 是否相似？(可參考右圖)



(3) 如圖，長方形 $ABCD$ 與長方形 $EFGH$ 是否相似？若不相似，請問 \overline{EH} 要增加多少公分才會和四邊形 $ABCD$ 相似？





例題 ③ 四邊形的相似



(1) 長方形和正方形是否相似？

(2) 菱形和正方形是否相似？

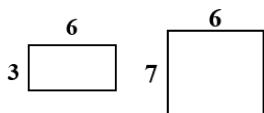
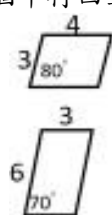
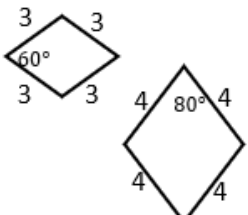
☆筆記

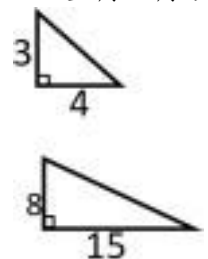
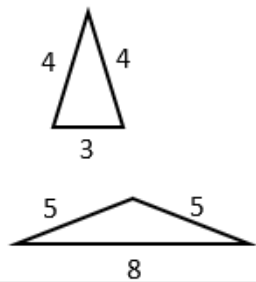
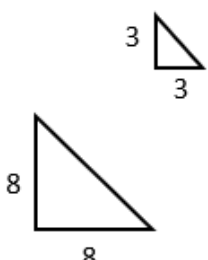
新台幣 100 元紙鈔和 1000 元紙鈔是否相似？



牛刀小試 10

1. 依照下列指定圖形(或畫出適當圖形)，判斷下列四邊形是不是相似形，是請打「✓」，不是請打「×」

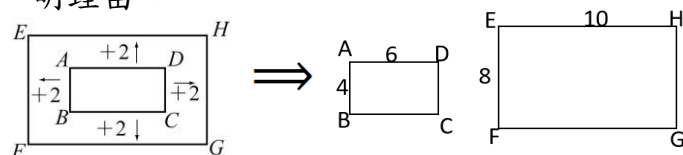
(1) 圖形	對應角相等	對應邊成比例	兩個圖形相似
兩個長方形 			
兩個平行四邊形 			
兩個菱形 			

(2) 圖形	對應角相等	對應邊成比例	兩個圖形相似
兩個直角三角形 			
兩個等腰三角形 			
兩個等腰直角三角形 			

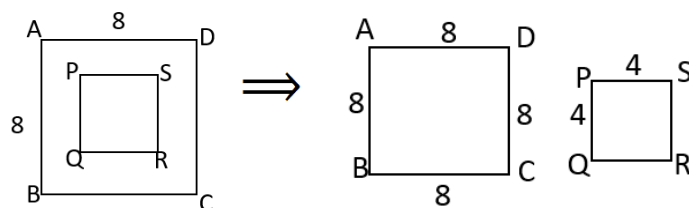
(3)圖形	對應角相等	對應邊成比例	兩個圖形相似
兩個正三角形			
兩個正方形			
兩個正六邊形			
兩個圓形			
發現: 什麼圖形一定是相似形?			

2. 如圖，長方形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} = 6$ 公分，

$\overline{AB} = 4$ 公分，將長方形 $ABCD$ 各邊往外加 2 公分，得一長方形 $EFGH$ ，則長方形 $ABCD$ 和長方形 $EFGH$ 是否相似？請說明理由。



3. 如圖，正方形 $ABCD$ 中，邊長是 8，將正方形各邊往內皆減 2 後，得一較小的正方形 $PQRS$ ，則正方形 $ABCD$ 與正方形 $PQRS$ 是否相似？請說明理由。



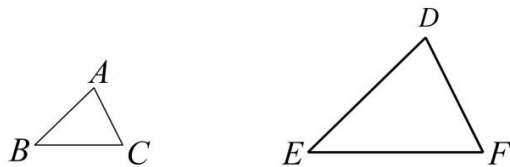


☆多邊形的相似判別：①_____而且②_____

☆放大後會重疊在一起⇒_____

☆若 $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$, $\angle C = \angle F$,

請問： $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 是否相似？



整理

兩個 \triangle 有 3 個角對應相等 \Rightarrow _____

☆筆記

兩個 \triangle 有 2 個角對應相等，
會相似嗎？

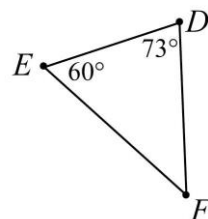
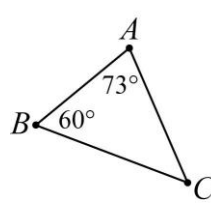


牛刀小試 11

1. 各題中的兩個三角形是否相似，如果相似是根據哪一個相似性質？

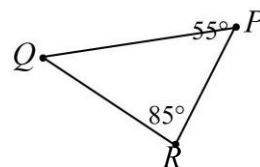
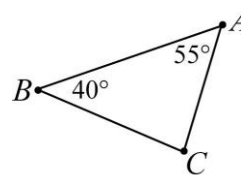
(1) ☐ $\triangle ABC \sim \triangle$ _____ (根據_____相似性質)

☐ 兩個圖形不相似

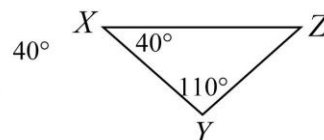
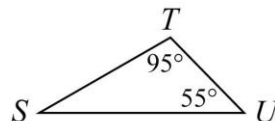
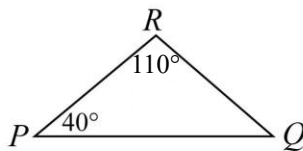
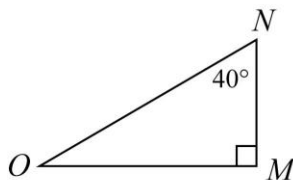
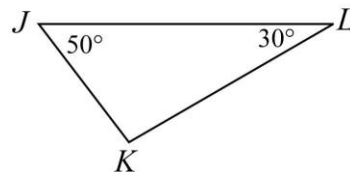
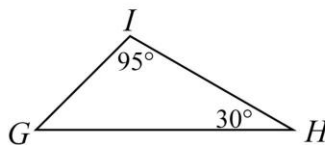
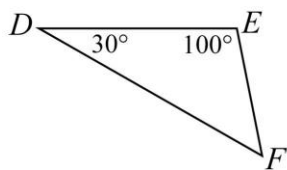
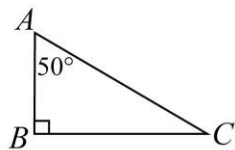


(2) ☐ $\triangle ABC \sim \triangle$ _____ (根據_____相似性質)

☐ 兩個圖形不相似



2. 依照對應點寫出相似的三角形(提示:先把 \triangle 每個角寫出來)



(1) $\triangle ABC \sim \triangle$ _____

(2) $\triangle DEF \sim \triangle$ _____

(3) $\triangle GHI \sim \triangle$ _____

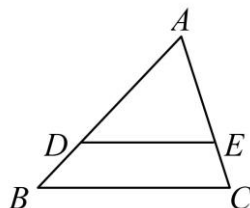
(4) $\triangle PQR \sim \triangle$ _____



例題 4 AAA 相似 (AA 相似) 練習

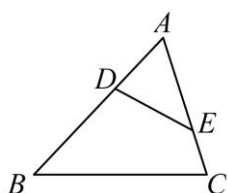


(1)



若 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ，則 $\triangle ADE$ 與 $\triangle ABC$ 是否相似？

(2)



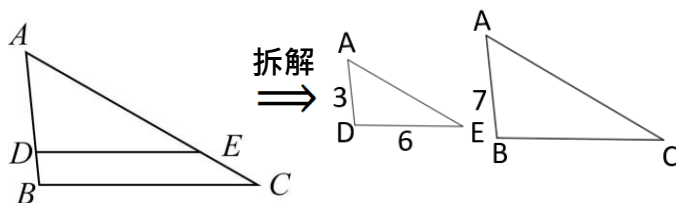
若 $\angle AED = \angle B$ ，則 $\triangle ADE$ 與 $\triangle ABC$ 是否相似？

☆筆記



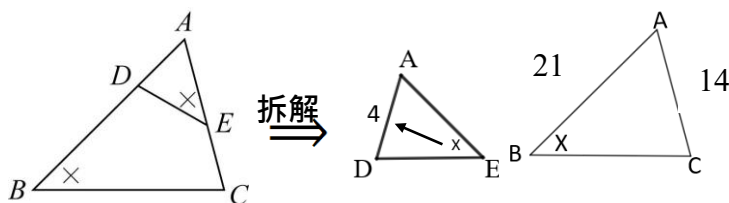
牛刀小試 12

1. 如圖， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 兩點分別為 \overline{AB} 、 \overline{AC} 上的點， $\overline{AD} = 3$ ， $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{DE} = 6$ 且 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ，



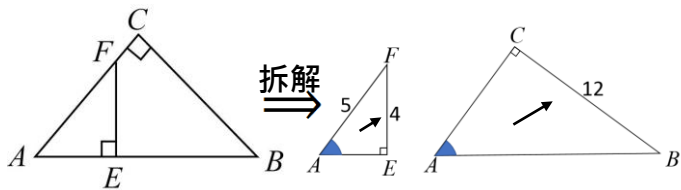
- (1) $\triangle ADE$ 與 $\triangle ABC$ 是否相似？
根據什麼相似性質？
- (2) \overline{AD} 的對應邊是 _____
- (3) $\overline{AD} : \overline{AB} =$ _____
- (4) \overline{DE} 的對應邊 _____，其長度為 _____

2. 如圖， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 兩點分別在 \overline{AB} 、 \overline{AC} 上，若 $\angle B = \angle AED$ ，則



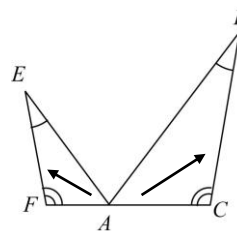
- (1) $\triangle ABC$ 與 $\triangle AED$ 是否相似？
根據什麼相似性質？
- (2) 若 $\overline{AD} = 4$ ， $\overline{AB} = 21$ ， $\overline{AC} = 14$ ，
 \overline{AD} 的對應邊是 _____，
- (3) $\overline{AD} : \overline{AC} =$ _____，
- (4) \overline{AB} 的對應邊是 _____，其長度為 _____

3. 如圖， $\triangle ABC$ 中， E 、 F 兩點分別在 \overline{AB} 、 \overline{AC} 上，若 $\angle C = \angle AEF = 90^\circ$ ，則



- (1) $\triangle ACB$ 與 $\triangle AEF$ 是否相似？
根據什麼相似性質？
- (2) 若 $\overline{EF} = 4$ ， $\overline{AF} = 5$ ， $\overline{BC} = 12$ ，則
 \overline{EF} 的對應邊是_____，
- (3) $\overline{EF} : \overline{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$ ，
- (4) \overline{AE} 的對應邊_____，其長度是_____

4. 右圖 $\triangle ABC$ 和 $\triangle AEF$ 中，已知 $\angle B = \angle E$ ， $\angle C = \angle F$ ，且 $\overline{BC} = 36$ ， $\overline{EF} = 24$ ， $\overline{AF} = 8$ ，



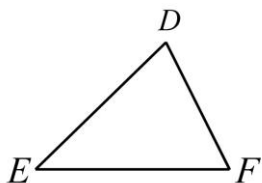
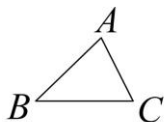
- (1) $\triangle ABC$ 與 $\triangle AEF$ 是否相似？
根據什麼相似性質？
- (2) \overline{BC} 的對應邊是_____，
 $\overline{EF} : \overline{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$
- (3) 求 $\overline{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$



☆多邊形的相似判別：①_____而且②_____

☆放大後會重疊在一起⇒_____

☆若若 \overline{DE} 是 \overline{AB} 的 2 倍， \overline{EF} 是 \overline{BC} 的 2 倍， \overline{DF} 是 \overline{AC} 的 2 倍
請問：那麼 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 是否相似？



整理

如果一個三角形的3個邊都是另一個三角形3個邊的K倍
⇒_____⇒_____

☆筆記



牛刀小試 13

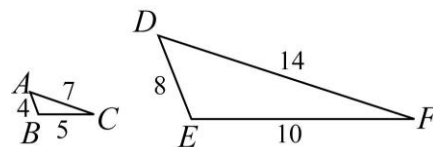
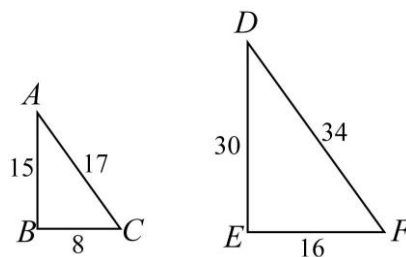
1. 若 $\triangle ABC$ 、 $\triangle DEF$ 其邊長如圖所示，則這兩個三角形是否相似？是根據什麼相似性質？

(1) ☐ $\triangle ABC \sim \triangle$ _____ (根據_____相似性質)

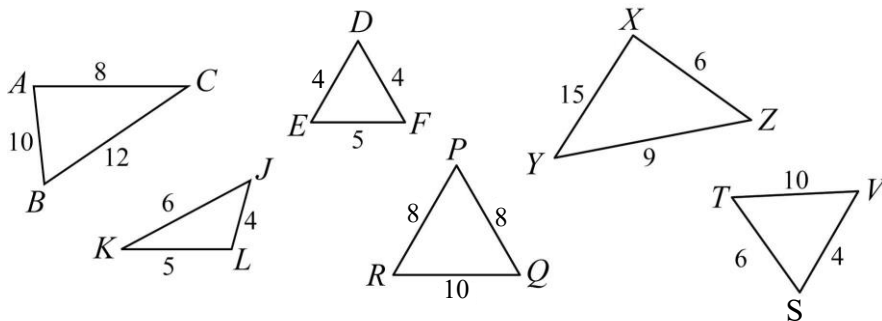
☐ 兩個圖形不相似

(2) ☐ $\triangle ABC \sim \triangle$ _____ (根據_____相似性質)

☐ 兩個圖形不相似



2. 依照對應點分別寫出相似的三角形(提示:寫出 \triangle 三個邊的最簡整數連比)



(1) $\triangle ABC \sim \triangle$ _____

(2) $\triangle DEF \sim \triangle$ _____

(3) $\triangle XYZ \sim \triangle$ _____



例題 5 SSS 相似練習



若三角形的三邊長分別為 10、20、15，
另一個三角形的三邊長分別為 14、28、21，
請問：這兩個三角形是否相似？

☆筆記



牛刀小試 14

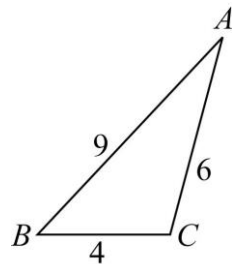
1. 在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 中，若 $\overline{AB} = 2\overline{DE}$ ，
 $\overline{BC} = 2\overline{EF}$ ， $\overline{AC} = 2\overline{DF}$ ，則這兩個三
角形是否相似？根據什麼相似性質？

2. 在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 中，若 $\overline{AB} = \frac{1}{3}\overline{DE}$ ，
 $\overline{BC} = \frac{1}{3}\overline{EF}$ ， $\overline{AC} = \frac{1}{3}\overline{DF}$ ，則這兩個
三角形是否相似？根據什麼相似性質？

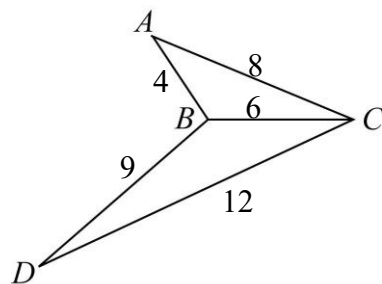
3. 下列各選項分別代表三角形的三邊長，
試問哪一個會和右圖的三角形相似？

- (A) 2、3、4 (B) 5、10、6
(C) 3、4、5 (D) 2、4.5、3

(提示：寫出 \triangle 三個邊的最簡整數比)



4. 如圖， $\triangle ABC$ 與 $\triangle BDC$ 中， $\overline{AB} = 4$ ，
 $\overline{BC} = 6$ ， $\overline{AC} = 8$ ， $\overline{BD} = 9$ ， $\overline{CD} =$
12，則這兩個三角形是否相似？根據什
麼相似性質？





概念 10 SAS 相似

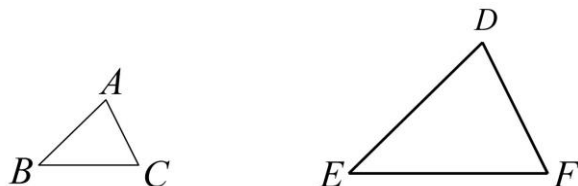


☆多邊形的相似判別：①_____而且②_____

☆放大後會重疊在一起⇒_____

若 $\angle A = \angle D$, $\overline{AB} : \overline{DE} = \overline{AC} : \overline{DF}$

請問：那麼 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 是否相似？



整理

兩個三角形有兩個邊成比例，而且它們的夾角相等

⇒_____

☆筆記

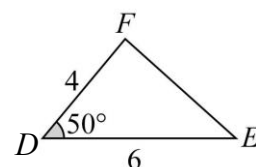
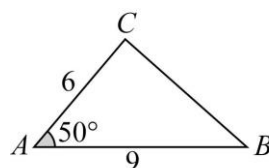


牛刀小試 15

1. 下圖中這兩個三角形是否相似？如果相似是根據什麼相似性質？

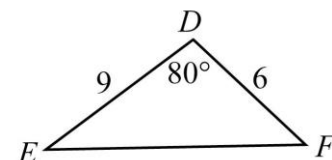
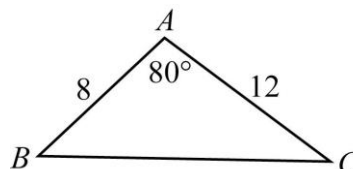
(1) ☐ $\triangle ABC \sim \triangle$ _____（根據_____相似性質）

☐ 兩個圖形不相似

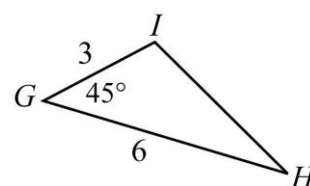
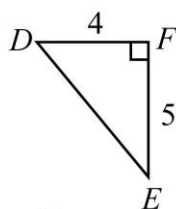
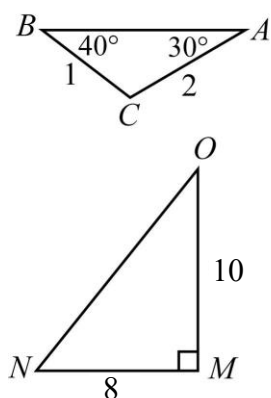


(2) ☐ $\triangle ABC \sim \triangle$ _____（根據_____相似性質）

☐ 兩個圖形不相似



2. 依照對應點分別寫出相似的三角形



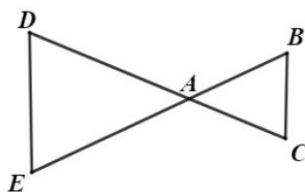
(1) $\triangle CAB \sim \triangle$ _____

(2) $\triangle FED \sim \triangle$ _____

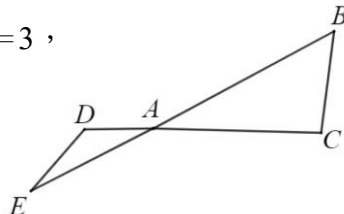
(3) $\triangle GHI \sim \triangle$ _____

**例題****⑥ SAS 相似練習**

- (1) 若 $\overline{AB} = \overline{AC} = 3$, $\overline{AD} = \overline{AE} = 5$,
請問： $\triangle ABC$ 與 $\triangle ADE$ 是否相似？



- (2) 若 $\overline{AB} = 6$, $\overline{AC} = 4$, $\overline{AD} = 2$, $\overline{AE} = 3$,
請問： $\triangle ABC$ 與 $\triangle ADE$ 是否相似？

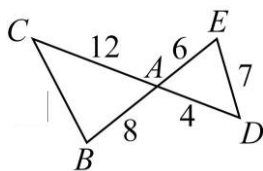


☆筆記

在第(2)小題中， \overline{BC} 和 \overline{DE} 是否平行？為什麼？

**牛刀小試 16**

1. 如圖

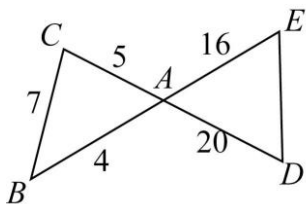


- (1) $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 是否相似？
根據什麼相似性質？

- (2) \overline{AC} 的對應邊是_____，
 $\overline{AC} : \overline{AE} = \underline{\hspace{2cm}}$

- (3) 求 $\overline{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$

2.

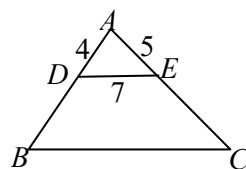


- (1) $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 是否相似？
根據什麼相似性質？

- (2) \overline{AC} 的對應邊是_____，
 $\overline{AC} : \overline{AD} = \underline{\hspace{2cm}}$

- (3) 求 $\overline{DE} = \underline{\hspace{2cm}}$

3. 如圖， $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 中，
若 $\overline{AB} = 16$, $\overline{AC} = 20$,



- (1) $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 是否相似？
根據什麼相似性質？

- (2) \overline{AD} 的對應邊是_____，
 $\overline{AD} : \overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$

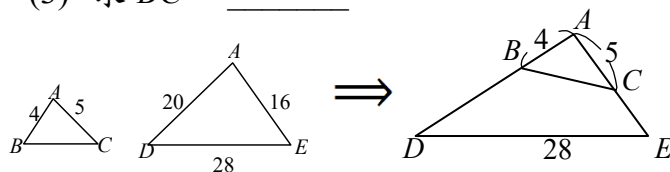
- (3) 求 $\overline{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$

4. $\triangle ABC$ 和 $\triangle AED$ 中，已知 $\overline{AB} = 4$, $\overline{AC} = 5$, $\overline{AD} = 20$, $\overline{AE} = 16$, $\overline{BC} = 28$

- (1) $\triangle ABC$ 和 $\triangle AED$ 是否相似？
根據什麼相似性質？

- (2) \overline{AB} 的對應邊是_____，
 $\overline{AB} : \overline{AE} = \underline{\hspace{2cm}}$

- (3) 求 $\overline{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$





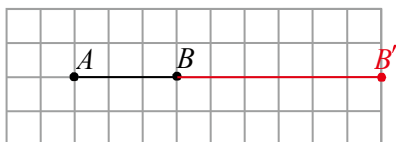
解 答 篇

牛刀小試 1

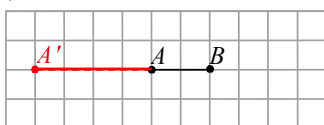
1. C
2. C
3. C
4. C

牛刀小試 2

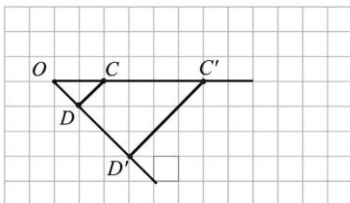
1. (1)



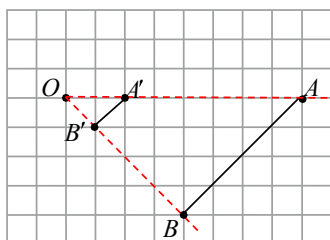
- (2)



2. (1)



- (2)



3. (1) 3

- (2) 9

4. (1) 1 : 5

- (2) $\frac{1}{5}$

牛刀小試 3

- 1.

- (1) 1.5
- (2) 6, 90°

- 2.

- (1) 0.8
- (2) 4, 120°

3. (1) 3

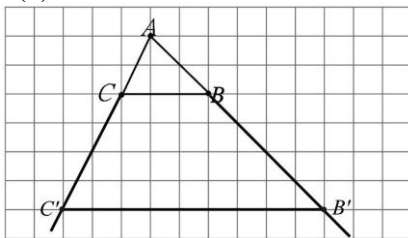
- (2) 90° , 40° , 15

- 4.

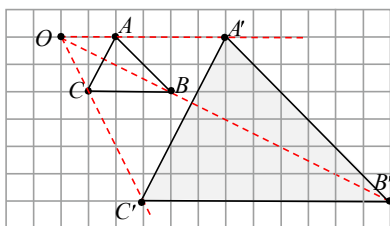
- (1) ☒ 不是, 因為角度不相等
- (2) ☒ 不是, $3:2 \neq 6:6$, 長寬比例不相同
- (3) ☒ 是, 3

牛刀小試 4

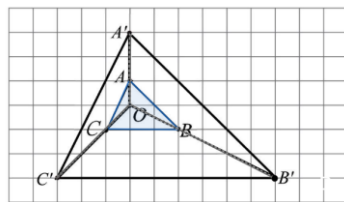
1. (1)



- (2)



- (3)



2. (1) 1 : 3

- (2) 3

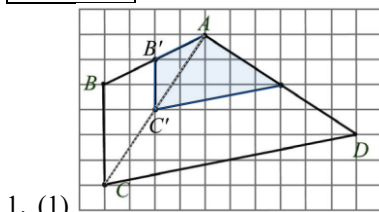
- (3) 9

3. (1) 1 : 2

- (2) 2

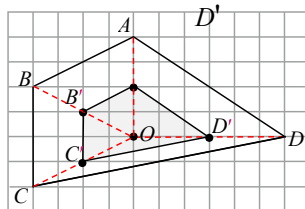
- (3) 12

牛刀小試 5

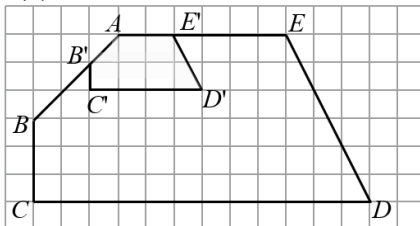


1. (1)

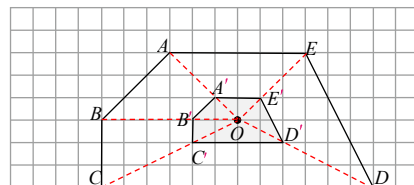
- (2)



2. (1)



- (2)



牛刀小試 6

1. (1) 4 : 1

- (2) 12

- (3) 90°

- (4) 30°

2. (1) 4 : 1

- (2) 4

- (3) 20

- (4) 30°

3. (1) 1 : 2

- (2) 1 : 2

- (3) 3

- (4) 60°

4. (1) 1 : 2

- (2) 1 : 2

- (3) 5

- (4) 55°

牛刀小試 7

- 1.

- (1) $\angle P$, $\angle B$

- (2) \overline{RS} , \overline{AD}

- 2.

- (1) ~

- (2) 1 : 3

- (3) 18

- (4) 90°

- 3.

- (1) ~

- (2) 3 : 1

- (3) 2, 5

- (4) 70°

- 4.

- (1) 3

- (2) \overline{PS} , 6, \overline{BC} , 5

- (3) 30° , 140°

- 5.

- (1) $\frac{1}{2}$

- (2) \overline{QR} , 8, \overline{AD} , 10

- (3) 80° , 85°

- 6.

- (1) 3 : 2

- (2) 120° , 82°

- (3) 9, 4

牛刀小試 8

- 2 : 5
 - \overline{EF} , 5 , \overline{BC} , 6
 - $\angle E$, 96°
- 4 : 3
 - \overline{GH} , 6 , \overline{AB} , 4
 - $\angle E$, 120°
- 2 : 1
 - 24 , 2.5
 - 115°
- 6
 - 88 度
 - 15

牛刀小試 9

- 是
 - 否 , $\overline{AB} : \overline{EF} = 4:8$

$$\overline{AD} : \overline{EH} = 4:7$$

對應邊長的比例不相等

- 乙和丙

- 是
 - 否 , $\overline{AF} : \overline{FB} = 4:8$

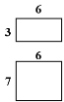
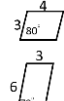

$$\overline{AD} : \overline{FG} = 4:7$$

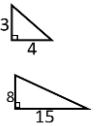
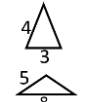
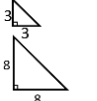
對應邊長的比例不相等

- 增加 2 公分

牛刀小試 10

-

(1)	對應角相等	對應邊成比例	兩個圖形相似
兩個長方形 	✓	✗	✗
兩個平行四邊形 	✗	✗	✗
兩個菱形 	✗	✓	✗

(2)	對應角相等	對應邊成比例	兩個圖形相似
兩個直角三角形 	✗	✗	✗
兩個等腰三角形 	✗	✗	✗
兩個等腰直角三角形 	✓	✓	✓

(3)參考圖形	對應角相等	對應邊成比例	兩個圖形相似
兩個正三角形 	✓	✓	✓
兩個正方形	✓	✓	✓
兩個正六邊形	✓	✓	✓
兩個圓形	✓	✓	✓

發現以下圖形一定是相似形

- 兩個等腰直角三角形
- 正多邊形
- 圓形

$$2. \text{否} , \overline{AB} = 4 , \overline{EF} = 4 + 2 \times 2 = 8$$

$$\overline{AD} = 6 , \overline{EH} = 6 + 2 \times 2 = 10$$

$$\overline{AB} : \overline{EF} \neq \overline{AD} : \overline{EH}$$

邊長不成比例

$$3. \text{是} , \overline{AB} = 8 , \overline{PQ} = 8 - 2 \times 2 = 4$$

$$\overline{AB} : \overline{PQ} = \overline{BC} : \overline{QR}$$

$$= \overline{CD} : \overline{RS} = \overline{AD} : \overline{PS}$$

對應邊成比例，且每個角都是直角，所以是相似形

牛刀小試 11

- ✓ $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ (根據 AA 相似性質)
 - ✓ $\triangle ABC \sim \triangle PQR$ (根據 AA 相似性質)
- $\triangle ABC \sim \triangle OMN$
 - $\triangle DEF \sim \triangle LKJ$
 - $\triangle GHI \sim \triangle UST$
 - $\triangle PQR \sim \triangle XZY$

牛刀小試 12

- 是，(AA 相似)
 - \overline{AB}
 - 3 : 7
 - \overline{BC} , 14

- (1) 是 (AA 相似)

- \overline{AC}
- 2 : 7
- \overline{AE} , 6

- 是，AA 相似
 - \overline{BC}
 - 1 : 3
 - \overline{AC} , 9

- 是，AA 相似
 - \overline{EF} , 2 : 3
 - 12

牛刀小試 13

- ✓ $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ (SSS 相似)
 - ✓ $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ (SSS 相似)
- $\triangle ABC \sim \triangle LKJ$ (SSS 相似)
 - $\triangle DEF \sim \triangle PRQ$ (SSS 相似)
 - $\triangle XYZ \sim \triangle VTS$ (SSS 相似)

牛刀小試 14

- 是，SSS 相似
- 是，SSS 相似
- D
- 是 (SSS 相似)

牛刀小試 15

1. (1) $\square \triangle ABC \sim \triangle DEF$ (SAS 相似)
(2) $\square \triangle ABC \sim \triangle DFE$ (SAS 相似)
2.
 - (1) $\triangle CAB \sim \triangle RPQ$
 - (2) $\triangle FED \sim \triangle MON$
 - (3) $\triangle GHI \sim \triangle XYZ$

牛刀小試 16

1.
 - (1) 是, SAS 相似
 - (2) \overline{AE} , $2:1$
 - (3) 14
2.
 - (1) 是, SAS 相似
 - (2) \overline{AD} , $1:4$
 - (3) 28
3.
 - (1) 是, SAS 相似
 - (2) \overline{AB} , $1:4$
 - (3) 28
4.
 - (1) 是, SAS 相似
 - (2) \overline{AE} , $1:4$
 - (3) 7



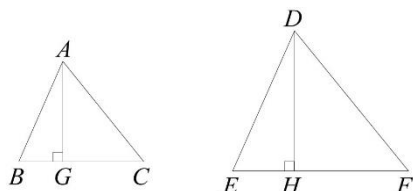
B5 1-4 相似形的應用



概念 ① 相似三角形的高與面積



☆ 若 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ，且 $A、B、C$ 的對應點分別是 $D、E、F$ ，若 $\overline{AG}、\overline{DH}$ 分別為 \overline{BC} 和 \overline{EF} 上的高，請說明： $\overline{AG} : \overline{DH} = \overline{AB} : \overline{DE}$



☆ 如果 $\overline{AB} : \overline{DE} = 2 : 3$ ，則

① $\overline{AG} : \overline{DH} =$ _____

② $\triangle ABC$ 面積： $\triangle DEF$ 面積 = _____

整理

兩相似三角形

① 對應高的比 = _____。

② 面積比 = _____。

☆ 筆記

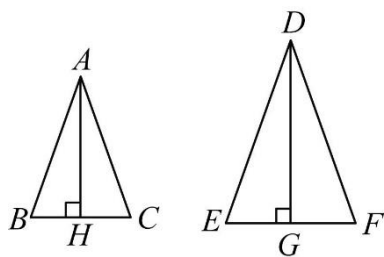


牛刀小試 ①

1. 如圖，已知 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 。

\overline{AH} 為 \overline{BC} 上的高， \overline{DG} 為 \overline{EF} 上的高。

若 $\overline{BC} = 15$ ， $\overline{EF} = 20$ ，則：



(1) $\overline{BC} : \overline{EF} =$ _____。

(最簡整數比)

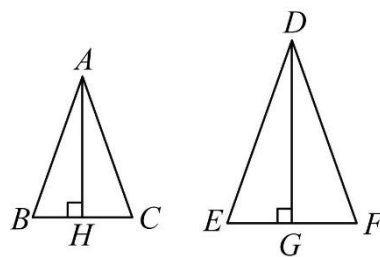
$\overline{AH} : \overline{DG} =$ _____。

(2) $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 的面積比為 _____。

2. 如圖，已知 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 。

\overline{AH} 為 \overline{BC} 上的高， \overline{DG} 為 \overline{EF} 上的高。

若 $\overline{BC} = 12$ ， $\overline{EF} = 20$ ，則：



(1) $\overline{BC} : \overline{EF} =$ _____。

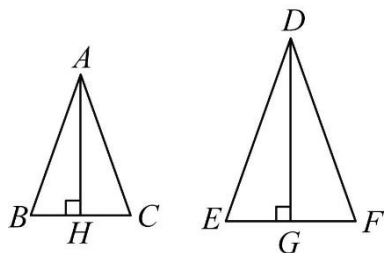
$\overline{AH} : \overline{DG} =$ _____。

(2) $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 的面積比為 _____。

3. 如圖，已知 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 。

\overline{AH} 為 \overline{BC} 上的高， \overline{DG} 為 \overline{EF} 上的高。

若 $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{DE} = 12$ ，則：



(1) $\overline{BC} : \overline{EF} =$ _____。

$\overline{AH} : \overline{DG} =$ _____。

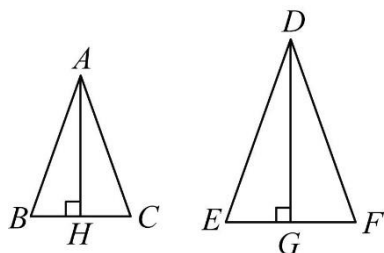
(2) $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 的面積比為_____。

(3) 若 $\triangle ABC$ 面積是 16，則 $\triangle DEF$ 的面積為_____。

4. 如圖，已知 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 。

\overline{AH} 為 \overline{BC} 上的高， \overline{DG} 為 \overline{EF} 上的高。

若 $\overline{AC} = 5$ ， $\overline{DF} = 7$ ，則：



(1) $\overline{BC} : \overline{EF} =$ _____。

$\overline{AH} : \overline{DG} =$ _____。

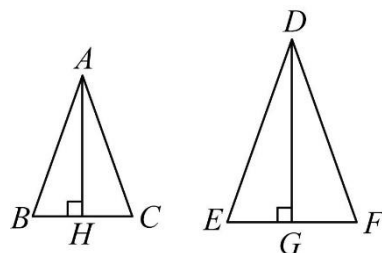
(2) $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 的面積比為_____。

(3) 若 $\triangle ABC$ 面積是 50，則 $\triangle DEF$ 的面積為_____。

5. 如圖，已知 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 。

\overline{AH} 為 \overline{BC} 上的高， \overline{DG} 為 \overline{EF} 上的高。

若 $\overline{AH} = 3$ ， $\overline{DG} = 8$ ，則：



(1) \overline{BC} 和 \overline{EF} 的長度比為_____。

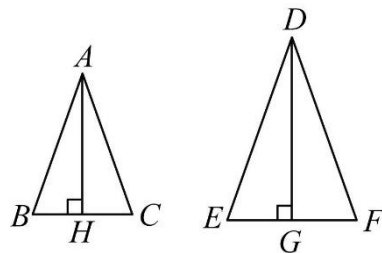
(2) 若 $\overline{EF} = 16$ ，求 $\overline{BC} =$ _____。

(3) $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 的面積比為_____。

6. 如圖，已知 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 。

\overline{AH} 為 \overline{BC} 上的高， \overline{DG} 為 \overline{EF} 上的高。

若 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 面積比為 4 : 9，則：



(1) $\overline{BC} : \overline{EF} =$ _____。

(2) $\overline{AH} : \overline{DG} =$ _____。

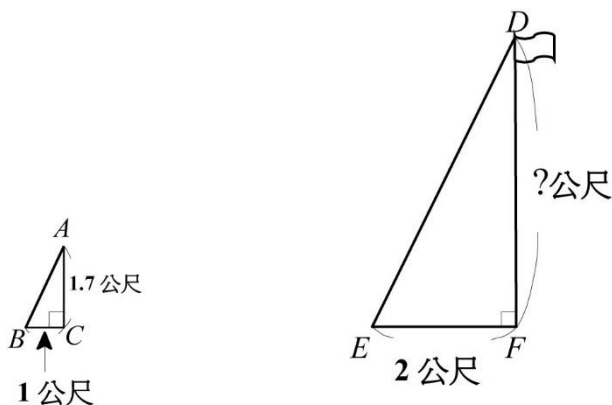


例題 1 測量旗桿的高度



羅澤想測量旗桿的高度

已知：羅澤的身高 $\overline{AC} = 1.7$ 公尺，他的影子 $\overline{BC} = 1$ 公尺
旗桿的影子 $\overline{EF} = 2$ 公尺，求旗桿的高度 $\overline{DF} = ?$



☆筆記

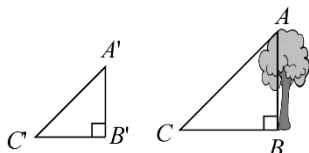
$\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 為什麼會相似？



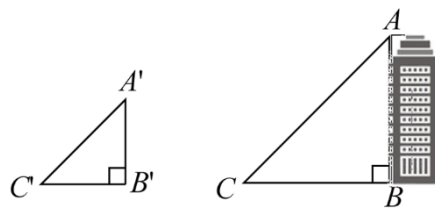
牛刀小試 2

- 秉蓁想要測量與地面垂直的樹之高度 \overline{AB} ，他先測得該樹影子 \overline{BC} 的長度為 350 [公分]，在同一時間，拿一根長 1 [公尺] 的標桿 ($\overline{A'B'}$) 垂直地面，測得影子 $\overline{B'C'}$ 的長度為 0.7 [公尺]。則該樹的高度 \overline{AB} 為_____公尺。

(提示:換成同單位)



- 昱忻想要測量教學大樓的高度 \overline{AB} ，他先測得教學大樓影子 \overline{BC} 的長度為 6 公尺，在同一時間，拿一根長 15 公尺的標桿 ($\overline{A'B'}$) 垂直地面，測得影子 $\overline{B'C'}$ 的長度為 2 公尺。則教學大樓的高度 \overline{AB} 為_____公尺。

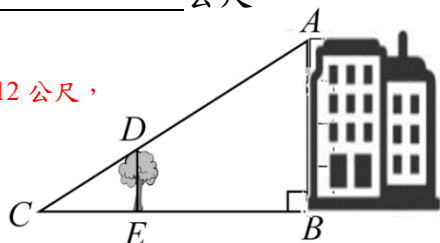


3. 如圖，瑞好想要測量自家大樓高度 \overline{AB} ，距離該大樓前方 12 公尺 E 點有一棵長為 2 公尺大樹 \overline{DE} ，大樓影子長度 \overline{BC} 和大樹影子長度 \overline{CE} 重疊交於 C 點，已知大樓影子長度 \overline{BC} 為 15 公尺，求大樓高度 \overline{AB} _____ 公尺。

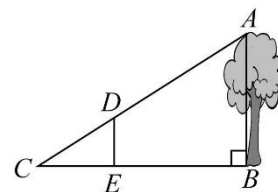
提示：

① B 點和 E 點距離 12 公尺，

② 先算出 \overline{CE} 長

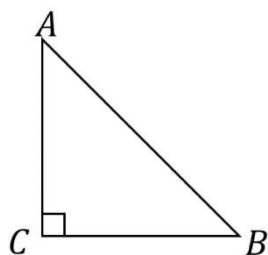


4. 如圖，品希想要測量樹高 \overline{AB} ，她在樹前 15 公尺的 E 點立一根長為 4 公尺的標竿 \overline{DE} ， \overline{AD} 和 \overline{BE} 延長交於 C 點，已知樹的影子長度 \overline{BC} 是 20 公尺，求樹高 \overline{AB} 為 _____ 公尺。



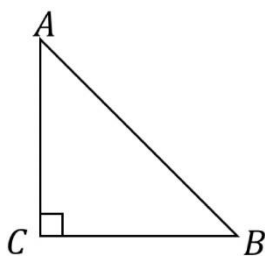


如右圖， $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形， $\angle A = \angle B = 45^\circ$ ， $\angle C = 90^\circ$ ，求 $\overline{AC} : \overline{BC} : \overline{AB} = ?$



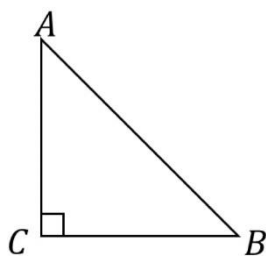
<例>

①



若 $\overline{AC} = 3$ ，則 $\overline{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$ ，
 $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$

②



若 $\overline{AB} = 6$ ，則 $\overline{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$ ，
 $\overline{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$

☆筆記

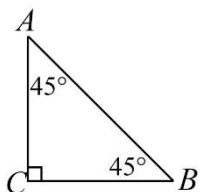


牛刀小試 3

1. 若 $\overline{AC} = 4$ ，求

(1) $\overline{BC} =$

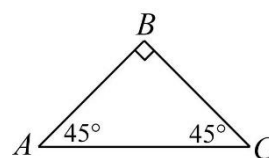
(2) $\overline{AB} =$



3. 若 $\overline{AB} = 8$ ，求

(1) $\overline{BC} =$

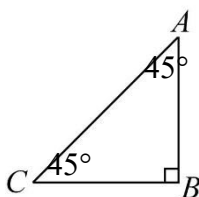
(2) $\overline{AC} =$



2. 若 $\overline{BC} = 5$ ，求

(1) $\overline{AB} =$

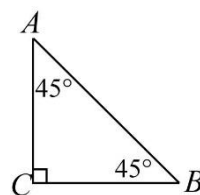
(2) $\overline{AC} =$



4. 若 $\overline{AB} = 3\sqrt{2}$ ，求

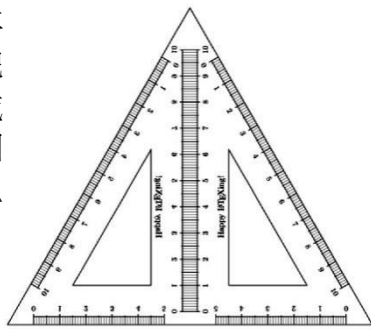
(1) $\overline{BC} =$

(2) $\overline{AC} =$

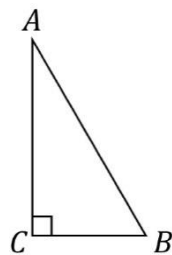




常見的兩種三角板都是直角三角形，其中一種是 30 度—60 度—90 度，我們把兩個這種三角板拼起來剛好可以拼成一個_____（如圖）我們用這個特性來探討 30 度—60 度—90 度直角△的邊長關係。

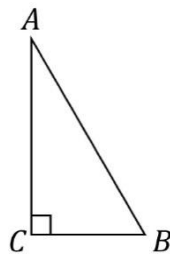


☆筆記



☆如右圖，已知 $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = 90^\circ$

若 $\overline{BC} = a$ ，求 $\overline{BC} : \overline{AB} : \overline{AC} = ?$

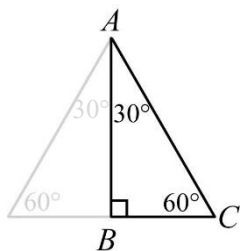


牛刀小試 4

1. 如圖

(1) $\overline{BC} : \overline{AC} : \overline{AB}$
= _____

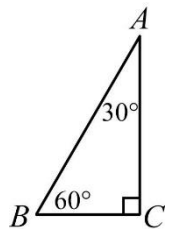
(2) 若 $\overline{BC} = 2$ ，
 $\overline{AC} =$ _____
 $\overline{AB} =$ _____



4. 如圖

(1) $\overline{BC} : \overline{AB} : \overline{AC}$
= _____

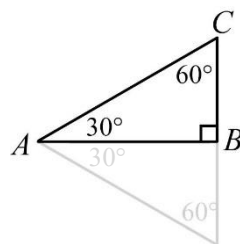
(2) 若 $\overline{AB} = 4$ ，
 $\overline{BC} =$ _____
 $\overline{AC} =$ _____



2. 如圖

(1) $\overline{BC} : \overline{AC} : \overline{AB}$
= _____

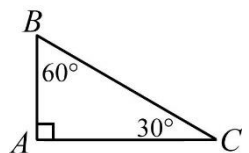
(2) 若 $\overline{BC} = 4$ ，
 $\overline{AC} =$ _____
 $\overline{AB} =$ _____



5. 如圖

(1) $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{AC}$
= _____

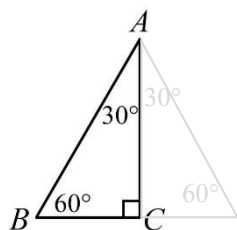
(2) 若 $\overline{BC} = 6$ ，
 $\overline{AB} =$ _____
 $\overline{AC} =$ _____



3. 如圖

(1) $\overline{BC} : \overline{AB} : \overline{AC}$
= _____

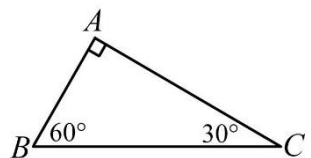
(2) 若 $\overline{BC} = 6$ ，
 $\overline{AB} =$ _____
 $\overline{AC} =$ _____



6. 如圖

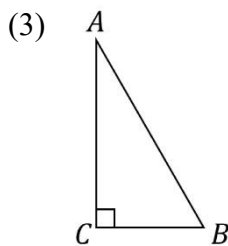
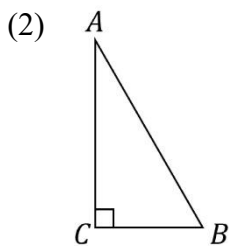
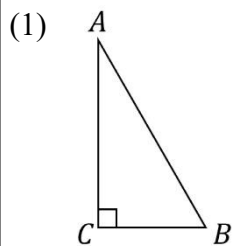
(1) $\overline{AB} : \overline{AC} : \overline{BC}$
= _____

(2) 若 $\overline{BC} = 8$ ，
 $\overline{AB} =$ _____
 $\overline{AC} =$ _____



**例題****③** **$30^\circ-60^\circ-90^\circ$ 的直角三角形的邊長比**已知： $\angle A=30^\circ$ ， $\angle B=60^\circ$ ， $\angle C=90^\circ$

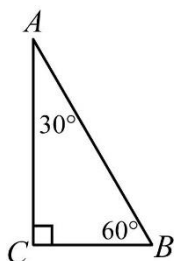
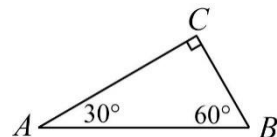
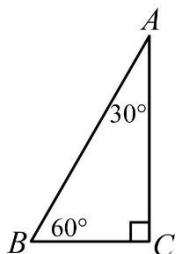
☆筆記



(2)
若 $\overline{BC}=2$ ，
求 $\overline{AB} =$ _____，
 $\overline{AC} =$ _____

若 $\overline{AB}=10$ ，
求 $\overline{BC} =$ _____，
 $\overline{AC} =$ _____

若 $\overline{AC}=6$ ，
求 $\overline{BC} =$ _____，
 $\overline{AB} =$ _____

**牛刀小試 5**1. 若 $\overline{BC}=3$ ，求 $\overline{AB} =$ $\overline{AC} =$ 3. 若 $\overline{AC}=6\sqrt{3}$ ，求 $\overline{BC} =$ $\overline{AB} =$ 2. 若 $\overline{AC}=4\sqrt{3}$ ，求 $\overline{BC} =$ $\overline{AB} =$ 



概念

4 直角△的邊長比值



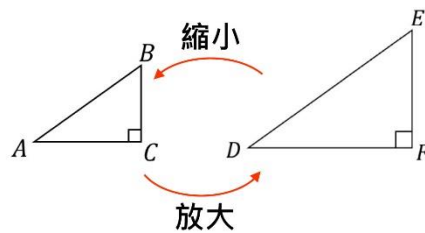
☆如果我們把直角△ ABC 放大成△ DEF
則_____

$$\Rightarrow \frac{\overline{BC}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{DE}} \quad (\text{對應邊成比例})$$

$$\Rightarrow \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

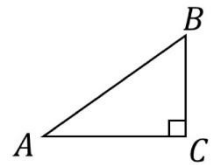
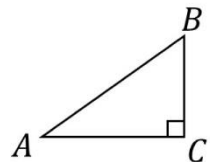
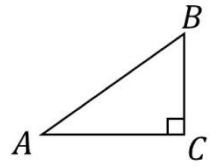
$$\Rightarrow \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\Rightarrow \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

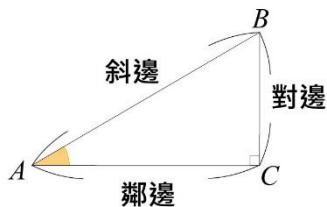


我們發現：
不管放大或縮小幾倍，這些直角△的邊長比值都是固定的！

☆筆記



☆



$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{\angle A \text{ 的對邊長}}{\text{斜邊長}} = \sin A$$

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{\angle A \text{ 的鄰邊長}}{\text{斜邊長}} = \cos A$$

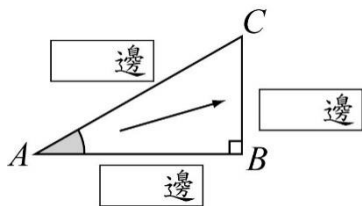
$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\angle A \text{ 的對邊長}}{\angle A \text{ 的鄰邊長}} = \tan A$$



牛刀小試 6

1. 以 A 為觀察點，請在空格中填入「斜」、「對」、「鄰」

(1)



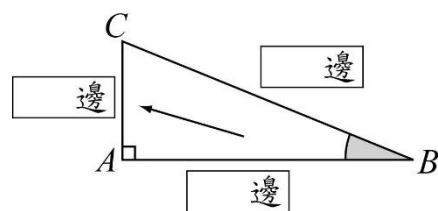
(2) $\sin A = \frac{\angle A \text{ 的 } \boxed{\hspace{1cm}} \text{ 邊長}}{\boxed{\hspace{1cm}} \text{ 邊長}}$

$$\cos A = \frac{\angle A \text{ 的 } \boxed{\hspace{1cm}} \text{ 邊長}}{\boxed{\hspace{1cm}} \text{ 邊長}}$$

$$\tan A = \frac{\angle A \text{ 的 } \boxed{\hspace{1cm}} \text{ 邊長}}{\angle A \text{ 的 } \boxed{\hspace{1cm}} \text{ 邊長}}$$

2. 以 B 為觀察點，請在空格中填入「斜」、「對」、「鄰」

(1)



(2) $\sin B = \frac{\angle B \text{ 的 } \boxed{\hspace{1cm}} \text{ 邊長}}{\boxed{\hspace{1cm}} \text{ 邊長}}$

$$\cos B = \frac{\angle B \text{ 的 } \boxed{\hspace{1cm}} \text{ 邊長}}{\boxed{\hspace{1cm}} \text{ 邊長}}$$

$$\tan B = \frac{\angle B \text{ 的 } \boxed{\hspace{1cm}} \text{ 邊長}}{\angle B \text{ 的 } \boxed{\hspace{1cm}} \text{ 邊長}}$$



例題 4 直角△的邊長比值

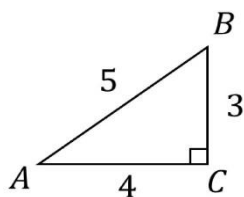


如右圖，已知： $\angle C = 90^\circ$ ， $\overline{BC} = 3$ ，
 $\overline{AC} = 4$ ， $\overline{AB} = 5$ ，求

(1) $\sin A =$ _____

(2) $\cos A =$ _____

(3) $\tan A =$ _____



☆筆記



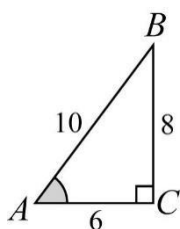
牛刀小試 7

1. 如圖，求

(1) $\sin A =$ _____

(2) $\cos A =$ _____

(3) $\tan A =$ _____

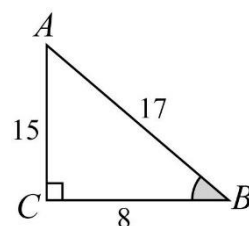


4. 如圖，求

(1) $\sin B =$ _____

(2) $\cos B =$ _____

(3) $\tan B =$ _____

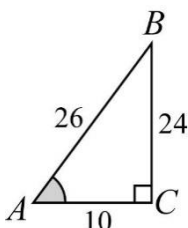


2. 如圖，求

(1) $\sin A =$ _____

(2) $\cos A =$ _____

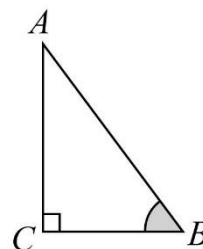
(3) $\tan A =$ _____



5. 若 $\sin B = \frac{12}{13}$ ，則

(1) $\cos B =$ _____

(2) $\tan B =$ _____

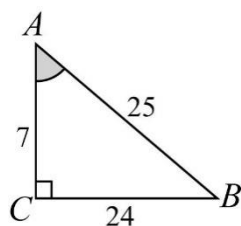


3. 如圖，求

(1) $\sin A =$ _____

(2) $\cos A =$ _____

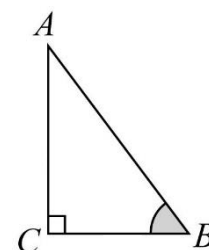
(3) $\tan A =$ _____



6. 若 $\sin B = \frac{15}{17}$ ，則

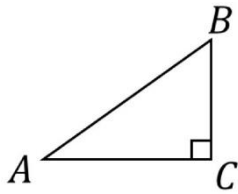
(1) $\cos B =$ _____

(2) $\tan B =$ _____





例題 5 特殊直角△的邊長比值

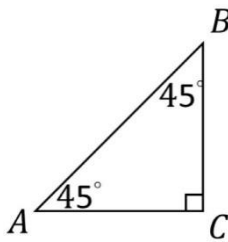


$$\sin A = \underline{\hspace{2cm}} \quad \cos A = \underline{\hspace{2cm}} \quad \tan A = \underline{\hspace{2cm}}$$

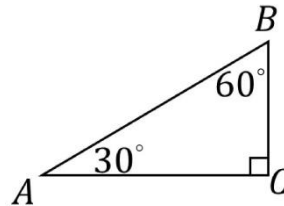
☆筆記

<練習>

(1)



(2)



① $\sin 45^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

① $\sin 30^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

① $\sin 60^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

② $\cos 45^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

② $\cos 30^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

② $\cos 60^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

③ $\tan 45^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

③ $\tan 30^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

③ $\tan 60^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$



牛刀小試 8

1. (1) $\sin 30^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) $\sin 60^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

(3) $\sin 45^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

2. (1) $\cos 30^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) $\cos 60^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

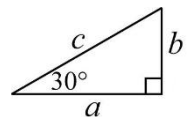
(3) $\cos 45^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

3. (1) $\tan 30^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

(3) $\tan 60^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

(3) $\tan 45^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

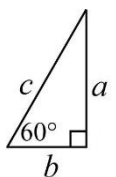
4. 若 $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$



(1) 表示圖中， $\frac{\square}{\square} = \frac{1}{2}$

(2) 若 $c = 10$ ，則 $b = \underline{\hspace{2cm}}$

5. 若 $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$



(1) 表示圖中， $\frac{\square}{\square} = \frac{1}{2}$

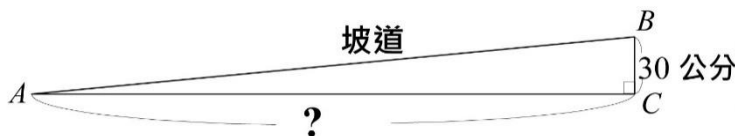
(2) 若 $c = 12$ ，則 $b = \underline{\hspace{2cm}}$



例題 6 三角比的應用



「無障礙通行空間設置坡道，其坡度不得大於 $\frac{1}{12}$ 」。其中，
 坡度 = $\frac{\text{高度}}{\text{水平距離}}$ ，蘭花國中想設置一個無障礙通行坡道，
 其中高度 BC 為 30 公分，則水平距離至少要多少公分才能
 符合規定？



☆筆記

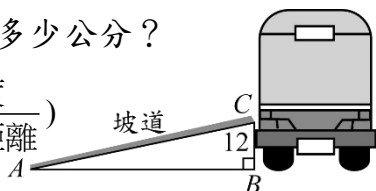
請問：題目中的 $\frac{1}{12}$ 指的是
 $\sin A$ 、 $\cos A$ 還是 $\tan A$ ？



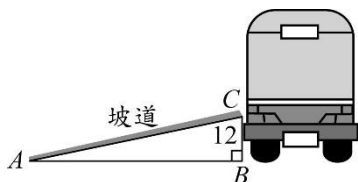
牛刀小試 9

1. 如下圖，公車的門可設置臨時殘障坡道，讓身障者的輪椅及娃娃車能輕鬆上車。已知坡度是 $\frac{1}{9}$ 且公車門到地板的垂直高度 \overline{BC} 為 12 公分，求此殘障坡道的水平距離 \overline{AB} 是多少公分？

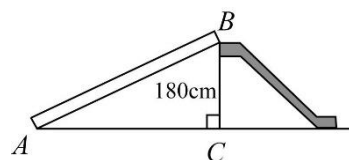
(提示：坡度 = $\frac{\text{高度}}{\text{水平距離}}$)



2. 如下圖，公車的門可設置臨時殘障坡道，讓身障者的輪椅及娃娃車能輕鬆上車。已知坡度是 $\frac{1}{10}$ 且公車門到地板的垂直高度 \overline{BC} 為 12 公分，求此殘障坡道的水平距離 \overline{AB} 是多少公分？

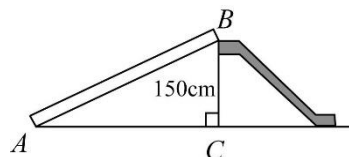


3. 如下圖，某公園有一座溜滑梯，其地面所形成的角度為 A ，已知 $\tan A = \frac{3}{4}$ ，且最高點的垂直高度為 180 公分，求此溜滑梯的水平距離 \overline{AC} 是多少公分？



(提示： $\tan A = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\angle A \text{ 的對邊長}}{\angle A \text{ 的鄰邊長}}$)

4. 如下圖，某公園有一座溜滑梯，其地面所形成的角度為 A ，已知 $\tan A = \frac{3}{4}$ ，且最高點的垂直高度為 150 公分，求此溜滑梯的水平距離 \overline{AC} 是多少公分？





解 答 篇

牛刀小試 1

- $3:4, 3:4$
 - $9:16$
- $3:5, 3:5$
 - $9:25$
- $2:3, 2:3$
 - $4:9$
- 36
- $5:7, 5:7$
 - $25:49$
- 98
- $3:8$
 - 6
- $9:64$
- $2:3$
 - $2:3$

牛刀小試 2

- 5
- 45
- 10
- 16

牛刀小試 3

- 4
 - $4\sqrt{2}$
- 5
 - $5\sqrt{2}$
- 8
 - $8\sqrt{2}$
- 3
 - 3

牛刀小試 4

- $1:2:\sqrt{3}$
 - $4:2\sqrt{3}$
- $1:2:\sqrt{3}$
 - $8:4\sqrt{3}$
- $1:2:\sqrt{3}$
 - $12:6\sqrt{3}$
- $1:2:\sqrt{3}$
 - $2:2\sqrt{3}$
- $1:2:\sqrt{3}$
 - $3:3\sqrt{3}$
- $1:\sqrt{3}:2$
 - $4:4\sqrt{3}$

牛刀小試 5

- $6, 3\sqrt{3}$
- $4, 8$
- $6, 12$

牛刀小試 6

- $$\sin A = \frac{\angle A \text{ 的對邊長}}{\text{斜邊長}}$$

$$\cos A = \frac{\angle A \text{ 的鄰邊長}}{\text{斜邊長}}$$

$$\tan A = \frac{\angle A \text{ 的對邊長}}{\angle A \text{ 的鄰邊長}}$$

- $$\sin B = \frac{\angle B \text{ 的對邊長}}{\text{斜邊長}}$$

$$\cos B = \frac{\angle B \text{ 的鄰邊長}}{\text{斜邊長}}$$

$$\tan B = \frac{\angle B \text{ 的對邊長}}{\angle B \text{ 的鄰邊長}}$$

牛刀小試 7

- $\frac{4}{5}$
 - $\frac{3}{5}$
 - $\frac{4}{3}$
- $\frac{12}{13}$
 - $\frac{5}{13}$
 - $\frac{12}{5}$
- $\frac{24}{25}$
 - $\frac{7}{25}$
 - $\frac{24}{7}$
- $\frac{15}{17}$
 - $\frac{8}{17}$
 - $\frac{15}{8}$
- $\frac{5}{13}$
 - $\frac{12}{5}$
- $\frac{8}{17}$
 - $\frac{15}{8}$

牛刀小試 8

- $\frac{1}{2}$
 - $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 - $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 - $\frac{1}{2}$
 - $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- $\frac{\sqrt{3}}{3}$
 - $\sqrt{3}$
 - 1
- $\frac{b}{c} = \frac{1}{2}$
 - 5
- $\frac{b}{c} = \frac{1}{2}$
 - 6

牛刀小試 9

- 108cm
- 120cm
- 240cm
- 200cm



B5 2-1 點直線與圓之間的位置關係



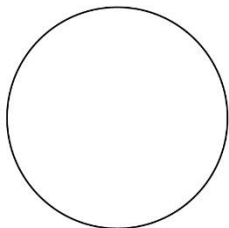
概念

① 什麼是圓？

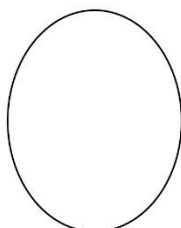


☆ 宇澤、侑安和桓辰三個人在黑板上畫圓，你覺得誰畫的比較圓？為什麼？

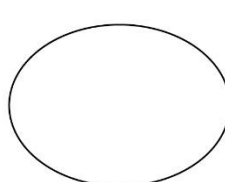
宇澤



侑安



桓辰



☆圓的意義：

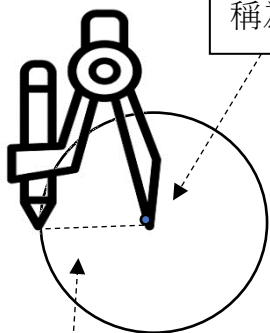
☆筆記

1. 請用圓規畫一個半徑 1.5 公分的圓，並指出圓心和半徑
2. 請問：圓心是不是圓的一部分？
3. 請問：你覺得圓比較像橡皮筋？還是 PIZZA 的皮？



牛刀小試 1

1. 認識圓



(1) 圓規針尖固定點稱為_____

(3) 圓規筆尖畫出的這一圈，稱為_____

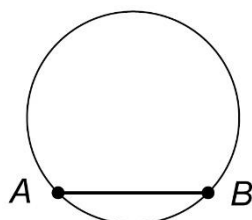
(2) 筆尖和針尖之間的距離稱為_____

2. 請畫出一直徑為 5 公分的圓，並指出圓心 O 與半徑。



1. 弦：_____

2. 弧：_____



<註>

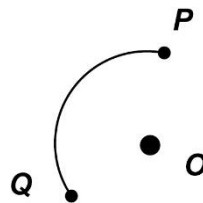
① 通過圓心的弦稱為_____

② 圓內最長的弦是_____

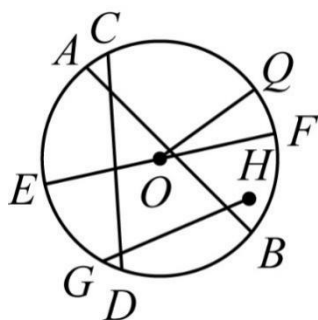
③ 半徑是不是弦？_____

☆筆記

1. 比較優弧、劣弧和半圓的大小

2. 請問 \widehat{PQ} 是優弧還是劣弧？為什麼？

1.



如圖

(1) 哪些為弦？答：_____

(2) 哪些是半徑？答：_____

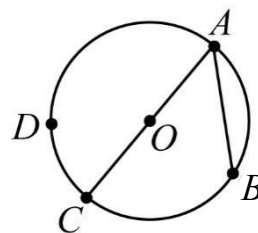
(3) 最長的弦為_____

(4) 哪些不是弦？答：_____



牛刀小試 2

2. 請用不同顏色在圖形上標示下列各弧，並用符號表示



(1) 以 A、B 為端點的優弧：_____

(2) 以 A、B 為端點的劣弧：_____

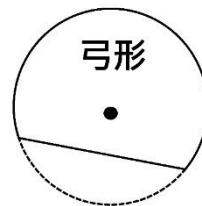
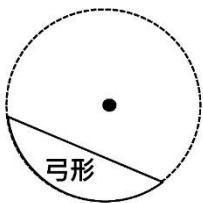
(3) 請比較優弧、劣弧和半圓的大小：_____



☆①扇形

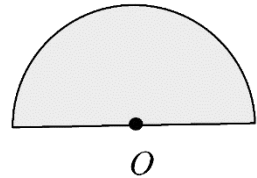


②弓形



☆筆記

請問：半圓弧和直徑所圍成的圖形是扇形還是弓形？

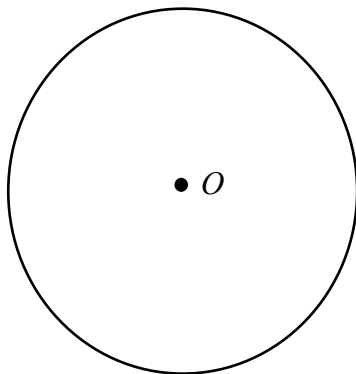


牛刀小試 3

1. (1)一弦和一弧會形成的圖形稱為_____

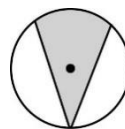
(2)兩半徑和一弧所形成的圖形稱為_____

(3)請在下圖中畫出一個弓形及扇形

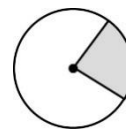


2. 下列哪些為扇形？_____

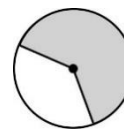
哪些為弓形？_____



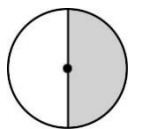
(A)



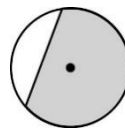
(B)



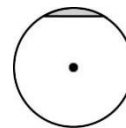
(C)



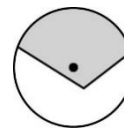
(D)



(E)



(F)



(G)

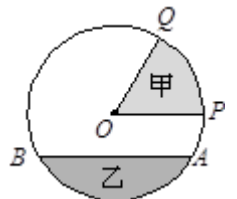
3. 如右圖，圓 O 中，

(1) \overline{OP} 稱為_____，

(2) \overline{AB} 稱為_____，

(3) \overline{OP} 、 \overline{OQ} 與 \widehat{PQ} 所組成的圖形區域甲稱為_____，

\overline{AB} 與 \widehat{AB} 所組成的圖形區域乙稱為_____





概念

④ 弧長與扇形面積



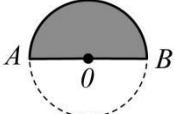
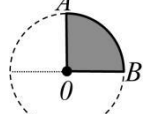
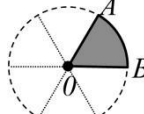
☆複習 ①圓周長=_____ = _____



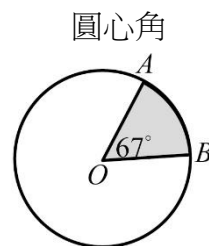
②圓面積=_____

③弧長與扇形面積

☆圓周率

半圓 	$\frac{1}{4}$ 圓 	$\frac{1}{6}$ 圓 
\widehat{AB} 的弧長	\widehat{AB} 的弧長	\widehat{AB} 的弧長
扇形 AOB 的面積	扇形 AOB 的面積	扇形 AOB 的面積
為什麼是 $\frac{1}{2}$?	為什麼是 $\frac{1}{4}$?	為什麼是 $\frac{1}{6}$?

☆筆記



- ① 以圓心為頂點，兩半徑為邊所組成的角稱為_____ 如上圖的_____
- ② \widehat{AB} 的弧長是圓周長的_____
- ③ 扇形 AOB 的面積是整個圓的_____



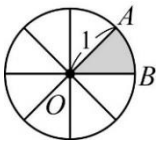
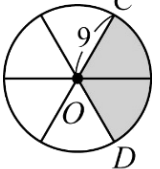
牛刀小試 ④

1. 算出下列圓周長和圓面積：

(1) 半徑為 3

(2) 半徑為 4

2. 寫出下列各題灰色區域是圓的幾分之幾，並求圓心角角度、弧長及扇形面積
(提示:圓心角度數=360°×幾分之幾的圓)

		
幾分之幾的圓		
圓心角度數		
弧長		
扇形面積		



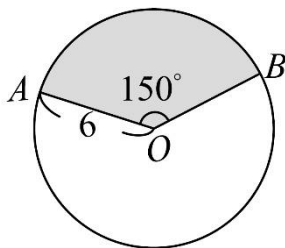
例題 1 計算弧長與扇形面積



如圖，已知：圓 O 的半徑是 6， \widehat{AB} 所對的圓心角為 150°

求(1) \widehat{AB} 的長度

(2) 扇形 AOB 面積



☆筆記



牛刀小試 5

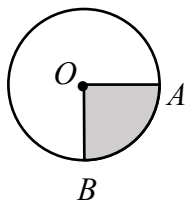
1. 若圓 O 半徑為 5， \widehat{AB} 所對的圓心角為 90° ，則：

(1) 灰色區域是圓的 _____

(2) \widehat{AB} 長度為 _____

(2) 扇形 AOB 面積為 _____

(提示: $\frac{90}{360}$)

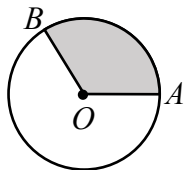


2. 若圓 O 半徑為 6， \widehat{AB} 所對的圓心角為 120° ，則：

(1) 灰色區域是圓的 _____

(2) \widehat{AB} 的長度為 _____

(3) 扇形 AOB 面積為 _____

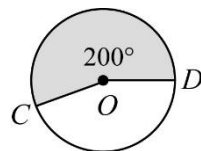


3. 若圓 O 半徑為 9，優弧 \widehat{CD} 所對的圓心角為 200° ，則：

(1) 優弧 \widehat{CD} 的長度。

(2) 扇形 COD 的面積。

(3) 扇形 COD 的周長。

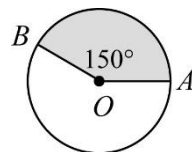


4. 若圓 O 直徑為 20， \widehat{AB} 所對的圓心角為 150° ，則：

(1) \widehat{AB} 的長度。

(2) 扇形 AOB 的面積。

(3) 扇形 AOB 的周長。





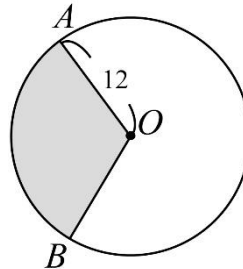
例題 ② 計算圓心角與扇形面積



如圖，已知：圓 O 的半徑是 12， $\widehat{AB} = 8\pi$

求(1) $\angle AOB$ 的度數

(2) 扇形 AOB 面積



☆筆記



牛刀小試 6

1. 若圓 O 半徑為 9， $\widehat{AB} = 3\pi$ ，求

(1) \widehat{AB} 弧長是圓周長的_____。

(2) $\angle AOB$ 度數為_____。

(3) 扇形 AOB 面積為_____。

(提示：圓面積 = 半徑² π)

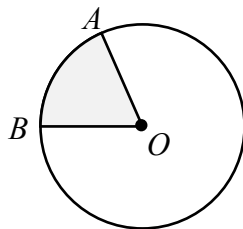
(1) 提示：算出圓周長，再算 \widehat{AB} 所占比例

$$\text{圓周長} = \text{半徑} \times 2 \times \pi$$

$$= \underline{\hspace{2cm}} \times 2 \times \pi$$

$$= \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{3\pi}{\text{圓周長}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

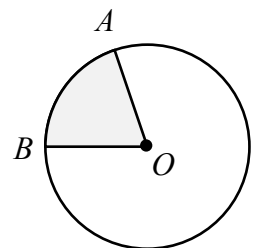


2. 若圓 O 半徑為 20， $\widehat{AB} = 8\pi$ ，求

(1) \widehat{AB} 弧長是圓周長的_____。

(2) $\angle AOB$ 度數為_____。

(3) 扇形 AOB 面積為_____。



3. 若圓 O 直徑為 20， $\widehat{CD} = 10\pi$ ，求

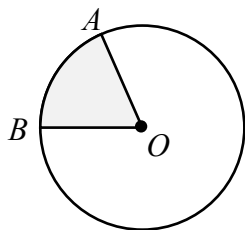
(1) $\angle COD$ 度數為_____。

(2) 扇形 COD 面積為_____。

(1)提示:算出圓周長，再算 \widehat{AB} 所占比例

圓周長=直徑 $\times \pi$

=_____ $\times \pi$



4. 若圓 O 直徑為 40， \widehat{PQ} 的長度為 5π ，則

(1) $\angle POQ$ 度數為_____。

(2) 扇形 POQ 的面積為_____。

5. 若圓 O 半徑為 8，扇形 AOB 面積為 8π ，則

(1)扇形 AOB 面積是圓面積的_____。

(2) $\angle AOB$ =_____。

(3) \widehat{AB} 的長度=_____。

(提示:算出圓面積，再算扇形 AOB 面積所占比例)

6. 若圓 O 半徑為 12，扇形 COD 面積為 16π ，則

(1)扇形 COD 面積是圓面積的_____。

(2) $\angle COD$ =_____。

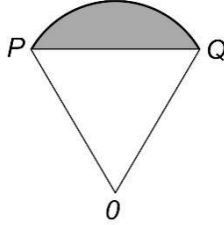
(3) \widehat{CD} 的長度=_____。



例題 ③ 計算弓形面積與周長



如圖，扇形 OPQ 中，已知：半徑是 12， $\triangle OPQ$ 為正 \triangle
 求(1)藍色弓形的周長
 (2)藍色弓形的面積



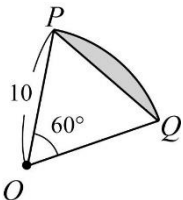
☆筆記



牛刀小試 7

求出下列灰色區域的弓形周長和面積

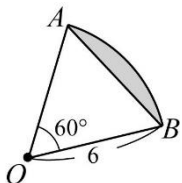
1.



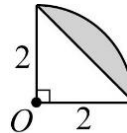
弓形周長=弧長+弦長

弓形面積=扇形-三角形

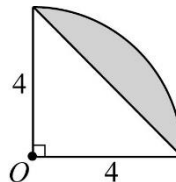
2.



3.

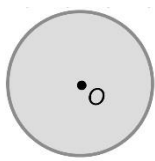


4.





☆1.

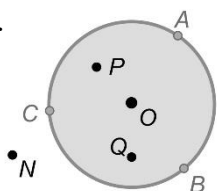


我們說的圓指的是_____

圓心 O 在圓的_____

其他的區域稱為圓的_____

2.

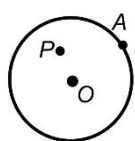


① A 、 B 、 C 三點都在圓周那一圈，

我們說 A 、 B 、 C 三點在_____

\overline{OA} 、 \overline{OB} 、 \overline{OC} 都_____半徑

☆整理



② O 、 P 、 Q 三點在_____

\overline{OP} 、 \overline{OQ} 都_____半徑

③ M 、 N 兩點在_____

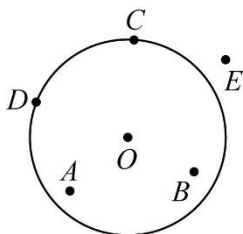
\overline{OM} 、 \overline{ON} 都_____半徑

	點與圓的關係	圓心到點的距離 與半徑(r)的關係
點 A		
點 P		
點 M		

☆筆記



牛刀小試 8

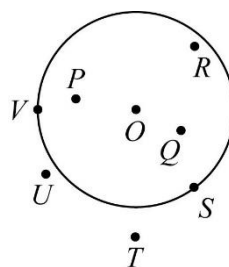
1. 判斷各點與圓 O 的位置關係。

(1) 點在圓內：_____

(2) 點在圓上：_____

(3) 點在圓外：_____

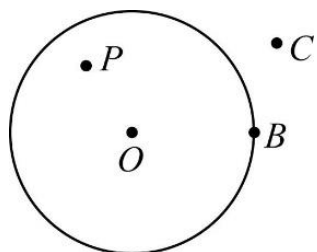
2.

(1) 與圓心 O 的距離小於半徑的點：

(2) 與圓心 O 的距離等於半徑的點：

(3) 與圓心 O 的距離大於半徑的點：

3.

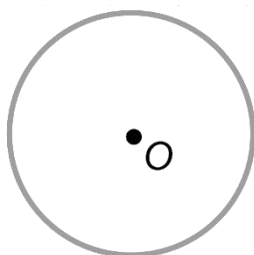


	與圓的位置關係	圓心到點的距離與半徑 r 的關係
P 點	在圓 _____	\overline{OP} _____ r
B 點	在圓 _____	\overline{OB} _____ r
C 點	在圓 _____	\overline{OC} _____ r

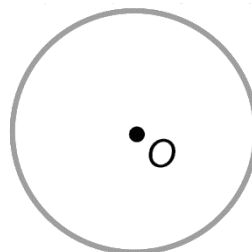
4. 已知圓 O 的半徑是 5，且有 A 、 B 、 C 三點，若 $\overline{OA} = 2$ ， $\overline{OB} = 5$ ， $\overline{OC} = 8$ ，則

(1) 在圓上的點是 _____

(2) 在圓外的點是 _____



5. 圓 O 外有一點 A 到圓心 O 的距離是 7，圓 O 內有一點 B 到圓心 O 的距離是 4。若圓 O 的半徑是 r ，請問：半徑 r 可能的範圍 _____。



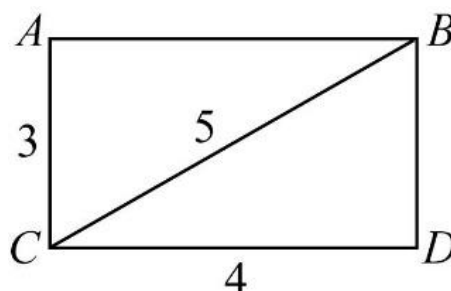
6. 如圖，長方形 $ABCD$ 中，若以 C 點為圓心， r 為半徑畫圓。

(1) 欲使 A 點在圓上，則半徑 $r =$ _____。

(2) 欲使 A 、 C 二點在圓內， D 、 B 二點在圓外，則半徑 r 可能範圍 _____。

(3) 欲使 D 點在圓上，則半徑 $r =$ _____。

(4) 欲使 A 、 C 、 D 三點在圓內， B 點在圓外，則半徑 r 可能範圍 _____。
(請用尺規試著畫畫看。)



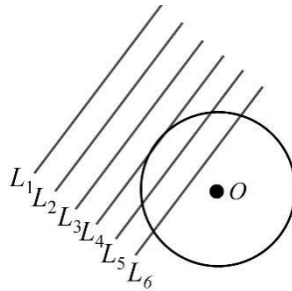


概念

⑥ 直線與圓的位置關係



☆請觀察直線慢慢向圓靠近時，
直線和圓的交點有什麼改變？



☆筆記

☆整理

請用紅筆，畫出圓心 O 到直線 L 的距離(D)			
直線與圓的交點個數			
D 與半徑(r)的關係			
直線 L 的名稱			

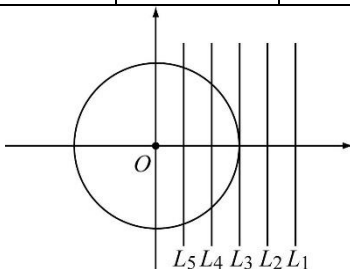


牛刀小試 9

1. 畫出圓心到直線的距離 D 。

直線與圓的交點個數		
D 與半徑(r)的關係		
L 名稱		

2.



(1) 哪些直線與圓 O 交於 2 點？

答：_____

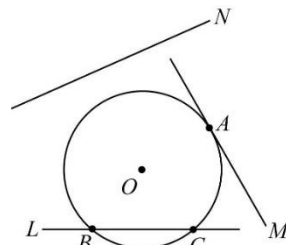
(2) 哪些直線與圓 O 交於 1 點？

答：_____

(3) 哪些直線與圓 O 沒有交點？

答：_____

3.



如圖有一半徑為 5 的圓及三條直線 L 、 M 、 N ，則：

(1) 圓心 O 到直線的距離為 3 的是直線_____。

(2) 圓心 O 到直線的距離為 5 的是直線_____。

(3) 圓心 O 到直線的距離為 8 的是直線_____。

(4) 哪一條是切線？答：_____。

(5) 哪一條是割線？答：_____。

(6) 哪一個點是切點？答：_____。

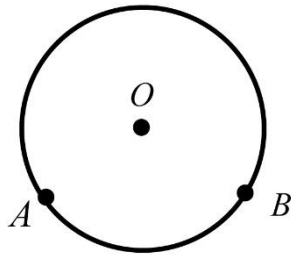
4. 已知圓 O 的切線和圓的距離是 8，則圓 O 的半徑是_____。

5. 當直線與圓心的距離小於半徑，則此直線和圓會有_____個交點。

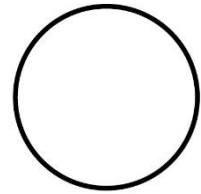
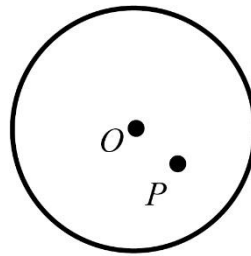


☆1. 弦：

2. 弦心距：

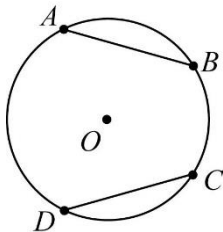


☆筆記

<例>畫出通過 P 點最長的弦和最短的弦

牛刀小試 10

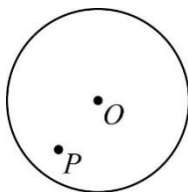
1. 請分別畫出分別為 \overline{AB} 、 \overline{CD} 的弦心距 \overline{OM} 、 \overline{ON} 。



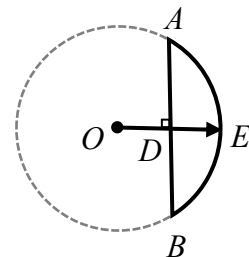
2. 通過 P 點的弦有多少條？

答：_____

請畫出通過 P 點最長的弦 \overline{AB} 及最短的弦 \overline{CD} 。



3. 「箭在弦上，不得不發。」
請問圖中：



- (1) 弦指的是_____。
- (2) 箭指的是_____。
- (3) 箭中 \overline{OD} 正是_____。

4. 圓 O 上最長的弦是 8，則

- (1) 此圓的直徑是_____。
- (2) 此弦的弦心距是_____。



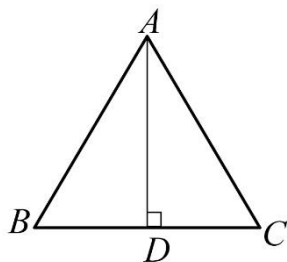
☆複習

D 如果 $\triangle ABC$ 是等腰 \triangle

$$\overline{AB} = \overline{AC}, \overline{AD} \perp \overline{BC}$$

我們可以知道：

\overline{BD} 和 \overline{CD} 會 _____



☆筆記

☆弦心距性質 1

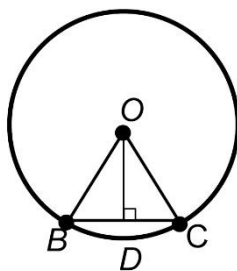
假設 \overline{BC} 是弦， \overline{OD} 是弦心距

1. $\triangle OBC$ 是 _____ \triangle (因為 _____)

2. $\overline{OD} \perp \overline{BC}$ (因為 \overline{OD} 是 _____)

3. 我們知道 _____

也就是 \overline{OD} 把 \overline{BC} _____

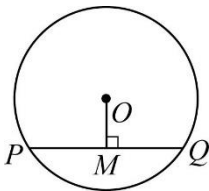


牛刀小試 11

1. 在半徑為 5 的圓 O 中， $\overline{PQ} = 8$ ，則：

(1) $\overline{PM} =$ _____

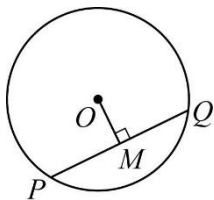
(2) $\overline{OM} =$ _____



2. 在半徑為 10 的圓 O 中， $\overline{PQ} = 12$ ，則：

(1) $\overline{PM} =$ _____

(2) $\overline{OM} =$ _____

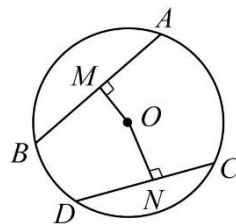


3. 在半徑為 17 的圓 O 中， $\overline{OM} = 8$ ，

$\overline{ON} = 15$ ，求：

(1) $\overline{AB} =$ _____

(2) $\overline{CD} =$ _____

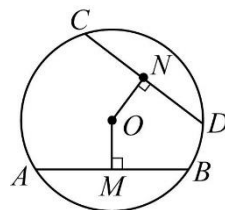


4. 如圖，已知 $\overline{CD} = 8$ ， $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{ON} =$

3，求：

(1) $\overline{OM} =$ _____

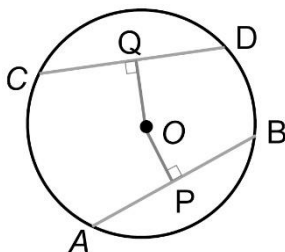
(2) 半徑 $r =$ _____





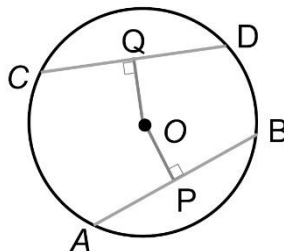
☆1. \overline{OP} 和 \overline{OQ} 分別是 \overline{AB} 和 \overline{CD} 的弦心距

如果 $\overline{AB} = \overline{CD}$ ，那麼 $\overline{OP} = \overline{OQ}$
為什麼？



☆2. \overline{OP} 和 \overline{OQ} 分別是 \overline{AB} 和 \overline{CD} 的弦心距

如果 $\overline{OP} = \overline{OQ}$ ，那麼 $\overline{AB} = \overline{CD}$
為什麼？



整理

☆筆記



牛刀小試 12

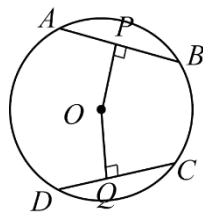
1. \overline{OP} 和 \overline{OQ} 分別是 \overline{AB} 和 \overline{CD} 的弦心距。

若 $\overline{AB} = \overline{CD} = 24$ ，則在半徑為 13 的圓中，則

(1) $\overline{OP} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $\overline{OQ} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) 若兩弦的長度相等時，
請問：此兩弦的弦心距相等嗎？



2. \overline{OM} 和 \overline{ON} 分別是 \overline{AB} 和 \overline{CD} 的弦心距。

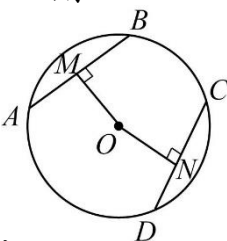
若 $\overline{OM} = \overline{ON} = 3$ ，半徑為 5，則

(1) $\overline{MB} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) $\overline{CD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(4) 若兩弦的弦心距相等時，
請問：此兩弦的長度相等嗎？

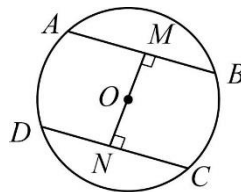


3. 在一半徑為 10 的圓中， $\overline{OM} = \overline{ON} = 6$ ，則

(1) $\overline{AM} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) $\overline{CD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。





☆複習 圓內最長的弦_____

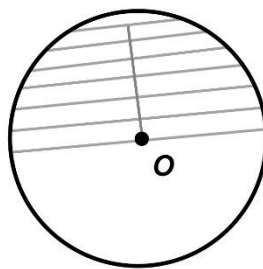
它的弦心距是_____

問題 1. 如果弦變大，弦心距會_____

為什麼？

2. 如果弦心距變大，弦會_____

為什麼？



☆筆記



整理

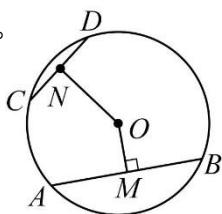


牛刀小試 13

1. 在半徑為 5 的圓中， $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{CD} = 6$ ，求

(1) \overline{OM} 和 \overline{ON} 長度。

(2) 比較 \overline{OM} 和 \overline{ON} 大小。

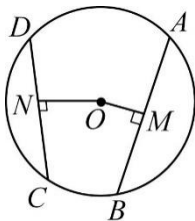


2. 在半徑為 10 的圓 O 中， $\overline{AB} = 16$ ，

$\overline{CD} = 12$ ，求：

(1) \overline{OM} 和 \overline{ON} 的長度。

(2) 比較 \overline{OM} 和 \overline{ON} 的大小。



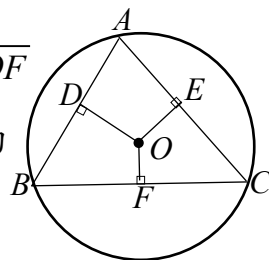
3. 如圖， \overline{OD} 、 \overline{OE} 、 \overline{OF}

分別是 \overline{AB} 、 \overline{AC} 、 \overline{BC} 的

弦心距且 $\overline{AB} = 5$ ，

$\overline{AC} = 6$ ， $\overline{BC} = 7$ ，

請比較 \overline{OD} 、 \overline{OE} 、 \overline{OF} 的大小



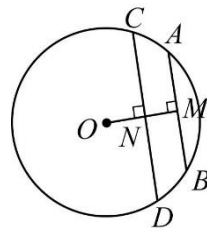
4. 在半徑為 10 的圓 O 中， $\overline{AB} = 12$ ，

$\overline{CD} = 16$ ，求：

(1) $\overline{OM} =$ _____

(2) $\overline{ON} =$ _____

(3) $\overline{MN} =$ _____



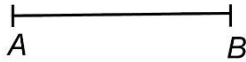


概念 11 弦的垂直平分線通過圓心

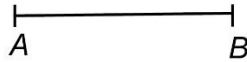


☆複習 中垂線性質

①

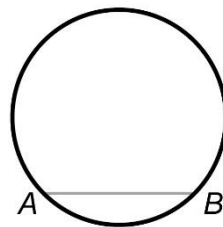


②



☆ 弦的中垂線會通過_____

為什麼？



☆筆記

① 弦心距會把弦_____

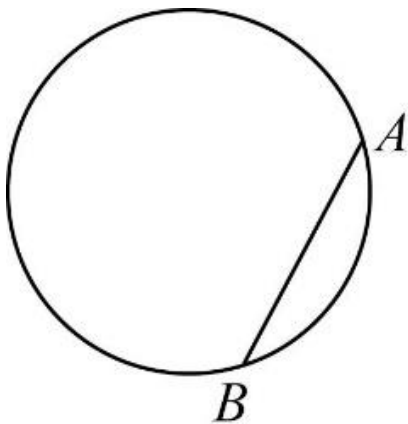
② 弦的垂直平分線會_____

③ 弦的中點與圓心連線會和弦_____

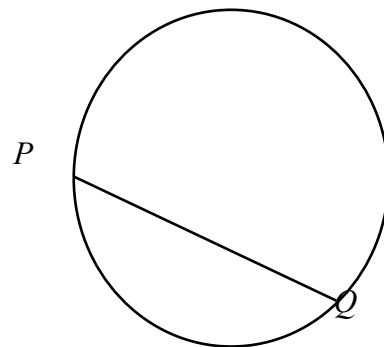


牛刀小試 14

1. 請畫出弦 \overline{AB} 的中垂線。



2. 請畫出弦 \overline{PQ} 的中垂線。

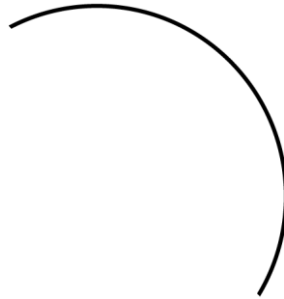




例題 4 找圓心



姿穎想用圓規畫一個圓，但是畫到一半筆芯斷了，
請你幫她完成這一個完整的圓

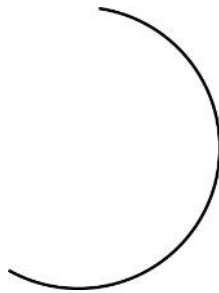


☆筆記

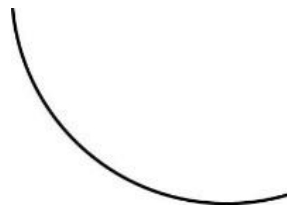


牛刀小試 15

1. 請利用尺規作圖，找出圓心 O 位置，再
畫成一個完整的圓。



2. 請利用尺規作圖，先找到圓心位置，再
完成一個完整的圓。





概念 12 圓的切線

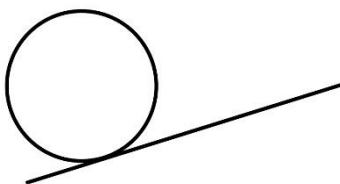


☆ 1 切線

2 圖示

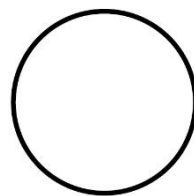
切點

相切



☆ 筆記

切線與割線



1. 直線和圓相切時：

① 圓心到切線的距離 = _____

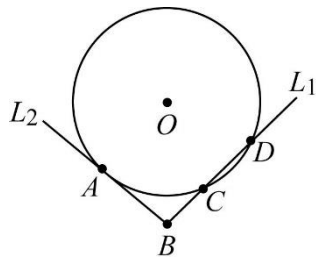
② 圓心和切點的連線會 _____

2. 在圓 O 上找一點 A ，與 \overline{OA} 垂直的直線就是圓 O 的 _____， A 點就是 _____



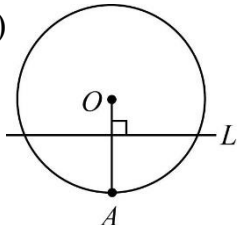
牛刀小試 16

1. 當直線和圓交於一點時，
此直線就是圓的 _____，
其交點就是 _____，
如右圖，切線是 _____，切點是 _____。

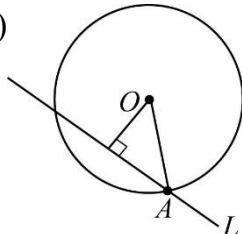


2. 下列哪個圖形是直線 L 與圓 O 相切？

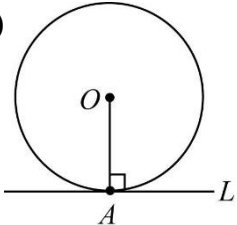
(A)



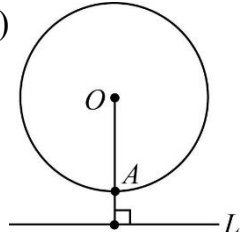
(B)



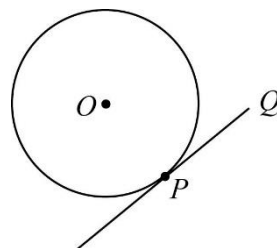
(C)



(D)



3. 已知 \overleftrightarrow{PQ} 和圓相切，則



(1) P 是 _____，連接 \overline{OP} 。

(2) \overline{OP} 和 \overleftrightarrow{PQ} 互相垂直，
所以 $\angle OPQ =$ _____ 度。

(3) $\overline{OP} = 6$ ，則圓 O 半徑是 _____
即圓心到切線的距離
就是圓 O 的 _____。

4. 已知 \overleftrightarrow{PQ} 和圓 O 相切，且 P 是切點，圓心到切線的距離是 7

(1) $\overline{OP} =$ _____

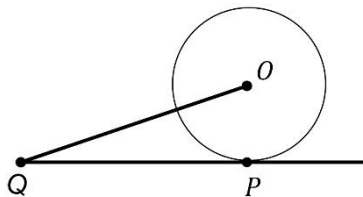
(2) 圓 O 的半徑 = _____



例題 5 切線性質的應用



如圖，直線 \overline{PQ} 是切線， P 是切點，若圓 O 半徑是 5， $\overline{PQ} = 12$ ，求 $\overline{OQ} = ?$

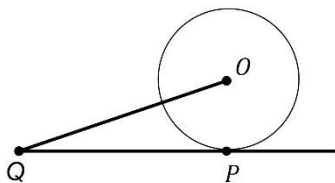


☆筆記

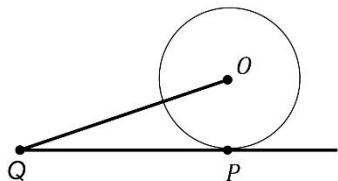


牛刀小試 17

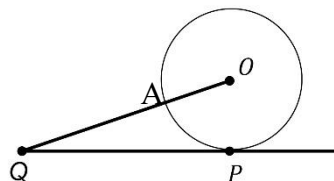
1. 如圖，直線 \overline{PQ} 是切線， P 是切點。若圓 O 半徑是 6， $\overline{PQ} = 8$ ，求 $\overline{OQ} =$ _____



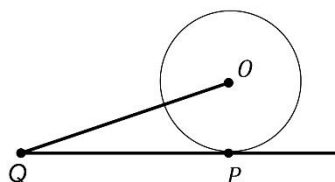
2. 如圖，直線 \overline{PQ} 是切線， P 是切點。
若 $\overline{PQ} = 4$ ， $\overline{OQ} = 5$ ，求
(1) $\overline{OP} =$ _____
(2) 圓 O 半徑 = _____



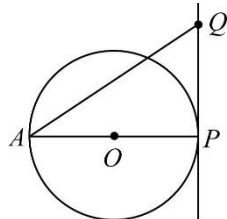
3. 如圖，直線 \overline{PQ} 是切線， P 是切點。
若 $\overline{PQ} = 15$ ， $\overline{OQ} = 17$ ，求 (1) $\overline{OP} =$ _____
(2) 圓 O 半徑 = _____ (3) $\overline{QA} =$ _____。



4. 如圖直線 \overline{PQ} 是切線， P 切點。若圓 O 半徑是 5， $\overline{OQ} = 13$ ，則 $\overline{PQ} =$ _____。



5. 如圖，直線 \overline{PQ} 是切線， P 是切點。若圓 O 半徑是 4， $\overline{AQ} = 17$ ，求 $\overline{PQ} =$ _____。





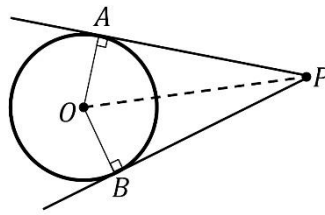
概念 13 圓外一點畫圓的切線



☆ 如圖， P 是圓 O 外一點， \overrightarrow{PA} 和 \overrightarrow{PB} 是切線
連接 \overline{OA} 、 \overline{OB} 、 \overline{OP}

請問：

1. $\triangle PAO$ 和 $\triangle PBO$ 是否會全等？
為什麼？
2. 四邊形 $PAOB$ 是_____形

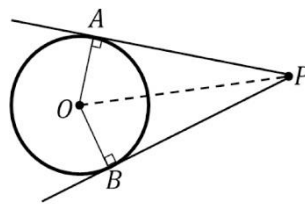


☆筆記



整理：通過圓 O 外一點 P ，畫圓的兩條切線
我們可以得到：

- | | |
|---------|---------|
| ① _____ | ② _____ |
| ③ _____ | ④ _____ |
| ⑤ _____ | |



牛刀小試 18

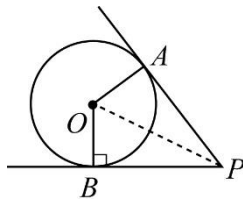
1. 如圖， P 是圓 O 外一點 \overrightarrow{PA} 和 \overrightarrow{PB} 是切線，連接 \overline{OA} 、 \overline{OB} 、 \overline{OP} ，已知

$$\overline{OA} = 3, \overline{OP} = 5$$

(1) $\overline{PA} =$ _____

(2) $\overline{PB} =$ _____

(3) 四邊形 $PAOB$ 的面積是 _____

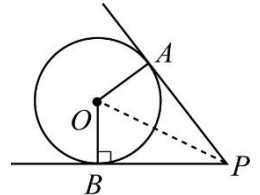


3. 如圖， P 是圓 O 外一點 \overrightarrow{PA} 和 \overrightarrow{PB} 是切線，
連接 \overline{OA} 、 \overline{OB} 、 \overline{OP} ，已知 $\angle APO = 30^\circ$

(1) $\angle BPO =$ _____

(2) $\angle APB =$ _____

(3) $\angle AOB =$ _____



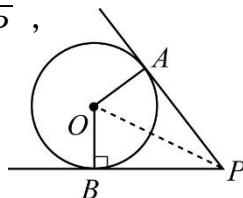
2. 如圖， P 是圓 O 外一點 \overrightarrow{PA} 和 \overrightarrow{PB} 是切線，連接 \overline{OA} 、 \overline{OB} 、 \overline{OP} ，

已知 $\overline{OA} = 5, \overline{OP} = 13$

(1) $\overline{PA} =$ _____

(2) 四邊形 $PAOB$ 的周長為 _____

(3) 四邊形 $PAOB$ 的面積是 _____

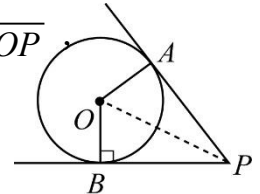


4. 如圖， P 是圓 O 外一點 \overrightarrow{PA} 和 \overrightarrow{PB} 是切線，
連接 \overline{OA} 、 \overline{OB} 、 \overline{OP} ，

已知 $\angle AOB = 150^\circ$

(1) $\angle AOP =$ _____

(2) $\angle APB =$ _____





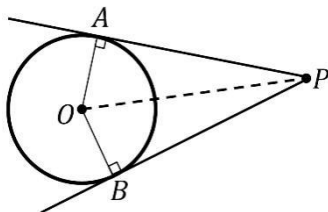
例題 6 通過圓外一點畫切線的應用



如圖， P 是圓 O 外一點， \overrightarrow{PA} 和 \overrightarrow{PB} 是切線，連接 \overline{OA} 、 \overline{OB} 、 \overline{OP}

已知：圓 O 半徑是 1， $\overline{OP} = 2$ ，求

- (1) $\overline{PA} = ?$
- (2) $\angle APB = ?$
- (3) $\angle AOB = ?$



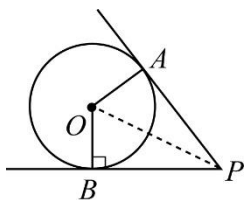
☆筆記



牛刀小試 19

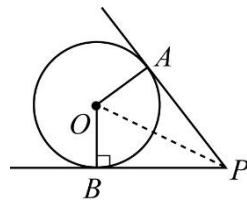
1. 如圖， P 是圓 O 外一點 \overrightarrow{PA} 和 \overrightarrow{PB} 是切線，連接 \overline{OA} 、 \overline{OB} 、 \overline{OP} ，已知圓 O 半徑是 3， $\overline{OP} = 6$ ，求

- (1) $\overline{PA} =$ _____
- (2) $\angle APB =$ _____
- (3) $\angle AOB =$ _____



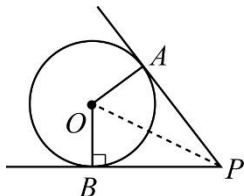
3. 如圖， P 是圓 O 外一點 \overrightarrow{PA} 和 \overrightarrow{PB} 是切線，連接 \overline{OA} 、 \overline{OB} 、 \overline{OP} ，已知 $\angle APB = 60^\circ$ ， $\overline{OP} = 12$ ，求

- (1) $\angle AOP =$ _____
- (2) 圓 O 半徑 = _____
- (3) $\overline{PA} =$ _____



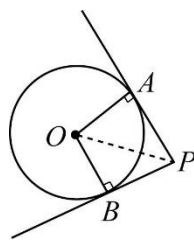
2. 如圖， P 是圓 O 外一點 \overrightarrow{PA} 和 \overrightarrow{PB} 是切線，連接 \overline{OA} 、 \overline{OB} 、 \overline{OP} ，已知圓 O 半徑是 4， $\overline{OP} = 8$ ，求

- (1) $\overline{PA} =$ _____
- (2) $\angle APB =$ _____
- (3) $\angle AOB =$ _____



4. 如圖， P 是圓 O 外一點 \overrightarrow{PA} 和 \overrightarrow{PB} 是切線，連接 \overline{OA} 、 \overline{OB} 、 \overline{OP} ，已知 $\angle AOB = 90^\circ$ ，圓 O 半徑是 7，求

- (1) $\angle AOP =$ _____
- (2) $\overline{AP} =$ _____
- (3) $\overline{OP} =$ _____





解 答 篇

牛刀小試 1

1. (1) 圓心 (2) 半徑 (3) 圓周
2. 略

牛刀小試 2

1.
(1) \overline{AB} 、 \overline{CD} 、 \overline{EF}
(2) \overline{OQ} 、 \overline{OE} 、 \overline{OF}
(3) \overline{EF}
(4) \overline{OQ} 、 \overline{GH}
2.
(1) \widehat{ADB} (或 \widehat{ACB})
(2) \widehat{AB}
(3) $\widehat{ADB} > \widehat{AC} > \widehat{AB}$

牛刀小試 3

1. (1) 弓形 (2) 扇形 (3) 略
2.
(1) B 、 C 、 D
(2) D 、 E 、 F
3. (1) 半徑 (2) 弦 (3) 扇形，弓形

牛刀小試 4

1.
(1) 周長 6π ；面積 9π
(2) 周長 8π ；面積 16π
2.

幾分之幾的圓	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{3}$
圓心角度數	45°	120°
弧長	$\frac{1}{4}\pi$	6π
扇形面積	$\frac{1}{8}\pi$	27π

牛刀小試 5

1.
(1) $\frac{1}{4}$
(2) $\frac{5}{2}\pi$
(3) $\frac{25}{4}\pi$
2.
(1) $\frac{1}{3}$
(2) 4π
(3) 12π
3.
(1) 10π
(2) 45π

(3) $10\pi + 18$

4.
(1) $\frac{25}{3}\pi$
(2) $\frac{125}{3}\pi$
(3) $\frac{25}{3}\pi + 20$

牛刀小試 6

1. (1) $\frac{1}{6}$ (2) 60° (3) $\frac{27}{2}\pi$
2. (1) $\frac{1}{5}$ (2) 72° (3) 80π
3. (1) 180° (2) 50π
4. (1) 45° (2) 50π
5. (1) $\frac{1}{8}$ (2) 45° (3) 2π
6. (1) $\frac{1}{9}$ (2) 40° (3) $\frac{8}{3}\pi$

牛刀小試 7

1. 周長： $\frac{10}{3}\pi + 10$ ，
面積： $\frac{50}{3}\pi - 25\sqrt{3}$
2. 周長： $2\pi + 6$ ，面積： $6\pi - 9\sqrt{3}$
3. 周長： $\pi + 2\sqrt{2}$ ，面積： $\pi - 2$
4. 周長： $2\pi + 4\sqrt{2}$ ，面積： $4\pi - 8$

牛刀小試 8

1.
(1) A ， B
(2) C ， D
(3) E
2.
(1) P ， Q ， R ， O
(2) V ， S
(3) T ， U

3.

	與圓的關係	與半徑 r 的關係
P 點	圓內	$< r$
B 點	圓上	$= r$
C 點	圓外	$> r$

4.
(1) B
(2) C
5. $4 < r < 7$
6.
(1) 3
(2) $3 < r < 4$
(3) 4
(4) $4 < r < 5$

牛刀小試 9

1.

2	1	0
$D < r$	$D = r$	$D > r$
割線	切線	不相交的直線

2.
(1) L_4 ， L_5
(2) L_3
(3) L_1 ， L_2
3.
(1) L
(2) M
(3) N
(4) M
(5) L
(6) A
4. 8
5. 2

牛刀小試 10

1.

2.
(1) 無限多條
(2)

3.
(1) \overline{AB}
(2) \overline{OE}
(3) 弦心距

4.
(1) 8
(2) 0

牛刀小試 11

1.
(1) 4
(2) 3
2.
(1) 6
(2) 8
3.
(1) 30
(2) 16
4.
(1) 4

(2) 5

牛刀小試 12

1.

(1) 5

(2) 5

(3) 會

2.

(1) 4

(2) 8

(3) 8

(4) 會

3.

(1) 8

(2) 16

(3) 16

牛刀小試 13

1. (1) 3、4

(2) $\overline{OM} < \overline{ON}$

2. (1) 6、8 (2) $\overline{OM} < \overline{ON}$

3.

$\overline{OD} > \overline{OE} > \overline{OF}$

4.

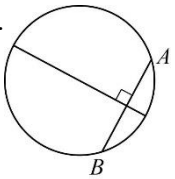
(1) 8

(2) 6

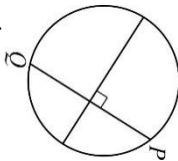
(3) 2

牛刀小試 14

1.

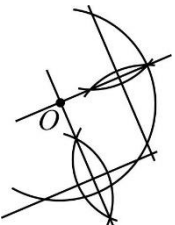


2.

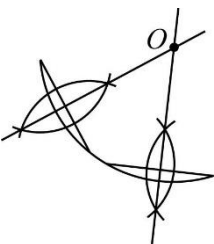


牛刀小試 15

1.



2.



牛刀小試 16

1. 切線，切點， L_2 ，A

2. (C)

3.

(1) 切點

(2) 90°

(3) 6，半徑

4.

(1) 7

(2) 7

牛刀小試 17

1. 10

2.

(1) 3

(2) 3

3..

(1) 8

(2) 8

(3) 9

4. 12

5. 15

牛刀小試 18

1.

(1) 4

(2) 4

(3) 12

2.

(1) 12

(2) 34

(3) 60

3.

(1) 30°

(2) 60°

(3) 120°

4.

(1) 75°

(2) 30°

牛刀小試 19

1.

(1) $3\sqrt{3}$

(2) 60°

(3) 120°

2.

(1) $4\sqrt{3}$

(2) 60°

(3) 120°

3.

(1) 60°

(2) 6

(3) $6\sqrt{3}$

4.

(1) 45°

(2) 7

(3) $7\sqrt{2}$



B5 2-2 弧與圓周角



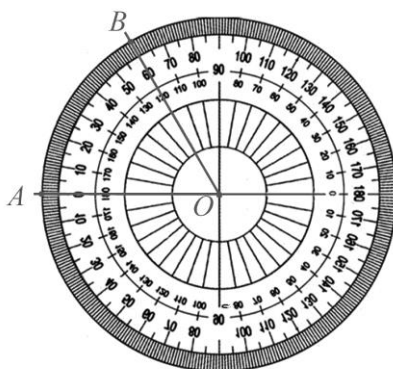
概念 ① 弧的度數



☆弧有度數嗎？

如果我們把兩個量角器拼成一個圓，我們可以發現量角器上面的小刻度把外緣的圓周分成_____等分每一等分弧的度數就是_____。

也就是說，這個弧占整個圓周的比例是_____。



☆筆記

\widehat{AB} 的意思

☆你用過量角器嗎？

請問： $\angle AOB =$ _____度

\widehat{AB} 的度數 = _____ 的度數 = _____ 度

意思是 \widehat{AB} 佔整個圓周的_____。

☆ $\angle AOB$ 是_____角

☆整理：

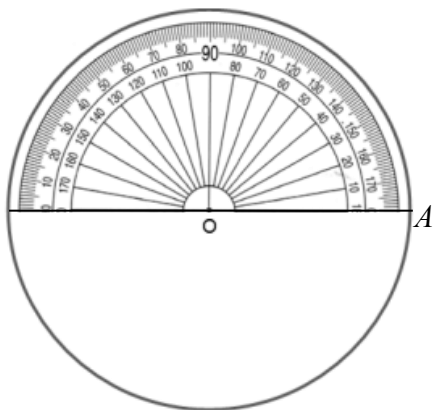
弧的度數 = _____ = _____



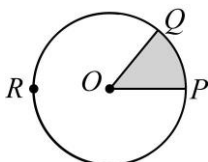
牛刀小試 ①

1. 請在下圖，畫出圓心角 $\angle AOB = 150^\circ$ ，

求 \widehat{AB} 度數。



2. 已知圓心角 $\angle POQ = 50^\circ$ ，求 \widehat{PQ} 和 \widehat{PRQ} 的度數。

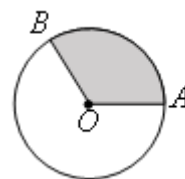


3. 已知 \widehat{AB} 的度數是 120°

(1) \widehat{AB} 佔整個圓周的_____。

(2) 圓心角 $\angle AOB =$ _____。

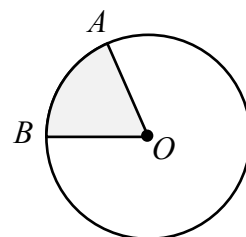
(1) 提示： $\frac{120}{360}$



4. 已知 \widehat{AB} 的度數是 40°

(1) \widehat{AB} 佔整個圓周的_____。

(2) 圓心角 $\angle AOB =$ _____。



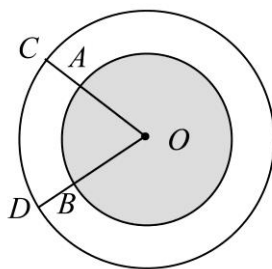


例題 1 弧的度數和長度



如圖，兩同心圓的圓心為 O ，
且半徑分別是 6 和 9，
已知： $\angle AOB = 60^\circ$

- 求：(1) \widehat{AB} 、 \widehat{CD} 的度數
(2) \widehat{AB} 、 \widehat{CD} 的長度



☆筆記

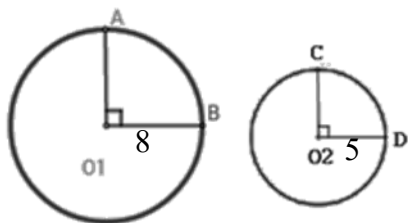
圓周長 = _____

圓面積 = _____



牛刀小試 2

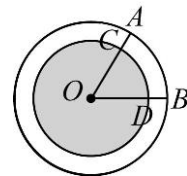
1. 求 \widehat{AB} 、 \widehat{CD} 度數與長度。



2. 承上題，若 \widehat{AB} 的度數 = \widehat{CD} 的度數
則 (1) \widehat{AB} 的長度和 \widehat{CD} 的長度是否相等？
為什麼？
(2) \widehat{AB} 的長度： \widehat{CD} 的長度比 = ?

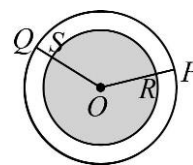
3. 兩同心圓圓心為 O ，半徑各為 3 和 6，
已知 $\angle AOB = 60^\circ$ ，求

- (1) \widehat{AB} 、 \widehat{CD} 的度數。
(2) \widehat{AB} 、 \widehat{CD} 的長度。



4. 兩同心圓圓心為 O ，半徑各為 5 和 7，
已知 $\angle POQ = 120^\circ$ ，求

- (1) \widehat{PQ} 、 \widehat{RS} 的度數。
(2) \widehat{PQ} 、 \widehat{RS} 的長度。





☆如圖，在圓 O 中

如果 \widehat{AB} 的度數 $= \widehat{CD}$ 的度數

請問：弦 \overline{AB} 和弦 \overline{CD} 會相等嗎？

為什麼？

1. $\because \widehat{AB}$ 的度數 $= \widehat{CD}$ 的度數

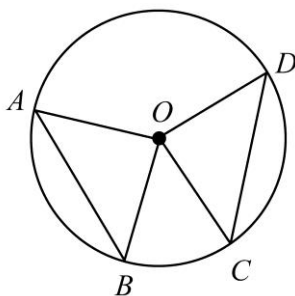
\therefore _____

2. $\because \overline{OA} =$ _____ (圓 O 的 _____)

$\overline{OB} =$ _____

$\therefore \triangle OAB \cong \triangle$ _____ (_____ 全等性質)

\Rightarrow _____



☆筆記

在同圓或等圓中

如果弦 $\overline{AB} = \text{弦 } \overline{CD}$ ，請問

(1) \widehat{AB} 和 \widehat{CD} 的度數是否相等？
為什麼？

(2) \widehat{AB} 和 \widehat{CD} 的長度是否相等？
為什麼？

☆整理：在同圓或等圓中

等圓心角 \Rightarrow _____ \Rightarrow _____

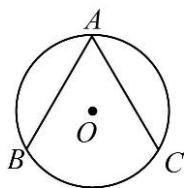


牛刀小試 3

1. 等弧對等弦

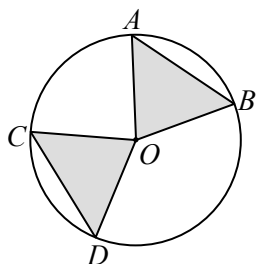
已知 \widehat{AB} 的度數 $= \widehat{AC}$ 的度數 $= 130^\circ$ ，

若弦 $\overline{AC} = 10$ ，則弦 $\overline{AB} =$ _____。



2. 已知圓 O 中 \widehat{AB} 的度數 $= \widehat{CD}$ 的度數 $= 70^\circ$

若弦 $\overline{CD} = 9$ ，則弦 $\overline{AB} =$ _____。



3. 等弦對等弧

在圖 O 中，若弦 $\overline{AB} = \text{弦 } \overline{CD}$ ，

則 \widehat{AB} 的度數會等於 \widehat{CD} 的度數嗎？

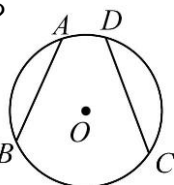
$\because \text{弦 } \overline{AB} = \text{弦 } \overline{CD}$ ，

且 $\overline{OA} =$ _____， $\overline{OB} =$ _____。

$\therefore \triangle OAB \cong \triangle$ _____ (_____ 全等)

$\Rightarrow \angle AOB =$ _____。

$\Rightarrow \widehat{AB} =$ _____。



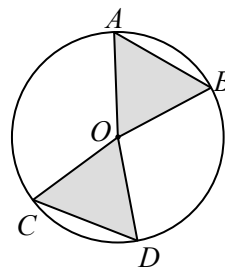
4. 已知圓 O 中，弦 $\overline{AB} = \text{弦 } \overline{CD}$

(1) 若 \widehat{AB} 的度數 $= 45^\circ$ ，

則 \widehat{CD} 度數 $=$ _____ 度。

(2) 若 \widehat{AB} 的長度 $= 2\pi$ ，

則 \widehat{CD} 的長度 $=$ _____。

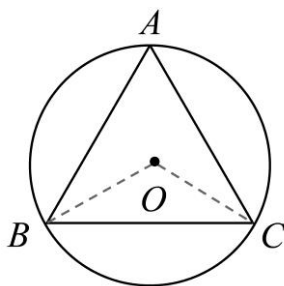




例題 ② 等弦對等弧



已知： $\triangle ABC$ 是正 \triangle
 請問： $\angle BOC$ 的度數？



☆筆記



牛刀小試 4

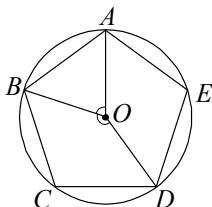
1. 正五邊形 $ABCDE$ 的頂點皆在圓 O 上，則

(1) $\widehat{AB} =$ _____ 度。

(2) $\angle AOB =$ _____ 度。

(3) $\widehat{BCD} =$ _____ 度。

(4) $\angle BOD =$ _____ 度。



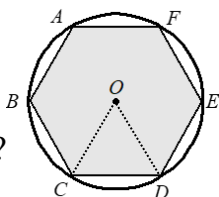
2. 正六邊形 $ABCDEF$ 的頂點均在圓 O 上，

求(1) $\angle COD$ 的度數=_____度

(2) \widehat{ABC} 的度數=_____度

\widehat{AFE} 的度數=_____度

(3) 弦 \overline{AC} 和弦 \overline{AE} 相等嗎？



3. 若 \widehat{AC} 的度數 $= \widehat{BD}$ 的度數 $= 50^\circ$ ，

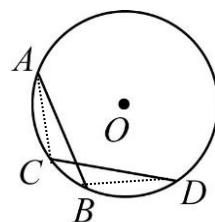
(1) 當弦 $\overline{AC} = 10$ ，則弦 $\overline{BD} =$ _____

(2) $\overline{AB} = \overline{CD}$ 成立嗎？

$\because \widehat{AC} = \widehat{BD} \therefore \overline{AC} =$ _____

推得 $\widehat{ACB} =$ _____，

故 $\overline{AB} =$ _____ 成立。



(3) 已知 \widehat{AC} 的度數 $= \widehat{BD}$ 的度數

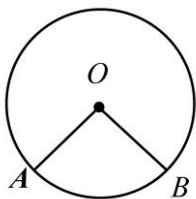
若 $\overline{AB} = 18$ ，則 $\overline{CD} =$ _____。



☆**複習**：什麼是圓心角？

頂點在_____

角的兩邊是_____



☆**筆記**

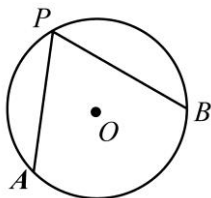
☆什麼是圓周角？

頂點在_____

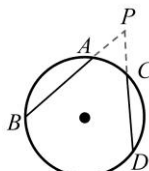
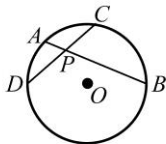
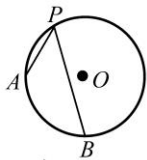
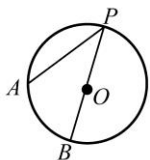
角的兩邊是_____

圓周角 $\angle APB$ 所對的弧是_____

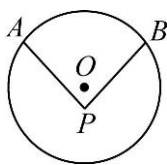
所對的弦是_____



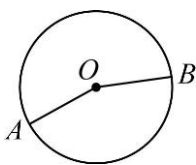
☆ $\angle P$ 是不是圓周角？



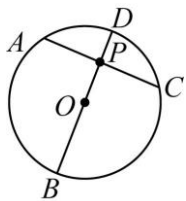
1. 如果是圓心角，請打○；
如果是圓周角，請打✓；
如果兩個都不是，請打×。



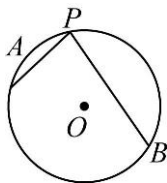
(1) _____



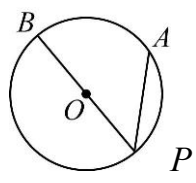
(2) _____



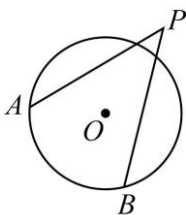
(3) _____



(4) _____

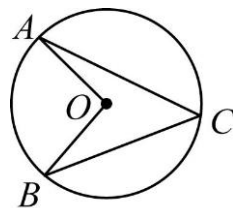


(5) _____

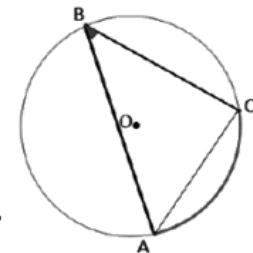


(6) _____

2. 圖中，
圓心角是_____。
圓周角是_____。



3. 圖中
(1) $\angle ABC$ 所對的弧是_____。
所對的弦是_____。



- (2) $\angle ACB$ 所對的弧是_____。
所對的弦是_____。

- (3) $\angle BAC$ 所對的弧是_____。
所對的弦是_____。



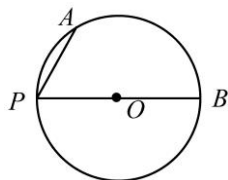
概念 4 圓周角與弧的關係



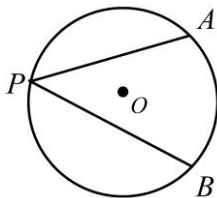
☆圓周角和所對的弧的度數有沒有關聯呢？

我們依照圓心的位置分成三種情形討論：

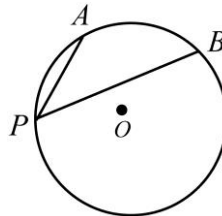
❶ 圓心在圓周角的一邊



❷ 圓心在圓周角內



❸ 圓心在圓周角外



☆筆記

圓心角的度數



☆整理：

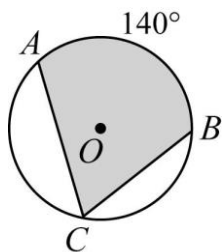
圓周角的度數 = _____



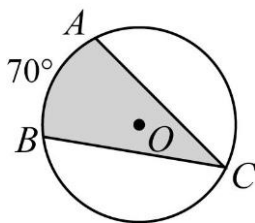
牛刀小試 6

1. 求出下列圓周角的度數。

(1)

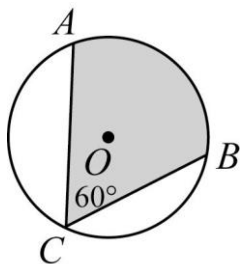


(2)

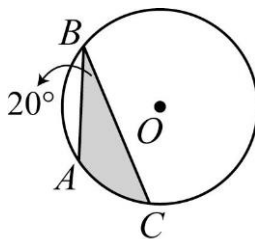


2. 求出下列圓周角所對應的弧的度數。

(1)



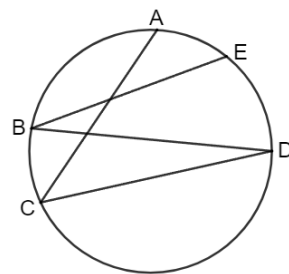
(2)



3. 如圖， $\widehat{AE} = 30^\circ$ ， $\angle ACD = 50^\circ$ ，則

(1) $\angle AED =$ _____ 度。

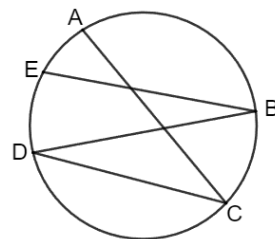
(2) $\angle EBD =$ _____ 度。



4. 如圖， $\widehat{AE} = 30^\circ$ ， $\angle ACD = 40^\circ$ ，則

(1) $\widehat{AD} =$ _____ 度。

(2) $\angle EBD =$ _____ 度。



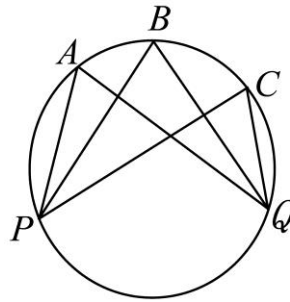


例題 ③ 對同弧的圓周角



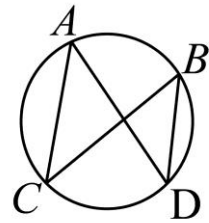
已知： $\angle A = 55^\circ$

請問： $\angle B = ?$ $\angle C = ?$



☆筆記

圓內的蝴蝶形

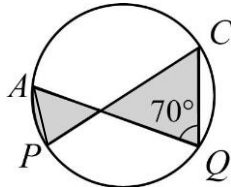


☆對同弧的圓周角_____

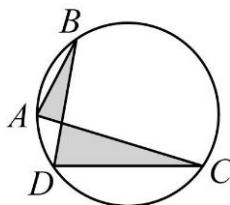


牛刀小試 7

1. 已知 $\angle Q = 70^\circ$ ，求 \widehat{AC} 和 $\angle APC$ 的度數。



2. 已知 $\widehat{BC} = 150^\circ$ ，求 $\angle BAC$ 和 $\angle BDC$ 的度數。



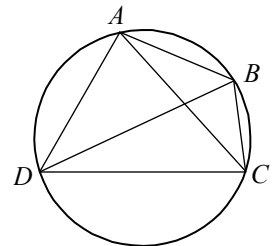
3. 若 $\angle ACB = 30^\circ$ ， $\widehat{AD} = 110^\circ$ ，則

(1) $\widehat{AB} =$ _____ 度。

(2) $\angle ADB =$ _____ 度。

(3) $\angle ABD =$ _____ 度。

(4) $\angle BCD =$ _____ 度。

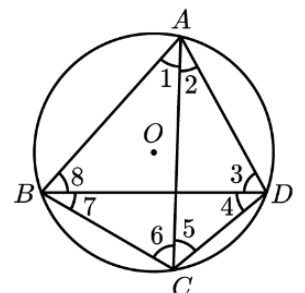


4. 圖中角的相等關係分別為： $\angle 1 = \angle 4$ ，

(1) $\angle 2 = \angle$ _____。

(2) $\angle 3 = \angle$ _____。

(3) $\angle 8 = \angle$ _____。



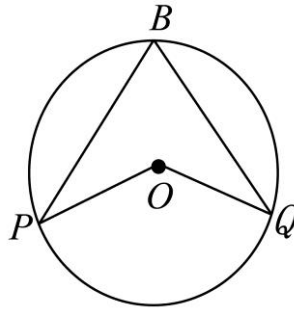


例題 4 對同弧的圓心角與圓周角



已知： $\angle B = 55^\circ$

請問： $\angle POQ = ?$



☆筆記

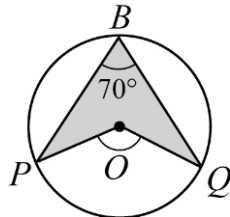


☆對同弧的圓心角是_____

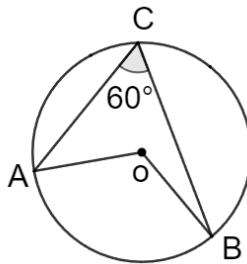


牛刀小試 8

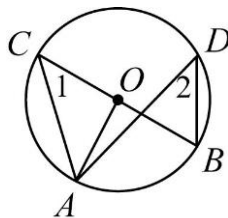
1. 已知 $\angle B = 70^\circ$ ，
求 $\angle POQ =$ _____ 度。



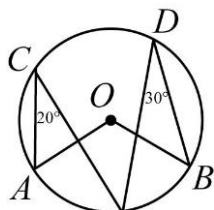
2. 已知 $\angle C = 60^\circ$ ，
求 $\angle AOB =$ _____ 度。



3. 已知 $\angle AOB = 60^\circ$ ，
求 $\widehat{AB} =$ _____ 度。
 $\angle 1 =$ _____ 度。
 $\angle 2 =$ _____ 度。

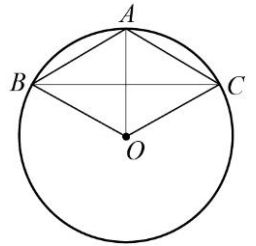


- 4 如圖，
求 $\angle AOB =$ _____ 度。



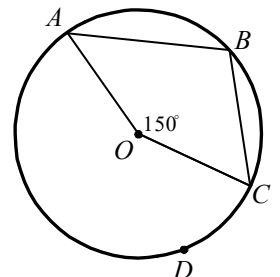
5. 如右圖，A、B、C 三點都在圓 O 上，
 $\angle AOB = 60^\circ$ ，則

- (1) $\widehat{AB} =$ _____ 度。
(2) $\angle ACB =$ _____ 度。
(3) $\angle OBA =$ _____ 度。



6. 如圖，A、B、C、D 四點都在圓 O 上，
 $\angle AOC = 150^\circ$ ，則

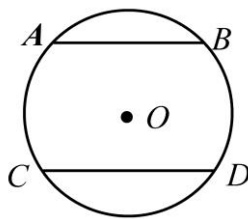
- (1) $\widehat{ABC} =$ _____ 度。
(2) $\widehat{ADC} =$ _____ 度。
(3) $\angle B =$ _____ 度。





☆已知： \overline{AB} 、 \overline{CD} 是圓的兩弦，若 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

請說明 $\widehat{AC} = \widehat{BD}$

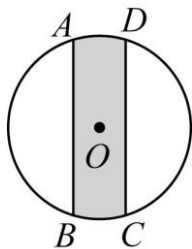


☆筆記

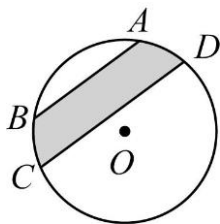


牛刀小試 9

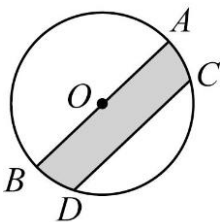
1. 已知 \overline{AB} 、 \overline{CD} 是圓的兩弦， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ，
若 $\widehat{AD} = 20^\circ$ ，則 $\widehat{BC} =$ _____ 度。



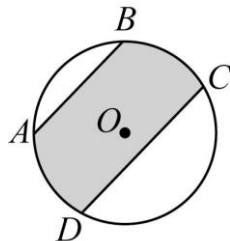
2. 已知 \overline{AB} 、 \overline{CD} 是圓的兩弦， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ，
若 $\widehat{BC} = 30^\circ$ ，則 $\widehat{AD} =$ _____ 度。



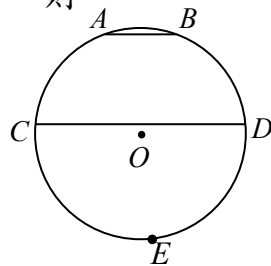
3. 已知 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ，若 $\widehat{AC} = 48^\circ$ ，則
 $\widehat{BD} =$ _____ 度。



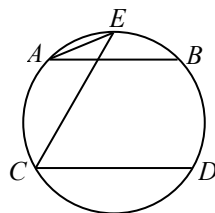
4. 已知 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ，若 $\widehat{CD} = 126^\circ$ ， $\widehat{AD} = 75^\circ$ ，
求 $\widehat{AB} =$ _____ 度。



5. 已知 \overline{AB} 、 \overline{CD} 是圓的兩弦， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ，
若 $\widehat{AB} = 30^\circ$ ， $\widehat{CED} = 190^\circ$ ，則
 $\widehat{BD} =$ _____ 度。



6. 已知 A、B、C、D、E 為圓 O 上相異五點，
且 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ，若 $\angle AEC = 35^\circ$ ，則
 $\widehat{BD} =$ _____ 度。





例題 5 平行線截等弧

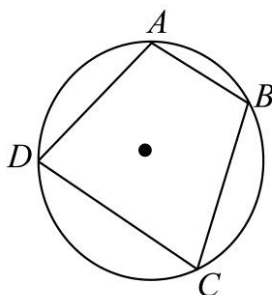


☆已知： \overline{AB} 、 \overline{CD} 是圓的兩弦，且 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

若 $\widehat{AB} = 40^\circ$ ， $\widehat{CD} = 130^\circ$

求：(1) $\widehat{AD} =$ _____ 度， $\widehat{BC} =$ _____ 度

(2) $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 、 $\angle D$ 各是幾度？



☆筆記



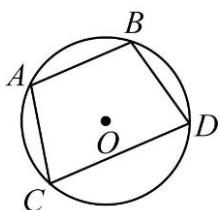
☆四邊形 $ABCD$ 是 _____ 形



牛刀小試 10

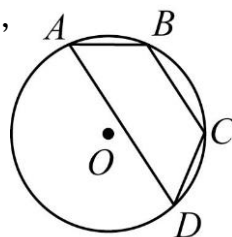
1. 已知 \overline{AB} 、 \overline{CD} 是圓的兩弦，
且 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ，若 $\widehat{AB} = 68^\circ$ ，
 $\widehat{CD} = 132^\circ$ ，則

- (1) $\widehat{AC} =$ _____ 度。
(2) $\widehat{BD} =$ _____ 度。
(3) 求 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 、 $\angle D$ 。



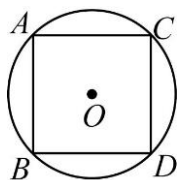
3. 已知 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ，若 $\widehat{BC} = 68^\circ$ ，
 $\widehat{AB} = 50^\circ$ 。

- (1) 求 $\widehat{AD} =$ _____ 度
(2) 若 $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{BC} = 5$ ，則
 $\overline{CD} =$ _____
(3) 四邊形 $ABCD$ 是 _____ 形



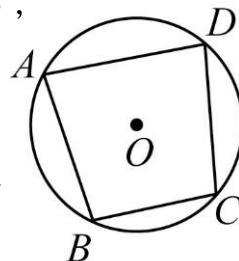
2. 已知 \overline{AB} 、 \overline{CD} 是圓的兩弦，
且 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ，若 $\widehat{AB} = 94^\circ$ ，
 $\widehat{CD} = 98^\circ$ ，則

- (1) $\widehat{AC} =$ _____ 度
 $\widehat{BD} =$ _____ 度
(2) 求 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 、 $\angle D$ 。



4. 已知 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ，若 $\widehat{AB} = 90^\circ$ ，
 $\widehat{AD} = 120^\circ$ 。

- (1) 求 $\widehat{BC} =$ _____ 度
(2) 若 $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{AD} = 9$ ，則
 $\overline{CD} =$ _____
(3) 四邊形 $ABCD$ 是 _____ 形





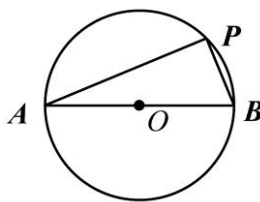
☆已知： \overline{AB} 是圓 O 的直徑， P 為圓 O 上一點

請問：(1) $\angle P$ 是_____角

(2) $\angle P$ 所對的弧是_____

(3) $\angle P =$ _____度

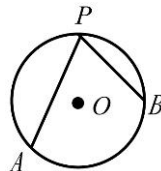
(4) 請在上圖中畫出兩個和 $\angle P$ 相等的角



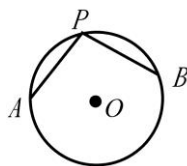
☆筆記

已知： $\angle P$ 是圓周角，判斷 $\angle P$ 是直角、銳角或是鈍角，為什麼？

①



②



☆整理：

① 半圓的圓周角是_____度

② 90° 的圓周角所對的弧是_____

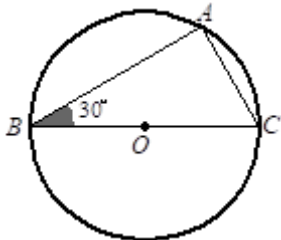
③ 90° 的圓周角所對的弦是_____



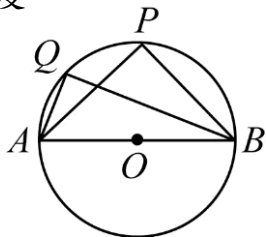
牛刀小試 11

1. \overline{BC} 為圓 O 的直徑。已知 $\angle B = 30^\circ$ ，

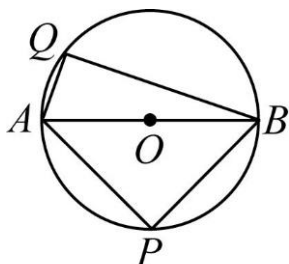
則 $\angle A =$ _____度。



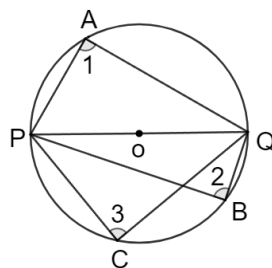
2. 已知 \overline{AB} 為直徑，則 $\angle P$ 為_____角（鈍、銳、直）， $\angle Q =$ _____度。



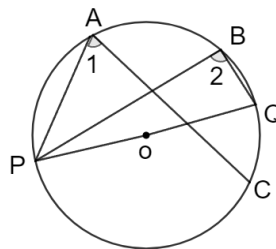
3. 已知 $\angle APB = 90^\circ$ ，則 \overline{AB} 為_____， $\angle P$ 和 $\angle Q$ 一樣大嗎？



4. 請比較 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 大小。

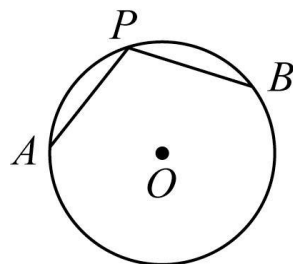


5. 請比較 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 大小。



6. (1) \overline{AB} 是否為直徑？

(2) $\angle P$ 為_____角（鈍、銳、直）





例題 6 半圓的圓周角都是 90°



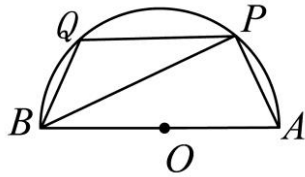
如圖： O 為圓心， AB 是直徑， P 、 Q 兩點在圓周上，

已知： $\angle A = 70^\circ$

請問：(1) $\angle P =$ _____ 度

(2) $\angle B =$ _____ 度

(3) $\angle Q =$ _____ 度



☆筆記



牛刀小試 12

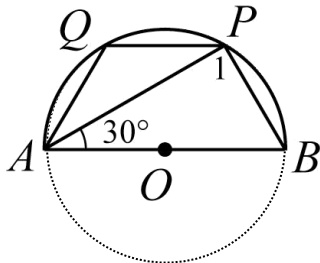
1. O 為圓心、 \overline{AB} 為直徑， P 、 Q 在圓上。

已知 $\angle PAB = 30^\circ$ ，求：

(1) $\angle 1 =$ _____ 度。

(2) $\angle ABP =$ _____ 度。

(3) $\angle AQP =$ _____ 度。

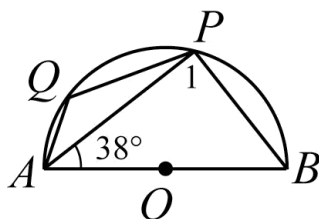


2. 已知 $\angle PAB = 38^\circ$ ，求：

(1) $\angle 1 =$ _____ 度。

(2) $\angle ABP =$ _____ 度。

(3) $\angle AQP =$ _____ 度。

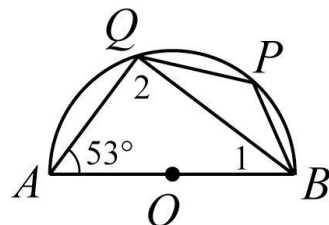


3. 已知 $\angle QAB = 53^\circ$ ，求：

(1) $\angle 2 =$ _____ 度。

(2) $\angle 1 =$ _____ 度。

(3) $\angle QPB =$ _____ 度。



4. 已知 $\angle PQB = 110^\circ$ ，求：

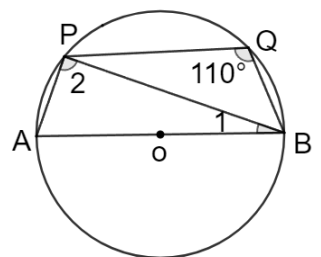
(1) $\angle 2 =$ _____ 度。

(2) $\widehat{PAB} =$ _____ 度。

(3) $\widehat{AP} =$ _____ 度。

(4) $\angle 1 =$ _____ 度。

(5) $\angle A =$ _____ 度。





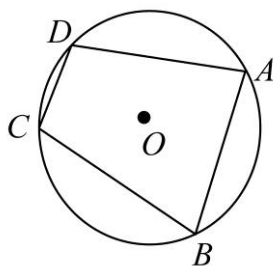
☆若四邊形 $ABCD$ 的頂點都在圓 O 上，
我們說四邊形 $ABCD$ 是_____

☆ $\angle A + \angle C =$ _____度，為什麼？

$\angle A =$ _____ $\angle C =$ _____

$\angle A + \angle C =$ _____

同理 $\angle B + \angle D =$ _____



☆筆記



☆圓內接四邊形 \Rightarrow _____

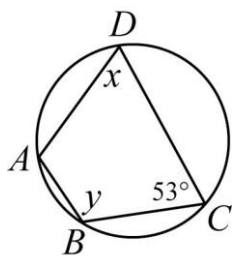


牛刀小試 13

若四邊形 $ABCD$ 的頂點都在圓 O 上，

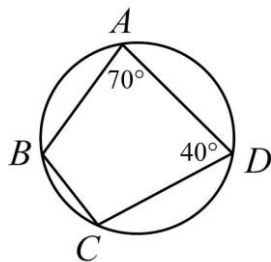
1. 求 $(1) x + y =$ _____度。

(2) $\angle A =$ _____度。



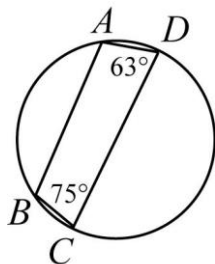
2. 求 $\angle B =$ _____度。

$\angle C =$ _____度。



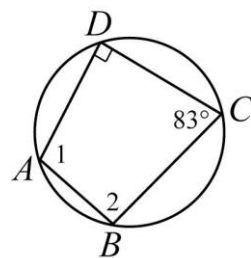
3. 求 $\angle A =$ _____度。

$\angle B =$ _____度。



4. 求 $\angle 1 =$ _____度。

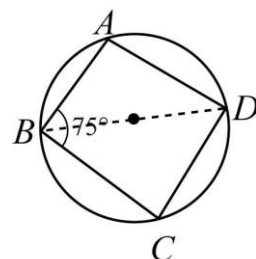
$\angle 2 =$ _____度。



5. 求 $\angle A =$ _____度。

$\angle C =$ _____度。

$\angle D =$ _____度。



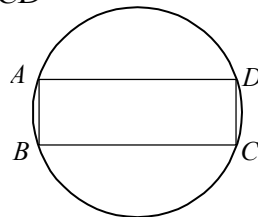
6. 如圖，若圓內接四邊形 $ABCD$

為長方形，且 $\widehat{AB} = 35^\circ$ ，則

(1) $\widehat{AD} =$ _____度。

(2) 連 \overline{BD} ， \overline{BD} 是直徑嗎？

為什麼？





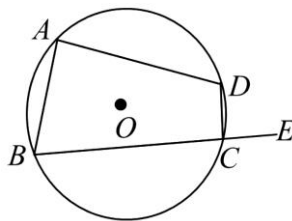
例題 7 圓內接四邊形對角互補



已知：四邊形 $ABCD$ 是圓內接四邊形， $\angle A = 80^\circ$

求：(1) $\angle BCD =$ _____ 度

(2) $\angle DCE =$ _____ 度



☆筆記

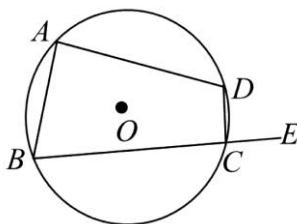


☆整理：若四邊形 $ABCD$ 是圓內接四邊形

① $\angle A + \angle BCD =$ _____

② $\angle B + \angle D =$ _____

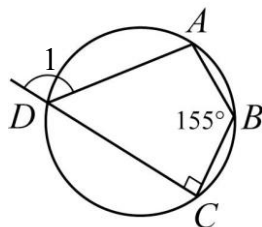
③ $\angle DCE =$ _____



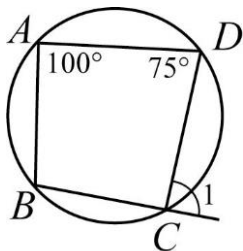
牛刀小試 14

1. 求 $\angle A$ 、 $\angle 1$ 。

(提示： $\angle 1 + \angle D = 180^\circ$)

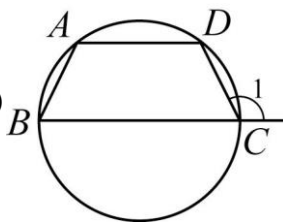


2. 求 $\angle B$ 、 $\angle 1$ 。

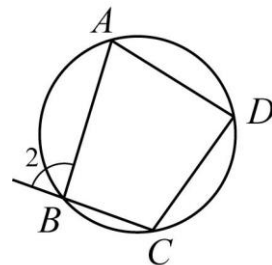


3. $\angle 1 =$ _____

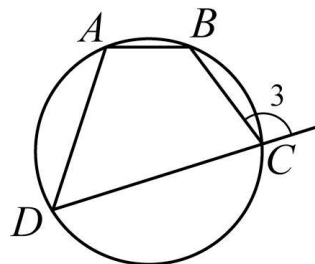
(填入 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 或 $\angle D$)



4. 如圖，四邊形 $ABCD$ 為圓 O 的內接四邊形，若 $\angle 2 = 105^\circ$ ， $\angle C = 100^\circ$ ，求 $\angle A$ 和 $\angle D$ 。



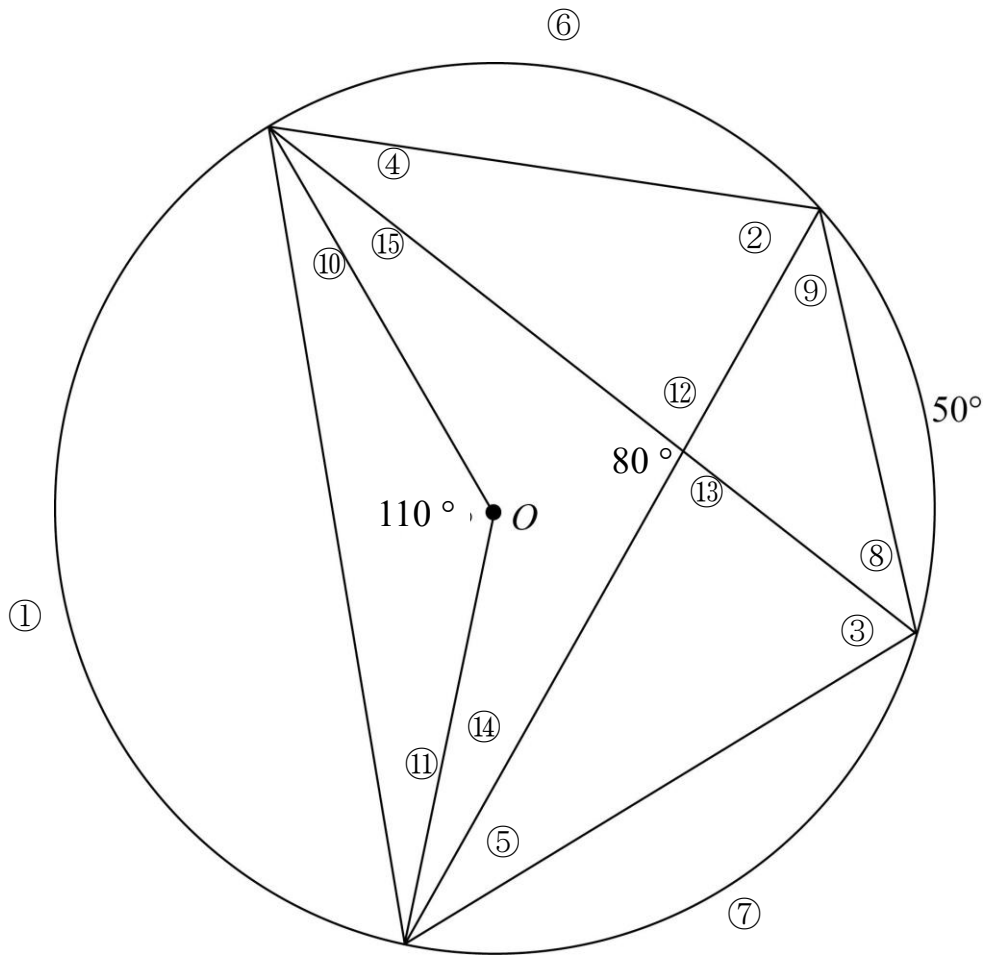
5. 如圖，四邊形 $ABCD$ 為圓 O 的內接四邊形，若 $\angle 3 = 130^\circ$ ， $\angle B = 140^\circ$ ，求 $\angle A$ 和 $\angle D$ 。





牛刀小試 15

已知：⑥=⑦，請你試試看推導出圖中各個度數吧！



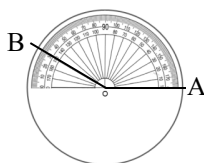
①	②	③	④	⑤
⑥	⑦	⑧	⑨	⑩
⑪	⑫	⑬	⑭	⑮



解 答 篇

牛刀小試 1

1.



$$\widehat{AB} = 150^\circ$$

$$2. \widehat{PQ} = 50^\circ, \widehat{PRQ} = 310^\circ$$

$$3. \frac{1}{3}, 120^\circ$$

$$4. \frac{1}{9}, 40^\circ$$

牛刀小試 2

$$1. (1) \widehat{AB} \text{ 的度數} = 90^\circ, \text{長度} = 4\pi$$

$$\widehat{CD} \text{ 的度數} = 90^\circ, \text{長度} = \frac{5}{2}\pi$$

2. (1) 不相等，因為半徑不相等

$$(2) \widehat{AB} : \widehat{CD} = 8:5$$

$$3. (1) 60^\circ, 60^\circ$$

$$(2) 2\pi, \pi$$

$$4. (1) 120^\circ, 120^\circ$$

$$(2) \frac{14}{3}\pi, \frac{10}{3}\pi$$

牛刀小試 3

$$1. 10$$

$$2. 9$$

$$3. \overline{OC}, \overline{OD}, \triangle OCD (SSS),$$

$$\angle COD, \widehat{AB} = \widehat{CD}$$

$$4. (1) 45 (2) 2\pi$$

牛刀小試 4

$$1. (1) 72^\circ (2) 72^\circ$$

$$(3) 144^\circ (4) 144^\circ$$

$$2. (1) 60^\circ (2) 120^\circ, 120^\circ$$

(3) 相等

$$3. (1) 10$$

$$(2) \overline{BD}, \widehat{CBD}, \overline{CD}$$

$$(3) 18$$

牛刀小試 5

$$1. \times, \bigcirc, \times, \checkmark, \checkmark, \times$$

$$2. \angle AOB, \angle ACB$$

$$3. (1) \widehat{AC}, \overline{AC}$$

$$(2) \widehat{AB}, \overline{AB}$$

$$(3) \widehat{BC}, \overline{BC}$$

牛刀小試 6

$$1. 70^\circ, 35^\circ$$

$$2. 120^\circ, 40^\circ$$

$$3. (2) 100^\circ (2) 35^\circ$$

$$4. (2) 80^\circ (2) 25^\circ$$

牛刀小試 7

$$1. 140^\circ, 70^\circ$$

$$2. 75^\circ, 75^\circ$$

$$3. (1) 60^\circ (2) 30^\circ (3) 55^\circ (4) 85^\circ$$

$$4. (1) \angle 7 (2) \angle 6 (3) \angle 5$$

牛刀小試 8

$$1. 140^\circ$$

$$2. 120^\circ$$

$$3. 60^\circ, 30^\circ, 30^\circ$$

$$4. 100^\circ$$

$$5. (1) 60^\circ (2) 30^\circ (2) 60^\circ$$

$$6. (1) 150^\circ (2) 210^\circ (3) 105^\circ$$

牛刀小試 9

$$1. 20^\circ$$

$$2. 30^\circ$$

$$3. 48^\circ$$

$$4. 84^\circ$$

$$5. 70^\circ$$

$$6. 70^\circ$$

牛刀小試 10

$$1. 80^\circ, 80^\circ, 106^\circ, 106^\circ, 74^\circ, 74^\circ$$

$$2. 84^\circ, 84^\circ, 91^\circ, 91^\circ, 89^\circ, 89^\circ$$

$$3. (1) 192 (2) 3 (3) \text{等腰梯}$$

$$4. (1) 60 (2) 8 (3) \text{等腰梯}$$

牛刀小試 11

$$1. 90^\circ$$

$$2. \text{直}, 90$$

$$3. \text{直徑}, \text{一樣大}$$

$$4. \angle 1 = \angle 2 = \angle 3$$

$$5. \angle 1 < \angle 2$$

$$6. \text{否}, \text{鈍}$$

牛刀小試 12

$$1. 90^\circ, 60^\circ, 120^\circ$$

$$2. 90^\circ, 52^\circ, 128^\circ$$

$$3. 90^\circ, 37^\circ, 127^\circ$$

$$4. 90^\circ, 220^\circ, 40^\circ, 20^\circ, 70^\circ$$

牛刀小試 13

$$1. 180^\circ, 127^\circ$$

$$2. 140^\circ, 110^\circ$$

$$3. 105^\circ, 117^\circ$$

$$4. 97^\circ, 90^\circ$$

$$5. 90^\circ, 90^\circ, 105^\circ$$

$$6. (1) 145^\circ$$

(2) 是，因為

$$\angle A = 90^\circ \text{ 度}, \widehat{BD} = 180^\circ \text{ 度}, \text{是半圓}$$

所以 \overline{BD} 是直徑

牛刀小試 14

$$1. 90^\circ, 155^\circ$$

$$2. 105^\circ, 100^\circ$$

$$3. \angle A$$

$$4. 80^\circ, 105^\circ$$

$$5. 130^\circ, 40^\circ$$

牛刀小試 15

① 110°	② 55°	③ 55°	④ 25°	⑤ 25°
⑥ 100°	⑦ 100°	⑧ 50°	⑨ 50°	⑩ 35°
⑪ 35°	⑫ 100°	⑬ 100°	⑭ 15°	⑮ 15°



B5 3-1 推理證明



概念

① 認識證明 1



☆已知： \overline{AD} 和 \overline{BC} 相交於 O 點，

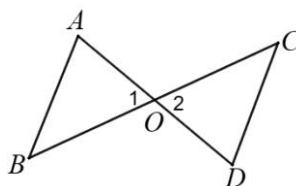
形成兩個 $\triangle OAB$ 和 $\triangle OCD$

若 $\angle 1 = 50^\circ$ ，請問：

(1) $\angle 2 =$ _____ 度。

(2) $\angle A + \angle B =$ _____ 度。

(3) $\angle C + \angle D =$ _____ 度。



☆筆記

根據下面的敘述，寫出

已知和求證

等腰 $\triangle ABC$ 中，

$\overline{AB} = \overline{AC}$ ，

則 $\angle B = \angle C$

已知：

求證：

☆不管 $\angle 1$ 是幾度， $\angle A + \angle B$ 都會等於 $\angle C + \angle D$ 嗎？為什麼？

已知：_____

求證：_____

證明：



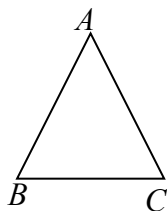
牛刀小試 1

請根據下列敘述，練習找出已知條件和求證項目。

1. $\triangle ABC$ 中，**若** $\angle B = \angle C$ ，**則** $\overline{AB} = \overline{AC}$ 。

(1) 已知：_____

(2) 求證：_____

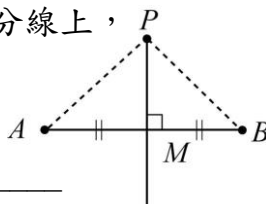


2. **若** P 點在 \overline{AB} 的垂直平分線上，

則 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 。

(1) 已知：_____

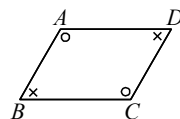
(2) 求證：_____



3. **若** $ABCD$ 為平行四邊形，**則** 對角相等。

(1) 已知：_____

(2) 求證：_____

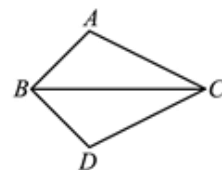


4. **若** $\overline{AB} = \overline{BD}$ ， $\angle ABC = \angle DBC$

則 $\overline{AC} = \overline{CD}$ 。

(1) 已知：_____

(2) 求證：_____

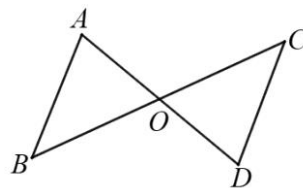




已知： \overline{AD} 和 \overline{BC} 相交於 O 點，形成兩個 $\triangle OAB$ 和 $\triangle OCD$

求證： $\angle A + \angle B = \angle C + \angle D$

證明：



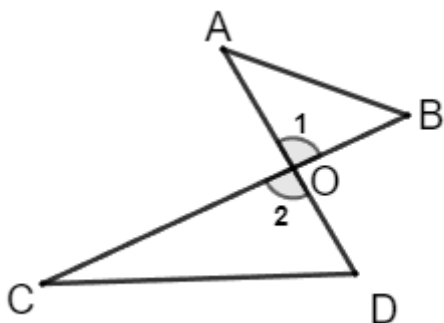
☆筆記

證明就是_____



牛刀小試 2

1. 如圖， \overline{AD} 與 \overline{BC} 交於 O 點，已知 $\angle A = 45^\circ$ ， $\angle C = 23^\circ$ ， $\angle D = 59^\circ$ ，則 $\angle B = ?$



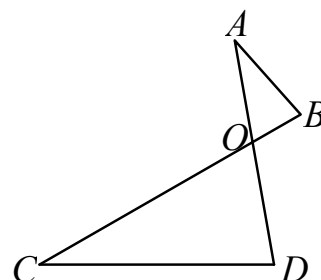
$\therefore \angle 1 = \angle \underline{\hspace{2cm}}$ (對頂角相等)

$\therefore \angle A + \angle B = \angle \underline{\hspace{2cm}} + \angle \underline{\hspace{2cm}}$

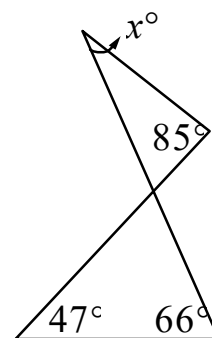
$\underline{\hspace{2cm}}^\circ + \angle B = \underline{\hspace{2cm}}^\circ + \underline{\hspace{2cm}}^\circ$

$\angle B =$

2. 如圖， \overline{AD} 與 \overline{BC} 交於 O 點，已知 $\angle A = 32^\circ$ ， $\angle B = 78^\circ$ ， $\angle D = 80^\circ$ ，則 $\angle C = ?$



3. 如圖，求 $x = ?$





如圖： $\triangle ABC$ 為等腰 \triangle ， D 是 \overline{BC} 的中點

證明： \overline{AD} 是 $\angle BAC$ 的角平分線

思考過程

1. 證明： \overline{AD} 是 $\angle BAC$ 的角平分線

\Rightarrow _____

2. 已知：

① $\triangle ABC$ 為等腰 \triangle

\Rightarrow _____

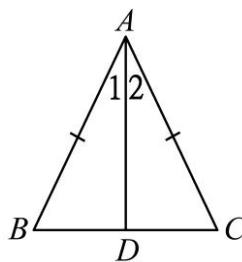
② D 是 \overline{BC} 的中點

\Rightarrow _____

③ 隱藏條件

\Rightarrow _____

3. 利用 _____ 來證明



☆筆記
證明要寫什麼？

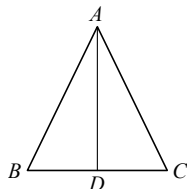
證明過程



牛刀小試 3

1. 如圖： $\triangle ABC$ 為等腰 \triangle ， D 為 \overline{BC} 的中點。

求證： $\angle B = \angle C$



思考過程

(1) 已知：

① $\triangle ABC$ 為等腰 $\triangle \Rightarrow$ _____

② D 是 \overline{BC} 的中點 \Rightarrow _____

③ 隱藏條件 \Rightarrow _____

(2) 利用 _____ 來證明

證明過程

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 中，

\therefore ① $\overline{AB} =$ _____ (等腰 \triangle)

② $\overline{BD} =$ _____ (D 為中點)

③ $\overline{AD} =$ _____ (共用邊)

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD$ (_____ 全等性質)

因此 $\angle B = \angle$ _____ (對應角相等)。

2. 已知 P 點是 $\angle ABC$ 的角平分線上任一點。

證明： $\overline{PD} = \overline{PE}$

思考過程

(1) 證明： \Rightarrow _____

(2) 已知：

① P 是 $\angle ABC$ 的角平分線 \Rightarrow _____

② 「垂直」 \Rightarrow _____

③ 隱藏條件 \Rightarrow _____

(3) 利用 _____ 來證明。

證明過程

$\triangle DBP$ 和 $\triangle EBP$ 中

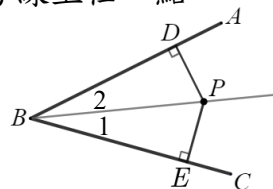
\therefore ① $\angle 1 = \angle$ _____ (角平分線)

② $\angle BDP = \angle BEP =$ _____ 度
(公用邊)

③ $\overline{BP} =$ _____ (共用邊)

$\therefore \triangle DBP \cong \triangle EBP$ (_____ 全等性質)

因此 $\overline{PD} =$ _____ (對應邊相等)。

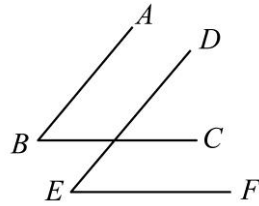




例題 ① 利用平行線性質證明 1——同位角



已知： $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ ， $\overline{BC} \parallel \overline{EF}$ 求證： $\angle B = \angle E$



☆筆記

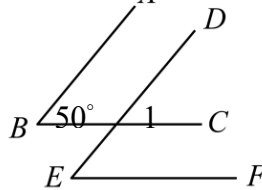
☆



牛刀小試 4

1. $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ ， $\overline{BC} \parallel \overline{EF}$ ，

若 $\angle B = 50^\circ$ ，則 $\angle E$ 幾度？



(1) $\because \overline{AB} \parallel \overline{DE} \therefore$ _____ 角相等

$\angle 1 = \angle$ _____ $=$ _____ 度。

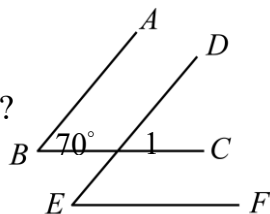
(2) $\because \overline{BC} \parallel \overline{EF} \therefore$ _____ 角相等

$\angle E = \angle$ _____ $=$ _____ 度。



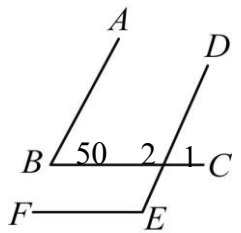
2. $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ ， $\overline{BC} \parallel \overline{EF}$ ，

若 $\angle B = 70^\circ$ ，則 $\angle E$ 幾度？



3. $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ ， $\overline{BC} \parallel \overline{EF}$ ，

若 $\angle B = 50^\circ$ ，則 $\angle E$ 幾度



(1) $\because \overline{AB} \parallel \overline{DE} \therefore$ _____ 角相等

$\angle 1 = \angle$ _____ $=$ _____ 度。

(2) $\because \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ (平角)

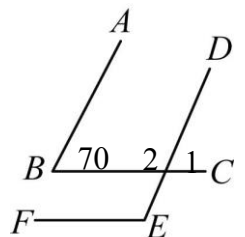
$\therefore \angle 2 =$ _____ 度。

(3) $\because \overline{BC} \parallel \overline{EF} \therefore$ _____ 角相等

$\angle E = \angle$ _____ $=$ _____ 度。

4. $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ ， $\overline{BC} \parallel \overline{EF}$ ，

若 $\angle B = 70^\circ$ ，則 $\angle E$ 幾度



**例題****②****利用平行線性質證明 2——平行四邊形**

請證明平行四邊形對角相等

已知：_____

求證：_____

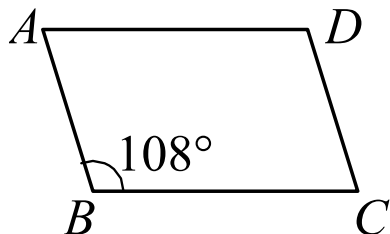
證明：



☆筆記

**牛刀小試 5**

1. 如圖， $\square ABCD$ 中， $\angle B = 108^\circ$ ，求其他三個內角的度數。



(1) \because 平行四邊形_____角相等

$$\therefore \angle D = \angle \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$$

(2) \because 平行四邊形_____角互補

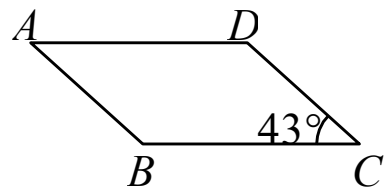
$$\angle A + \angle B = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$$

$$\angle A = \underline{\hspace{2cm}}^\circ - 108^\circ = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$$

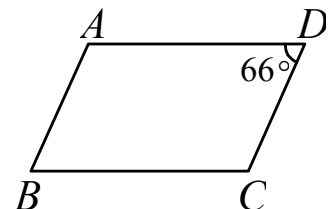
(3) \because 平行四邊形_____角相等

$$\angle C = \angle \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$$

2. 如圖， $\square ABCD$ 中， $\angle C = 43^\circ$ ，求其他三個內角的度數。

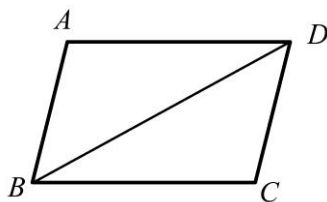


3. 如圖， $\square ABCD$ 中， $\angle D = 66^\circ$ ，求其他三個內角的度數。

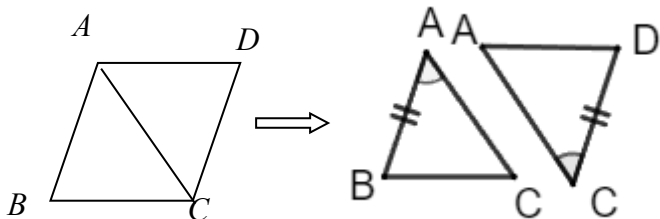


**例題****③****利用三角形的全等性質證明 1——平行四邊形**已知：四邊形 $ABCD$ 是平行四邊形求證： $\triangle ABD \cong \triangle CDB$

證明：



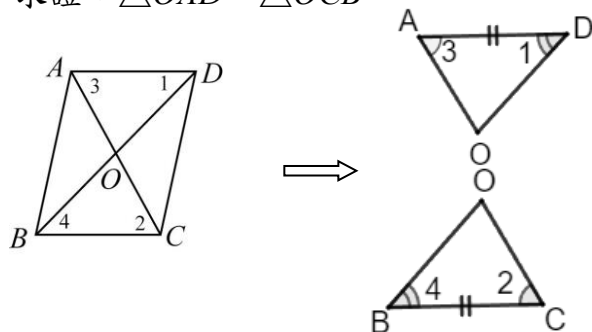
☆筆記

**牛刀小試 6**1. 如右圖，已知 $\triangle ADB$ 和 $\triangle CDB$ 中， $\overline{AB} = \overline{CD}$ ，且 $\angle BAC = \angle ACD$ 。試證 $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ 

證明：

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDA$ 中 $\therefore \textcircled{1} \overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$ (已知) $\textcircled{2} \angle BAC = \underline{\hspace{2cm}}$ (已知) $\textcircled{3} \overline{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$ (公用邊) $\therefore \triangle ABC \cong \triangle CDA$ (_____全等性質)

2. 證明平行四邊形兩對角線互相平分。

已知： $ABCD$ 為平行四邊形。求證： $\triangle OAD \cong \triangle OCB$ 

證明：

在 $\triangle OAD$ 和 $\triangle OCB$ 中， $\therefore ABCD$ 為平行四邊形 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ $\textcircled{1} \angle 1 = \angle 4$ (_____角相等) $\textcircled{2} \angle 3 = \angle \underline{\hspace{1cm}}$ (_____角相等) $\textcircled{3} \overline{AD} = \underline{\hspace{2cm}}$ (對邊相等) $\therefore \triangle OAD \cong \triangle OCB$ (_____全等性質)

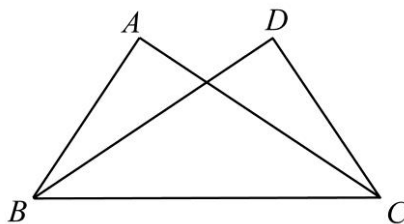


例題 4 利用三角形的全等性質證明 2——重疊圖形



如圖，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DCB$ 中
已知： $\overline{AB} = \overline{DC}$ ， $\overline{AC} = \overline{BD}$
求證： $\angle A = \angle D$

證明：



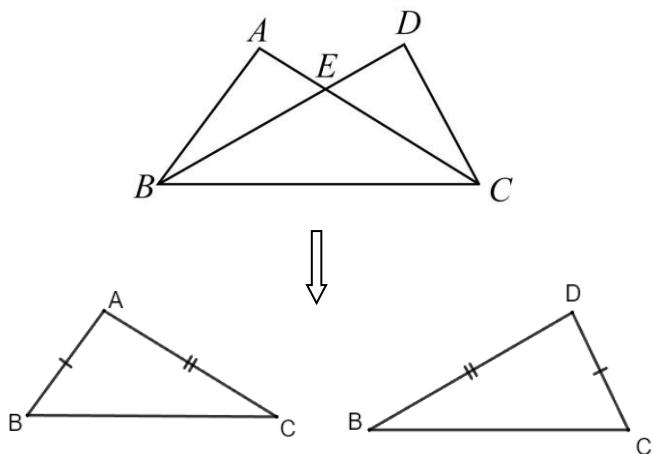
☆筆記



牛刀小試 7

1. $\overline{AB} = \overline{DC}$ ， $\overline{AC} = \overline{BD}$ ，

求證： $\angle ACB = \angle DBC$



證明：

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DCB$ 中

① $\overline{AB} =$ _____ (已知)

② $\overline{AC} =$ _____ (已知)

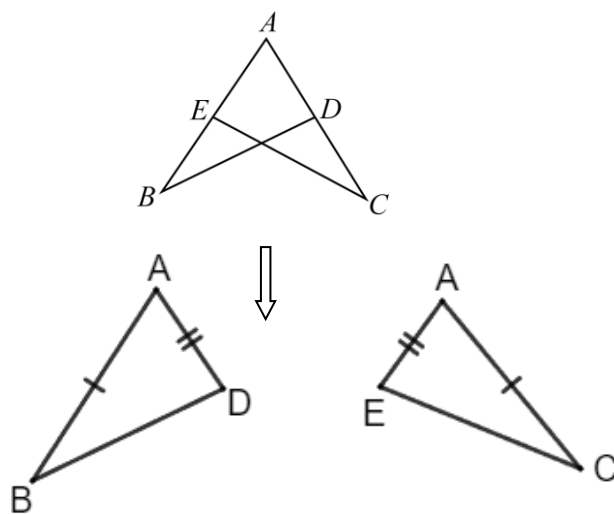
③ $\overline{BC} =$ _____ (共用邊)

$\triangle ABC \cong \triangle$ _____ (_____全等)

故 $\angle ACB =$ _____ (對應角相等)

2. 已知： $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\overline{AD} = \overline{AE}$ ，

求證： $\overline{BD} = \overline{CE}$



證明：

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 中

① $\overline{AB} =$ _____ (已知)

② $\overline{AD} =$ _____ (已知)

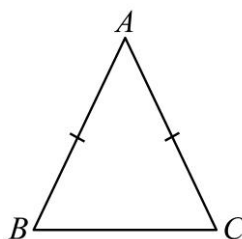
③ $\angle A =$ _____ (共用角)

$\triangle ABD \cong \triangle$ _____ (_____全等)

故 $\overline{BD} =$ _____ (對應邊相等)

**例題****5****利用三角形的全等性質證明 3——輔助線**已知： $\triangle ABC$ 為等腰 \triangle 求證： $\angle B = \angle C$

證明：

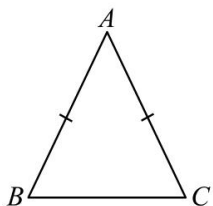
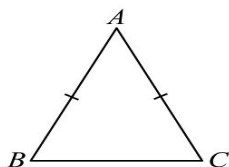
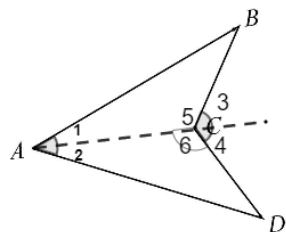
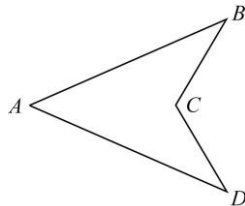


☆筆記

**牛刀小試 8**1. $\triangle ABC$ 為等腰 \triangle ， $\angle A = 40^\circ$ ，求 $\angle B = ?$ $\because \triangle ABC$ 為等腰 \triangle $\therefore \angle B = \angle$ _____

$$= \frac{180^\circ - \angle A}{2} = \frac{180 - (\quad)}{2}$$

=

2. $\triangle ABC$ 為等腰 \triangle ， $\angle B = 50^\circ$ ，求 $\angle A = ?$ (1) $\because \triangle ABC$ 為等腰 \triangle $\therefore \angle C = \angle$ _____ $=$ _____ $^\circ$ (2) $\angle A =$ _____3. 如圖，試證 $\angle BCD = \angle A + \angle B + \angle D$ 證明：(1) 連結 \overline{AC} 並延伸 \overline{AC} ，作 \overrightarrow{AC} (2) $\triangle ABC$ 中 $\because \angle$ _____ 是 $\triangle ABC$ 的外角 $\therefore \angle$ _____ $= \angle 1 + \angle B$ (3) $\triangle ADC$ 中 $\because \angle$ _____ 是 $\triangle ADC$ 的外角 $\therefore \angle$ _____ $= \angle 2 + \angle D$

由 (2) + (3)

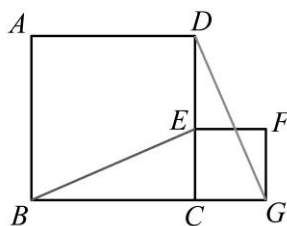
$$\begin{aligned} \angle BCD &= \angle \boxed{} + \angle \boxed{} \\ &= \angle \boxed{} + \angle B + \angle \boxed{} + \angle D \\ &= \angle \boxed{} + \angle \boxed{} + \angle B + \angle D \\ &= \angle \boxed{A} + \angle B + \angle D \end{aligned}$$

**例題****⑥ 利用三角形的全等性質證明 4——正方形**

已知：四邊形 $ABCD$ 和四邊形 $CEFG$ 都是正方形，
而且 E 在 \overline{CD} 上

求證： $\overline{BE} = \overline{DG}$

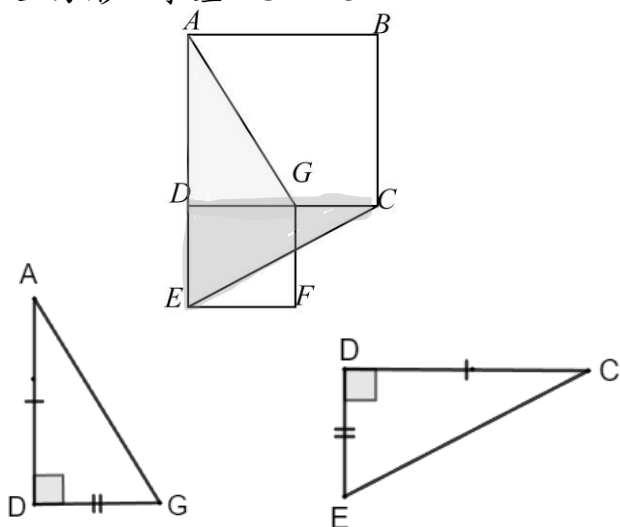
證明：



☆筆記

**牛刀小試 9**

1. 已知：四邊形 $ABCD$ 和四邊形 $DEFG$ 都是正方形。求證 $\overline{AG} = \overline{CE}$ 。



證明：

在 $\triangle ADG$ 和 $\triangle CDE$ 中

① $\overline{DG} = \underline{\hspace{2cm}}$ ($DEFG$ 是正方形)

② $\overline{AD} = \underline{\hspace{2cm}}$ ($ABCD$ 是正方形)

③ $\angle ADG = \angle CDE = \underline{\hspace{2cm}}$ 度

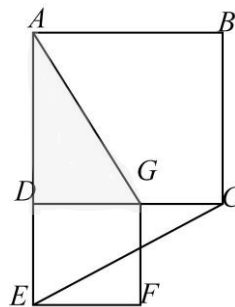
$\triangle ADG \cong \triangle CDE$ ($\underline{\hspace{2cm}}$ 全等)

故 $\overline{AG} = \underline{\hspace{2cm}}$ (對應邊相等)

2. 已知：四邊形 $ABCD$ 和四邊形 $DEFG$ 都是正方形。若 $\overline{DG} = 5$ ， $\overline{AD} = 12$ ，

(1) $\overline{AG} = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) $\overline{CE} = \underline{\hspace{2cm}}$



$$(1) \overline{AG} = \sqrt{\overline{AD}^2 + \overline{DG}^2}$$

$$= \sqrt{(\quad)^2 + (\quad)^2}$$



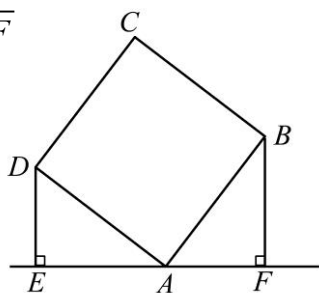
例題 7 利用三角形的全等性質證明 5——直角三角形



已知： $ABCD$ 是正方形，而且 $\overline{DE} \perp \overline{EF}$ ， $\overline{BF} \perp \overline{EF}$

求證： $\overline{DE} = \overline{AF}$

證明：



☆筆記

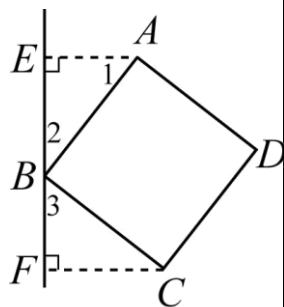


牛刀小試 10

1. 四邊形 $ABCD$ 為正方形， $\overline{AE} \perp \overline{BE}$ ，

$\overline{BF} \perp \overline{CF}$

(1) 試證： $\overline{AE} = \overline{BF}$



證明：

在 $\triangle AEB$ 和 $\triangle BFC$ 中

① $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$ ($ABCD$ 是正方形)

② $\angle AEB = \angle BFC = \underline{\hspace{2cm}}$
($\overline{AE} \perp \overline{BE}$ ， $\overline{BF} \perp \overline{CF}$)

③ $\because \angle 1 + \angle 2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 度

$\angle 2 + \angle 3 = \underline{\hspace{2cm}}$ 度

$\therefore \angle 1 + \angle 2 = \angle 2 + \angle 3$

推得 $\angle 1 = \angle \underline{\hspace{2cm}}$

$\triangle ADG \cong \triangle CDE$ ($\underline{\hspace{2cm}}$ 全等)

故 $\overline{AE} = \underline{\hspace{2cm}}$ (對應邊相等)

2. 四邊形 $ABCD$ 為正方形， $\overline{AE} \perp \overline{BE}$ ，

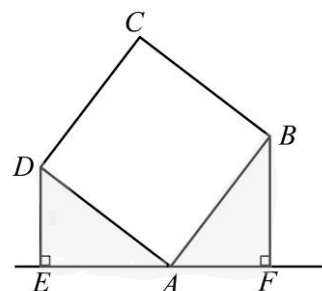
$\overline{BF} \perp \overline{CF}$ ，若 $\overline{DE} = 3$ ， $\overline{BF} = 4$ ，

求

(1) $\overline{AE} = \underline{\hspace{2cm}}$ ，

(2) $\overline{AF} = \underline{\hspace{2cm}}$ ，

(3) $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



$\because \triangle DEA \cong \triangle AFB$ ($\underline{\hspace{2cm}}$ 全等)

$\therefore \overline{AF} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

$\overline{AE} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

$\overline{AB} = \sqrt{\overline{AF}^2 + \overline{BF}^2}$

$= \sqrt{(\underline{\hspace{2cm}})^2 + (\underline{\hspace{2cm}})^2}$

$= (\underline{\hspace{2cm}})$

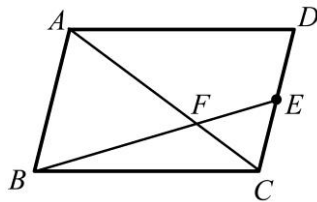


例題 8 利用相似性質來證明



已知：如圖，在 $\square ABCD$ 中， E 為 \overline{CD} 中點， \overline{BE} 和 \overline{AC} 交於 F

求證： $\overline{AF} = 2\overline{CF}$



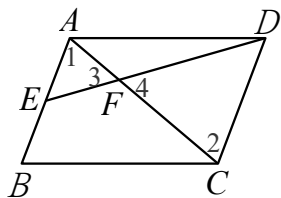
☆筆記

☆



牛刀小試 11

1. 如圖，平行四邊形 $ABCD$ 中，已知 E 為 \overline{AD} 的中點， \overline{AC} 與 \overline{BE} 交於 F 點，
求證：(1) $\triangle AEF \sim \triangle CDF$ 。



證明：

在 $\triangle AEF$ 和 $\triangle CDF$ 中

(1) $\angle 1 = \angle$ _____ (_____ 角相等)

(2) $\angle 3 = \angle$ _____ (_____ 角相等)

$\triangle AEF \sim \triangle CDF$ (_____ 相似)

2. 呈上題，若 $\overline{AF} = 6$ ，則 $\overline{CF} = ?$

(1) $\because \triangle AEF \sim \triangle CDF$ 且 E 為 \overline{AD} 的中點

$\therefore \overline{AE} : \overline{DC} = \overline{AE} : \overline{AB} =$ _____ : _____

表示 $\triangle CDF$ 是 $\triangle AEF$ 的 _____ 倍放大圖

(2) $\overline{AF} : \overline{CF} = \overline{AE} : \overline{AB} =$ _____ : _____

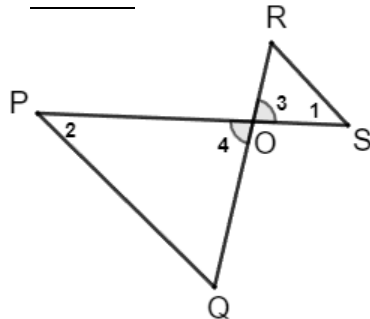
() : $\overline{CF} =$ _____ : _____

$\overline{CF} =$ _____

3. 如圖， \overline{PS} 與 \overline{QR} 交於 O 點，

已知 $\overline{RS} \parallel \overline{PQ}$ ，且 $\overline{PO} : \overline{SO} = 3 : 1$ ，

$\overline{PQ} = 12$ ，則 $\overline{RS} =$ _____。



(1) $\because \overline{RS} \parallel \overline{PQ}$

① $\angle 1 = \angle$ _____ (_____ 角相等)

② $\angle 3 = \angle$ _____ (_____ 角相等)

$\therefore \triangle SRO \sim \triangle PQO$ (_____ 相似)

(2) 因為 $\overline{PO} : \overline{SO} = 3 : 1$ ，

所以 $\triangle PQO$ 是 $\triangle SRO$ 的 _____ 倍放大圖

$\overline{PQ} : \overline{RS} = \overline{PO} : \overline{SO} = 3 : 1$

() : $\overline{RS} = 3 : 1$

$\overline{RS} =$ _____



概念 4 奇數和偶數



舉例：

1. 偶數：_____

☆換個寫法：_____

問題：有沒有辦法可以寫出世界上**所有的偶數**？

2. 奇數：_____

☆換個寫法：_____

問題：有沒有辦法可以寫出世界上**所有的奇數**？

☆筆記

① 0 是奇數還是偶數？

② 3 的倍數如何表示？



牛刀小試 12

1. (1) 請寫出 4 個偶數：_____。

(2) 請寫出 4 個奇數：_____。

(3) 請寫出 4 個整數：_____。

注意：整數包含奇數和偶數

2. 若 a 是**奇數**，則下列各題是奇數或偶數

(1) $2a$ 為_____數

代數字判斷 $2a = 2 \times (\quad) = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) $2a+1$ 為_____數

代數字判斷 $2a+1 = 2 \times (\quad) + 1 = \underline{\hspace{2cm}}$

(3) $2(a+3)$ 為_____數

代數字判斷 $2(a+3) = 2 \times [(\quad) + 3] = \underline{\hspace{2cm}}$

3. 若 b 是**偶數**，則下列各題是奇數或偶數

(1) $b+1$ 為_____數

代數字判斷 $b+1 = (\quad) + 1 = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) $b+2$ 為_____數

代數字判斷 $b+2 = (\quad) + 2 = \underline{\hspace{2cm}}$

4. 若 c 是**整數**，則下列各題是奇數或偶數或都有可能

(1) $c+1$ 為_____

奇 $c+1 = (\quad) + 1 = \underline{\hspace{2cm}}$

偶 $c+1 = (\quad) + 1 = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) $2c$ 為_____

奇 $2c = 2 \times (\quad) = \underline{\hspace{2cm}}$

偶 $2c = 2 \times (\quad) = \underline{\hspace{2cm}}$



例題 9 代數證明 1——奇數和偶數



已知： a 是一個奇數

求證： a^2 也是奇數

證明：

☆筆記



牛刀小試 13

1. 已知： a 是偶數，則 a^2 一定是偶數 嗎？

(1) 若 $a = 2$ ，

$$a^2 = (\quad) \times (\quad) = \underline{\hspace{2cm}}。$$

a^2 是 ☐ 奇數 ☐ 偶數

(2) 若 $a = 4$ ，

$$a^2 = (\quad) \times (\quad) = \underline{\hspace{2cm}}。$$

a^2 是 ☐ 奇數 ☐ 偶數

2. 已知： a 是偶數。

求證： a^2 也是偶數。

證明：

$\because a$ 是偶數，假設 $a = 2k$ ，

(其中 k 是 數)

$$\therefore a^2 = (\underline{\hspace{2cm}})^2 = 4k^2$$

$$= 2 \times (\underline{\hspace{2cm}})$$

$$= 2 \times \underline{\hspace{2cm}} \text{ 數}$$

故 a^2 也是偶數。

3. 已知： a 是奇數，則 $a+1$ 一定是偶數 嗎？

(1) 若 $a = 1$ ，

$$a+1 = (\quad) + 1 = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$a+1$ 是 ☐ 奇數 ☐ 偶數

(2) 若 $a = 3$ ，

$$a+1 = (\quad) + 1 = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$a+1$ 是 ☐ 奇數 ☐ 偶數

2. 若 a 為奇數。

試證： $a+1$ 為偶數。

證明：

$\because a$ 是奇數，假設 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ，

(其中 k 是整數)

$$\therefore a+1 = (\underline{\hspace{2cm}}) + 1 = 2k+2$$

$$= 2 \times (\underline{\hspace{2cm}})$$

$$= 2 \times \underline{\hspace{2cm}} \text{ 數}$$

故 $a+1$ 也是偶數。



例題 10 代數證明 2——比大小



已知： a 、 b 是正數，而且 $a > b$

求證： $a^2 > b^2$

證明：

☆筆記

若 a 、 b 是正數， $a^2 > b^2$

則 $a \square b$



牛刀小試 14

1. 在下列式子中，填入「 $>$ 、 $=$ 、 $<$ 」

(1) $7 \square 3 \Rightarrow 7^2 \square 3^2$

(2) $5 \square 2 \Rightarrow 5^2 \square 2^2$

若 a 、 b 是正數，而且 $a > b$ ，

則 $a^2 \square b^2$

2. 在下列式子中，填入「 $>$ 、 $=$ 、 $<$ 」

(1) $5^2 \square 4^2$ ，但 $5 \square 4$

(2) $7^2 \square 3^2$ ，但 $7 \square 3$

若 a 、 b 是正數，而且 $a^2 > b^2$

則 $a \square b$

3. 若 a 、 b 為負數，且 $a < b$ 。

那麼 a^2 會小於 b^2 嗎？

在下列式子中，填入「 $>$ 、 $=$ 、 $<$ 」

(1) $(-7) \square (-3) \Rightarrow (-7)^2 \square (-3)^2$

(2) $(-5) \square (-2) \Rightarrow (-5)^2 \square (-2)^2$

若 a 、 b 是負數，且 $a < b$

則 $a^2 \square b^2$

4. 已知： a 、 b 為負數，且 $a < b$ 。

求證： $a^2 > b^2$

證明：

$$\because a < b < 0 \quad \therefore a - b \square 0,$$

$$\therefore a、b \text{ 為負數 } \therefore a + b \square 0$$

$$a^2 - b^2 = (\quad)(\quad) \square 0$$

故 $a^2 > b^2$



例題 11 代數證明 3——畢氏定理



已知： a 、 b 、 c 分別為直角 \triangle 的三邊長，而且 c 是斜邊
(其中 a 、 b 、 c 是正整數)

求證： a^2 是 $(b+c)$ 的倍數

證明：

☆筆記
因數和倍數



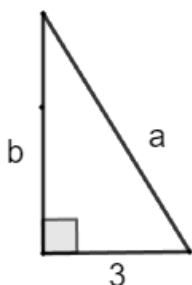
牛刀小試 15

1. 在直角 \triangle 中， a 為斜邊長， b 、3 為兩股長。

其中 a 、 b 為正整數，

請問：下列哪一個數是 $(a+b)$ 的倍數？

(A) 7 (B) 8 (C) 9



(1) $\because a$ 、 b 、3 為直角三角形的三邊長，

且 a 為斜邊長，

$$\therefore b^2 + 3^2 = \underline{\hspace{2cm}},$$

$$(2) \quad a^2 - b^2 = (\underline{\hspace{1cm}})^2$$

$$(\underline{\hspace{1cm}} + b)(\underline{\hspace{1cm}} - b) = \underline{\hspace{2cm}}$$

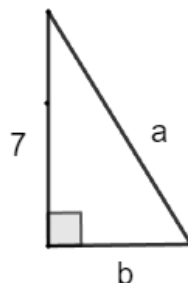
故 $\underline{\hspace{2cm}}$ 是 $(a+b)$ 的倍數。

2. 已知直角 \triangle 中， b 為斜邊長，

a 、7 為兩股長，其中 a 、 b 為正整數，

請問： $(a-b)$ 為下列哪一個數的因數？

(A) 25 (B) 36 (C) 49



(1) $\because a$ 、 b 、7 為直角三角形的三邊長，

且 a 為斜邊長，

$$\therefore b^2 + 7^2 = \underline{\hspace{2cm}},$$

$$(2) \quad a^2 - b^2 = (\underline{\hspace{1cm}})^2$$

$$(\underline{\hspace{1cm}} + b)(\underline{\hspace{1cm}} - b) = \underline{\hspace{2cm}}$$

故 $(a-b)$ 為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 的因數。



解 答 篇

牛刀小試 1

1. 已知: $\angle B = \angle C$
求證: $\overline{AB} = \overline{AC}$

2. 已知: P 在 \overline{AB} 的中垂線上
求證: $\overline{PA} = \overline{PB}$

3. 已知: $ABCD$ 為平行四邊形
求證: 對角相等

4. 已知: $\overline{AB} = \overline{BD}$, $\angle ABC = \angle DBC$
求證: $\overline{AC} = \overline{CD}$

牛刀小試 2

1.
 $\therefore \angle 1 = \angle 2$ (對頂角相等)
 $\therefore \angle A + \angle B = \angle C + \angle D$
 $45^\circ + \angle B = 23^\circ + 59^\circ$
 $\angle B = 37^\circ$
2. 30°
3. 28°

牛刀小試 3

1. (1) ① $\overline{AB} = \overline{AC}$
② $\overline{BD} = \overline{CD}$
③ $\overline{AD} = \overline{AD}$
(2) SSS 全等性質
證明過程
在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 中,
 $\therefore \overline{AB} = \overline{AC}$
 $\overline{BD} = \overline{CD}$
 $\overline{AD} = \overline{AD}$
 $\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD$
(SSS 全等性質)
因此 $\angle B = \angle C$

2. 思考過程

(1) $\overline{PD} = \overline{PE}$
(2) ① $\angle 1 = \angle 2$
② $\angle BDP = \angle BEP = 90^\circ$
③ $\overline{BP} = \overline{BP}$ (共用邊)
(3) AAS 全等性質
證明過程
 $\triangle DBP$ 和 $\triangle EBP$ 中
(1) $\angle 1 = \angle 2$ (角平分線)
(2) 90°
(3) \overline{BP} (共用邊)
 $\triangle DBP \cong \triangle EBP$ (AAS)
故 $\overline{PD} = \overline{PE}$

牛刀小試 4

1. (1) 同位, $\angle B$, 50
(2) 同位, $\angle 1$, 50
2. 70 度
3. (1) 同位, $\angle B$, 50
(2) 130
(3) 同位, $\angle 2$, 130
4. 110 度

牛刀小試 5

1. (1) 對角, $\angle B$, 108°
(2) 鄰角, 180, 180, 72
(3) 對角, $\angle A$, 72
2. $\angle A = 43$ 度, $\angle B = 137$ 度
 $\angle D = 137$ 度
3. $\angle A = 114$ 度, $\angle B = 66$ 度
 $\angle C = 114$ 度

牛刀小試 6

1. \overline{DC} , $\angle DCA$, \overline{AC} SAS,
2. 內錯, $\angle 2$, 內錯, \overline{BC} , ASA,

牛刀小試 7

1. $\triangle ABC$ 和 $\triangle DCB$ 中
① $\overline{AB} = \overline{DC}$
② $\overline{AC} = \overline{BD}$
③ $\overline{BC} = \overline{BC}$
 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ (SSS 全等)
故 $\angle ACB = \angle DBC$

2. $\triangle ABD$ 和 $\triangle AEC$ 中
① $\overline{AB} = \overline{AC}$
② $\overline{AD} = \overline{AE}$
③ $\angle A = \angle A$ (共用角)
 $\triangle ABD \cong \triangle AEC$ (SAS 全等)
故 $\overline{BD} = \overline{CE}$

牛刀小試 8

1. $\angle D$, 40, 70(度)
2. (1) $\angle B$, 50,
(2) 80 度

3. (1) $\angle 3$, $\angle 3$
(2) $\angle 4$, $\angle 4$
(3) $\angle 3$, $\angle 4$, $\angle 1$, $\angle 2$,
 $\angle 1$, $\angle 2$

牛刀小試 9

1. 在 $\triangle ADG$ 和 $\triangle CDE$
 \therefore ① $\overline{DG} = \overline{DE}$
② $\overline{AD} = \overline{DC}$
③ $\angle ADG = \angle CDE = 90^\circ$
 $\therefore \triangle ADG \cong \triangle CDE$ (SAS 全等)
故 $\overline{AG} = \overline{CE}$
2. (1) 13 (2) 13

牛刀小試 10

1. (1) 在 $\triangle AEB$ 和 $\triangle BFC$
 \therefore ① $\overline{AB} = \overline{BC}$
② $\angle AEB = \angle BFC$
③ $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$
 $\angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$
 $\Rightarrow \angle 1 = \angle 3$
 $\therefore \triangle AEB \cong \triangle BFC$ (AAS 全等)
故 $\overline{AE} = \overline{BF}$
2. (1) 4
(2) 3
(3) 5
 $\triangle DEA \cong \triangle AFB$ (AAS 全等)
 $\overline{AF} = \overline{DE} = 3$
 $\overline{AE} = \overline{BF} = 4$
3, 4, 5

牛刀小試 11

1. (1) $\angle 2$, 內錯
(2) $\angle 4$, 對頂, AA
2. (1) 1:2, 2
(2) 1:2, 6, 1:2, 12
3. (1) ① $\angle 2$, 內錯
② $\angle 4$, 對頂, AA
(2) 12, 4

牛刀小試 12

1. (1) 2, 4, 6, 8, ... (僅列舉, 請老師判斷)
(2) 1, 3, 5, 7, ... (僅列舉, 請老師判斷)
(3) 1, 2, 3, 4, ... (僅列舉, 請老師判斷)
2. (1) 偶, 1, 2 (僅列舉, 請老師判斷)
(2) 奇, 1, 3 (僅列舉, 請老師判斷)
(3) 偶, 1, 8 (僅列舉, 請老師判斷)

3. (1) 奇, 2, 3(僅列舉, 請老師判斷)
 (2) 偶, 2, 4(僅列舉, 請老師判斷)
4. (1) 都有可能
 1, 2, (僅列舉, 請老師判斷)
 2, 3(僅列舉, 請老師判斷)
 (2) 偶
 1, 2(僅列舉, 請老師判斷)
 2, 4(僅列舉, 請老師判斷)

牛刀小試 13

1. (1) $2 \times 2 = 4$, 偶
 (2) $4 \times 4 = 16$, 偶
2. $\because a$ 是偶數
 設 $a = 2k$ (k 為整數)
 $a^2 = (\underline{2k})^2 = 4k^2$
 $= 2 \times (\underline{2k^2})$
 $= 2 \times \underline{\text{整數}}$
 $\therefore a^2$ 也是偶數

3. (1) 1, 2, 偶
 (2) 3, 4, 偶
4. $\because a$ 是奇數, 設 $a = 2k + 1$
 (k 為整數)
 $a + 1 = (\underline{2k + 1}) + 1 = 2k + 2$
 $= 2 \times (\underline{k + 1})$
 $= 2 \times \underline{\text{整數}}$
 故 $a + 1$ 是偶數

牛刀小試 14

1. (1) $>, >$
 (2) $>, >$
 $>$
2. (1) $>, >$
 (2) $>, >$
 $>$
3. (1) $<, >$,
 (2) $<, >$,
 $>$
- 4 $<, <$
 $(a + b)(a - b), >$

牛刀小試 15

1. C
 (1) a^2
 (2) $\underline{3}$, a, a, 9, 9
2. C
 (1) a^2
 (2) $\underline{7}$, a, a, 49, 49



B5 3-2 三角形的內心外心與重心



概念 ① 認識外心 1—中垂線



☆問題 1 找一個點和 A 、 B 兩點的距離相等

$A \bullet \text{-----} \bullet B$

$A \bullet \text{-----} \bullet B$

☆問題 2 找一個點和 A 、 B 、 C 三點的距離相等

$\bullet C$

$A \bullet$

$\bullet B$

☆筆記



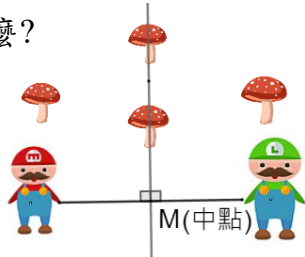
☆1. 畫 \overline{AB} 中垂線 L ，可以得到中垂線 L 上的每一點到 A 、 B 兩點的距離_____

2. 畫 \overline{AB} 中垂線 L ， \overline{BC} 中垂線 M ，可以得到兩條中垂線 L 和 M 的交點會_____

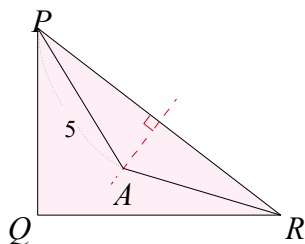


牛刀小試 1

1. 請問香菇要放在哪個位置才公平？
請圈起來並說明為什麼？



2. 如圖，若 A 點在 \overline{PR} 的中垂線上，
則 $\overline{AR} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



3. L 、 M 分別為 \overline{AB} 、 \overline{BC} 的中垂線交於 O 點，若 $\overline{OA} = 5$ ，試問：

(1) O 點在 \overline{AB} 的中垂線 L 上， $\overline{OB} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) O 點在 \overline{BC} 的中垂線 M 上， $\overline{OC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

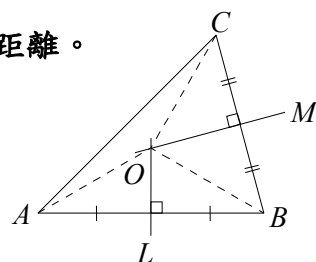
(3) O 點在中垂線 L 和 M 上，

所以 \overline{OA} 、 \overline{OB} 、 \overline{OC} 的大小關係為何？

$\overline{OA} \square \overline{OB} \square \overline{OC}$

我們說兩條中垂線 L 和 M 的交點會

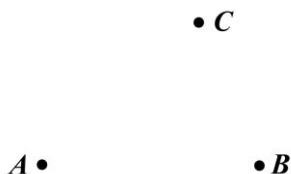
到_____等距離。





1. 畫 \overline{AB} 中垂線 L ， \overline{BC} 中垂線 M ，可以得到兩條中垂線 L 和 M 的交點會_____ ☆筆記

2. 如果再畫 \overline{AC} 中垂線 N ， L 、 M 、 N 三條中垂線會交於一點嗎？為什麼？



☆三角形三邊的中垂線會_____

這一點稱為三角形的_____



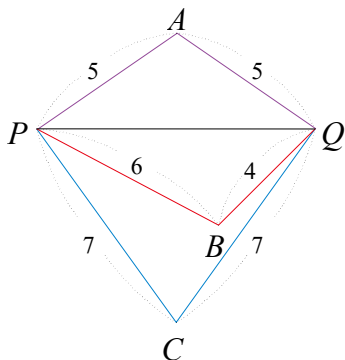
牛刀小試 2

1. \overline{PQ} 外有無數個點，請問：

(1) 哪些點到 \overline{PQ} 兩端點距離相等？

(2) 哪些點在 \overline{PQ} 的中垂線？

(3) 請畫出 \overline{PQ} 的中垂線

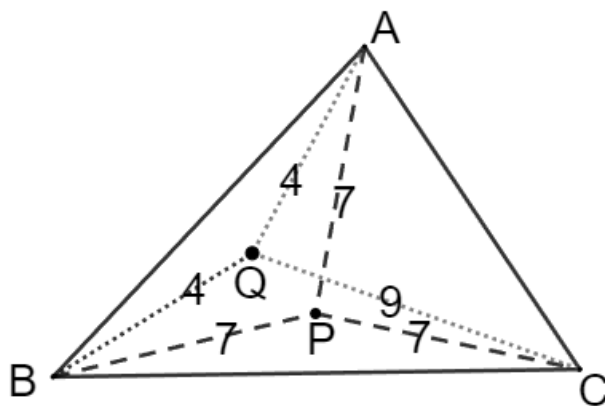


2. 如下圖，

(1) _____ 點到 $\triangle ABC$ 三頂點距離相等。

(2) 這一點稱為 $\triangle ABC$ 的 _____ 心。

(3) 作 $\triangle ABC$ 三邊的 _____ 線會通過 P 點。



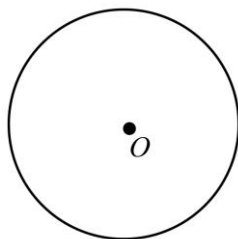


☆1. 外接圓：

- ① 如果三角形的三個頂點都在圓上
我們說這個圓就是三角形的_____
- ② 外接圓的圓心就稱為_____

☆2. ① 請在圓 O 上找不同的三點 A 、 B 、 C
並畫出 $\triangle ABC$

- ② 這個圓就是 $\triangle ABC$ 的_____
- ③ 圓心 O 就是 $\triangle ABC$ 的_____
- ④ \triangle 的外心到_____等距離



☆3. $\triangle ABC$ 的外心和 $\triangle ABC$ 三邊的中垂線有什麼關係？

☆ \triangle 的外心

- ① _____ ② _____
- ③ _____

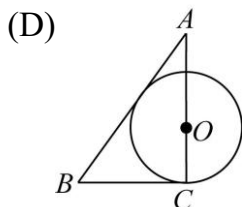
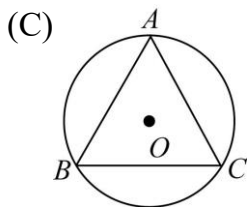
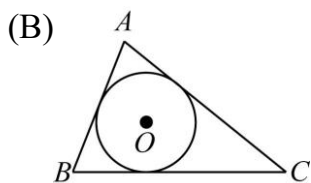
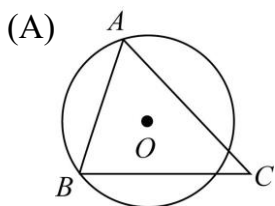
☆筆記

「外」接圓為什麼稱「外」？



牛刀小試 3

1. (1) 下列哪些選項中哪一個是 $\triangle ABC$ 的外接圓？



(2) 三角形的三個頂點都在圓_____，
(內、外、上)

我們說這個圓就是三角形的外接圓。

(3) $\triangle ABC$ 的外接圓的圓心，簡稱_____。

2. 請回答下列問題：

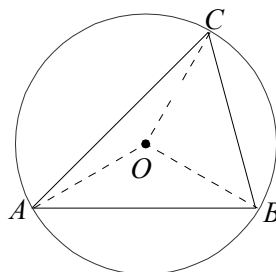
- (1) 圓 O 是 $\triangle ABC$ 的_____圓，
- (2) 圓心 O 稱為是 $\triangle ABC$ 的_____心
- (3) \overline{OA} 是 $\triangle ABC$ 外接圓的_____。
- \overline{OB} 是 $\triangle ABC$ 外接圓的_____。
- \overline{OC} 是 $\triangle ABC$ 外接圓的_____。

因此 $\triangle ABC$ 外心到_____等距離，
因為這些線段都是外接圓的_____。

(4) 若 $\overline{OA} = 7$ ，則

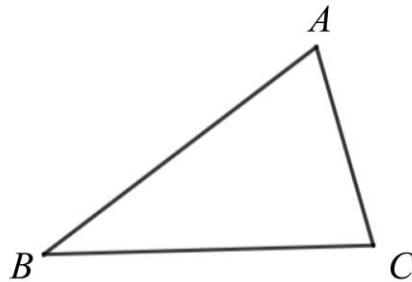
$\overline{OB} = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $\overline{OC} = \underline{\hspace{1cm}}$

(5) \triangle 三邊中垂線交點會交於_____心。



**例題****①****找外心並畫出外接圓**

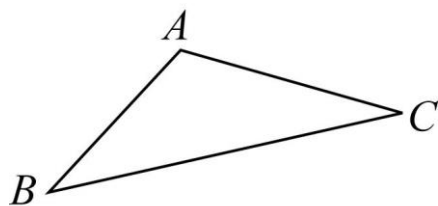
如圖，請找出 $\triangle ABC$ 的外心，並畫出 $\triangle ABC$ 的外接圓



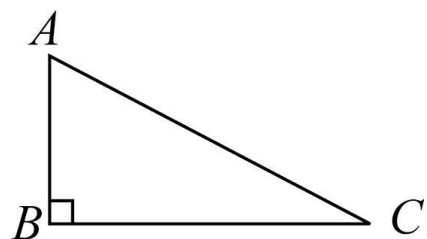
☆筆記

**牛刀小試 4**

1. 請找出鈍角 $\triangle ABC$ 的外心 O ，並畫出 $\triangle ABC$ 的外接圓。



2. 請找出直角 $\triangle ABC$ 的外心 O ，並畫出 $\triangle ABC$ 的外接圓。



- (1) 當 $\triangle ABC$ 是鈍角三角形時，
外心的位置在 $\triangle ABC$ _____。
(內部，外部，邊上)
- (2) 比較 \overline{OA} 、 \overline{OB} 、 \overline{OC} 的大小關係。

- (1) 當 $\triangle ABC$ 為直角三角形時，
外心的位置在 $\triangle ABC$ _____。
(內部，外部，邊上)
- (2) 比較 \overline{OA} 、 \overline{OB} 、 \overline{OC} 的大小關係。



☆ 請用尺規作圖畫出下列三角形的外接圓，並觀察外接圓的圓心位置有何不同？

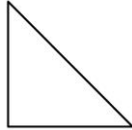
☆ 筆記

整理： \triangle 外心的位置

① 銳角三角形



② 直角三角形



③ 鈍角三角形



① 銳角三角形外心在

② 直角三角形外心在

③ 鈍角三角形外心在



牛刀小試 5

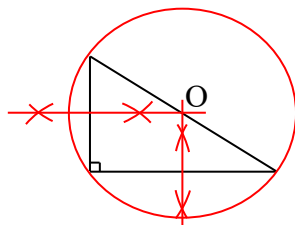
1. (1) 如圖，請問 $\triangle ABC$ 是什麼三角形？

(A) 銳角 (B) 鈍角 (C) 直角 三角形

(2) 圓心 O 在斜邊的_____點。

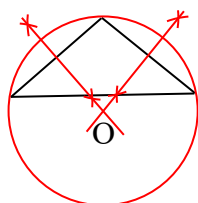
(3) 圓心 O 稱為 \triangle 外接圓的_____心。

(4) 圓心 O 是二條_____線的交點。



2. 如圖，請問 $\triangle ABC$ 是什麼三角形？

(A) 銳角 (B) 鈍角 (C) 直角 三角形



3. $\triangle ABC$ 為直角三角形， O 點到 A 、 B 、 C 三點等距離，則 O 點會落在 $\triangle ABC$ 的哪個位置？
(外部、內部或斜邊)

4. $\triangle ABC$ 為銳角三角形， O 點到 A 、 B 、 C 三點等距離，則 O 點會落在 $\triangle ABC$ 的哪個位置？
(外部、內部或斜邊)

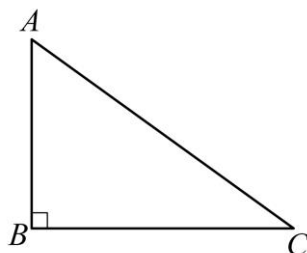
5. $\triangle ABC$ 為鈍角三角形， O 點到 A 、 B 、 C 三點等距離，則 O 點會落在 $\triangle ABC$ 的哪個位置？
(外部、內部或斜邊)



例題 ② 直角三角形的外接圓半徑



如圖，直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle B=90^\circ$ ，若 $\overline{AB}=6$ ， $\overline{BC}=8$
求 $\triangle ABC$ 外接圓半徑是多少？



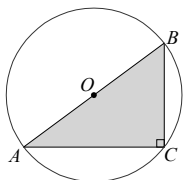
☆筆記



牛刀小試 6

1. 直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，兩股長分別為
 $\overline{BC}=3$ ， $\overline{AC}=4$ ，則：

(1) $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



(2) \overline{AB} 就是 $\triangle ABC$ 外接圓的 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

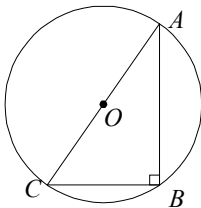
(3) 直角 $\triangle ABC$ 的外接圓半徑為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 在直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle B=90^\circ$ ， $\overline{AB}=5$ ，
 $\overline{BC}=12$ ，則

(1) $\overline{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) \overline{AC} 就是 $\triangle ABC$ 外接圓
的 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) 直角 $\triangle ABC$ 的外接圓
半徑為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

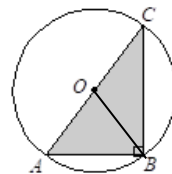


3. 設 O 為 $\triangle ABC$ 的外心，若 $\overline{OA}=6$ ，則

(1) \overline{OA} 是 $\triangle ABC$ 外接圓的 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) \overline{OB} 和 \overline{OC} 也是 $\triangle ABC$ 外接圓的 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

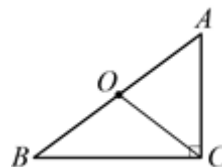
(3) $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



4. 在直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，若 O 為外心，
若 $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} = 24$ ，求

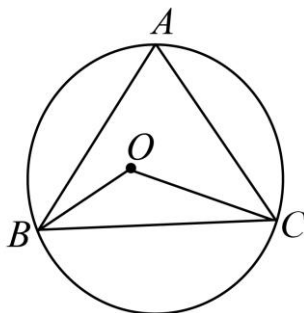
(1) $\overline{OA} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 直角 $\triangle ABC$ 的外接圓直徑為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

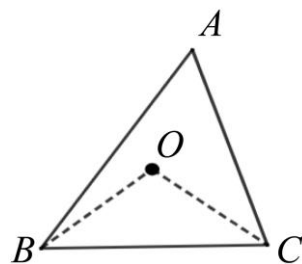


**例題****③ 銳角三角形外心求角度**

如圖， O 點是 $\triangle ABC$ 的外心，若 $\angle A = 66^\circ$ ，求 $\angle BOC$ 的度數 = ?



☆筆記

**牛刀小試 7**

1. O 點是 $\triangle ABC$ 的外心，若 $\angle A = 75^\circ$ ，
求 $\angle BOC = ?$

(1) \widehat{BC} 度數 = _____。

$$\angle A = \frac{1}{2} \widehat{BC}$$

$$\widehat{BC} = 2 \angle A$$

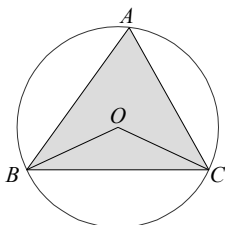
=

(2) $\angle BOC =$ _____。

$$\angle BOC = \widehat{BC}$$

=

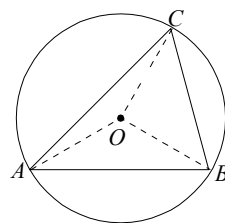
2. O 點是銳角 $\triangle ABC$ 的外心，若 $\angle A = 67^\circ$ ，
求 $\angle BOC =$ _____。



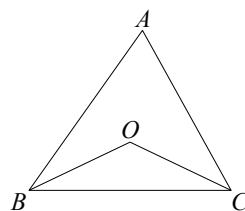
3. O 點是銳角 $\triangle ABC$ 的外心，
若 $\angle BOC = 100^\circ$ ，求 $\angle BAC = ?$

(1) \widehat{BC} 度數 = _____。

(2) $\angle BAC =$ _____。



4. O 點是銳角 $\triangle ABC$ 的外心，
若 $\angle BOC = 130^\circ$ ，求 $\angle A =$ _____。

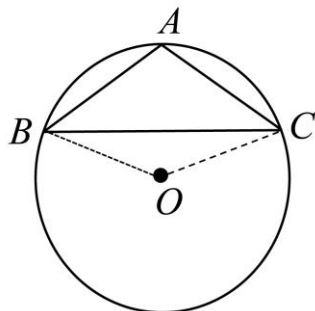




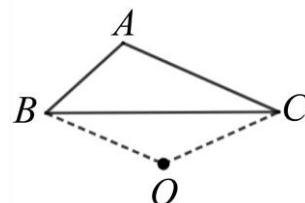
例題 4 鈍角三角形外心求角度



如圖， O 點是 $\triangle ABC$ 的外心，若 $\angle A = 110^\circ$ ， $\angle BOC$ 的度數？



☆筆記



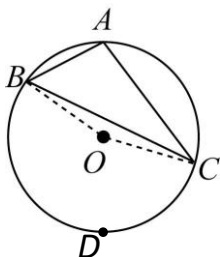
牛刀小試 8

1. 如圖， O 是鈍角 $\triangle ABC$ 的外心，
 $\angle A = 108^\circ$ ，求出下列度數：

(1) \widehat{BDC} 度數 = _____。

(2) \widehat{BAC} 度數 = _____。

(3) $\angle BOC =$ _____。

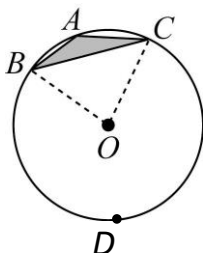


2. 如圖， O 是鈍角 $\triangle ABC$ 的外心，
 $\angle A = 150^\circ$ ，求出下列度數：

(1) \widehat{BDC} 度數 = _____。

(2) \widehat{BAC} 度數 = _____。

(3) $\angle BOC =$ _____。

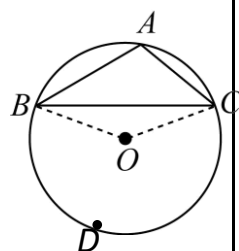


3. 如圖， O 是鈍角 $\triangle ABC$ 的外心，
 $\angle BOC = 160^\circ$ ，則

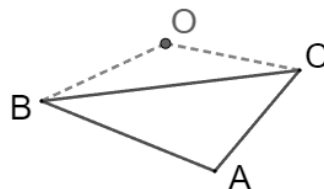
(1) \widehat{BAC} 度數 = _____。

(2) \widehat{BDC} 度數 = _____。

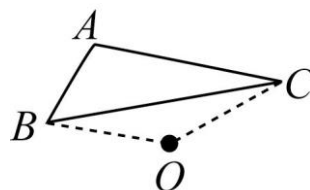
(3) $\angle A =$ _____。



4. 如圖， O 是鈍角 $\triangle ABC$ 的外心，
 $\angle A = 105^\circ$ ，求 $\angle BOC =$ _____。

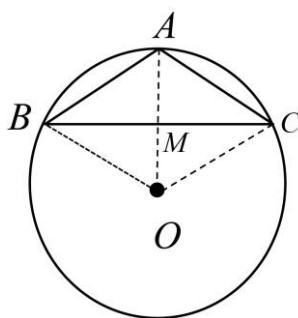


5. 如圖， O 是鈍角 $\triangle ABC$ 的外心，
 $\angle A = 100^\circ$ ，求 $\angle BOC =$ _____。



**例題****5****等腰三角形外接圓半徑 1—鈍角△**

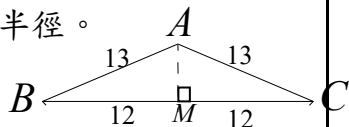
如圖， O 點是鈍角 $\triangle ABC$ 的外心，若 $\overline{AB} = \overline{AC} = 5$ ， $\overline{BC} = 8$
 請問： $\triangle ABC$ 的外接圓半徑 = ？



☆筆記

**牛刀小試 9**

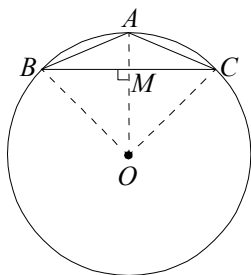
1. O 點是鈍角 $\triangle ABC$ 的外心，
 $\overline{AB} = \overline{AC} = 13$ ， $\overline{BC} = 24$ ，
 試求： $\triangle ABC$ 外接圓半徑。



$$(1) \overline{AB}^2 = \overline{BM}^2 + \overline{AM}^2$$

$$(\quad)^2 = (\quad)^2 + \overline{AM}^2$$

$$\overline{AM} = \underline{\hspace{2cm}}$$



- (2) 設 $\triangle ABC$ 外接圓半徑為 x

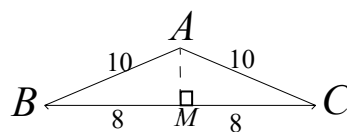
$$\overline{BO} = \underline{\hspace{2cm}}, \quad \overline{OM} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\overline{BO}^2 = \overline{BM}^2 + \overline{OM}^2$$

$$(\quad)^2 = (\quad)^2 + (\quad)^2$$

$$(x-5)^2 = (x-5)(x-5) = x^2 - 10x + 25$$

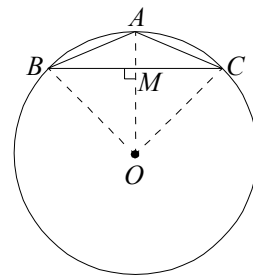
2. 已知鈍角 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC} = 10$ ，
 $\overline{BC} = 16$ ，求 $\triangle ABC$ 外接圓半徑 = $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



$$(1) \overline{AB}^2 = \overline{BM}^2 + \overline{AM}^2$$

$$(\quad)^2 = (\quad)^2 + \overline{AM}^2$$

$$\overline{AM} = \underline{\hspace{2cm}}$$



- (2) 設 $\triangle ABC$ 外接圓半徑為 x

$$\overline{BO} = \underline{\hspace{2cm}}, \quad \overline{OM} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\overline{BO}^2 = \overline{BM}^2 + \overline{OM}^2$$

$$(\quad)^2 = (\quad)^2 + (\quad)^2$$

$$(x-6)^2 = (x-6)(x-6) = x^2 - 12x + 36$$

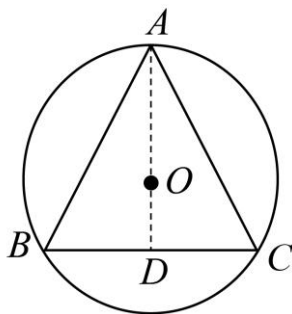


例題 6 等腰三角形外接圓半徑 2—銳角△



如圖， O 點是銳角 $\triangle ABC$ 的外心，若 $\overline{AB} = \overline{AC} = 5$ ， $\overline{BC} = 6$
請問： $\triangle ABC$ 的外接圓半徑 = ？

☆筆記



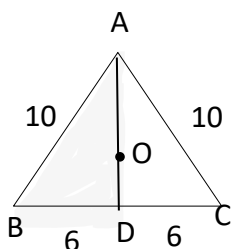
牛刀小試 10

1. 如圖， O 點是銳角 $\triangle ABC$ 的外心，若
 $\overline{AB} = \overline{AC} = 10$ ， $\overline{BC} = 12$ ，求 $\triangle ABC$ 外接圓半徑。

(1) 求 \triangle 高

$$\overline{AB}^2 = \overline{BD}^2 + \overline{AD}^2$$

$$(\quad)^2 = (\quad)^2 + \overline{AD}^2$$



$$\overline{AD} = \underline{\hspace{2cm}}$$

(2) 設 $\triangle ABC$ 外接圓半徑為 x

$$\overline{BO} = \underline{\hspace{2cm}}, \quad \overline{OD} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\overline{BO}^2 = \overline{BD}^2 + \overline{OD}^2$$

$$(\quad)^2 = (\quad)^2 + (\quad)^2$$

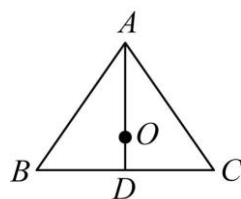
$$(8-x)^2 = 64 - 16x + x^2$$

2. 如圖， O 點是銳角 $\triangle ABC$ 的外心，
若 $\overline{AB} = \overline{AC} = 13$ ， $\overline{BC} = 10$ ，求
 $\triangle ABC$ 外接圓半徑。

(1) 求 \triangle 高

$$\overline{AB}^2 = \overline{BD}^2 + \overline{AD}^2$$

$$(\quad)^2 = (\quad)^2 + \overline{AD}^2$$



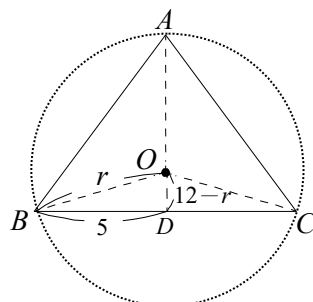
$$\overline{AD} = \underline{\hspace{2cm}}$$

(2) 設 $\triangle ABC$ 外接圓半徑為 x

$$\overline{BO} = \underline{\hspace{2cm}}, \quad \overline{OD} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\overline{BO}^2 = \overline{BD}^2 + \overline{OD}^2$$

$$(\quad)^2 = (\quad)^2 + (\quad)^2$$

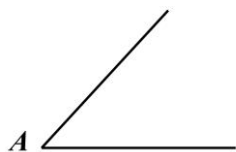


$$(12-x)^2 = 144 - 24x + x^2$$

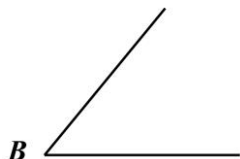


☆複習 角平分線性質

1

請用尺規作圖，畫出 $\angle A$ 的角平分線，若 P 在 $\angle A$ 的角平分線上，則_____

2

若有一點 Q 到 $\angle B$ 的兩邊等距離

則_____



☆整理

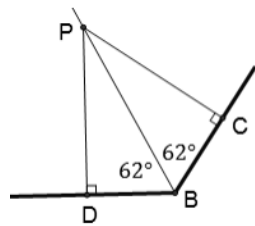
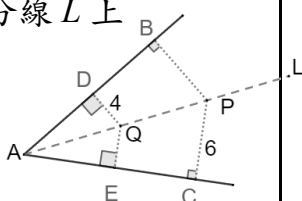
1. 角平分線上任一點到這個角的_____等距離

2. 到一個角的_____等距離的點一定在_____

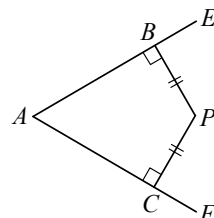
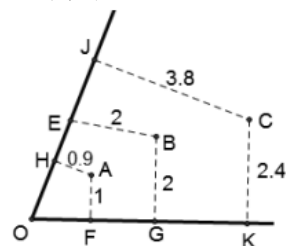
☆筆記



牛刀小試 11

1. 已知 L 為 $\angle A$ 的角平分線，則：因為 P 點、 Q 點在角平分線 L 上所以 $\overline{BP} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\overline{QE} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

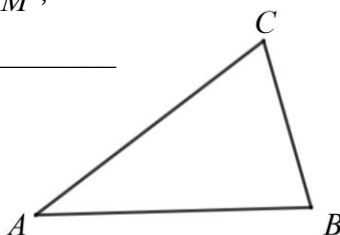
2. 如圖，

(1) $\angle PBC = \angle \underline{\hspace{2cm}} = 62^\circ$ (2) \overline{PB} 是 $\angle DBC$ 的_____線(3) 因為 P 點在角平分線上，所以 \overline{PD} 等於哪一線段？答：_____。3. (1) 到一個角的兩邊等距離的點一定
在此角的_____線上。(2) 若 $\overline{PB} = \overline{PC}$ ，則 P 點在 $\angle A$ 的_____線上。4. 如圖，那一點在 $\angle O$ 的角平分線上？



- ☆1. 請畫出 $\angle A$ 的角平分線 L ， $\angle B$ 的角平分線 M ，
 假設： L 和 M 交於 P 點，則 P 點會_____
 為什麼？

2. 如果再畫出 $\angle C$ 的角平分線 N ，請問：
 N 會不會通過 P 點？為什麼？



☆筆記



☆整理

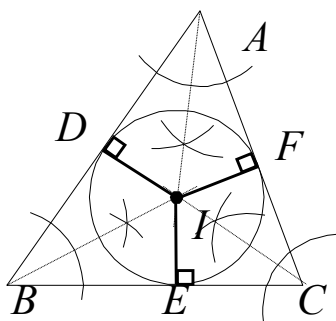
三角形三個角的角平分線會_____

這一點稱為三角形的_____



牛刀小試 12

1. $\triangle ABC$ 中， I 為內心



- (1) 根據 $\angle B$ 的角平分線性質

$$\overline{ID} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

- (2) 根據 $\angle C$ 的角平分線性質

$$\overline{IE} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

- (3) 根據 $\angle A$ 的角平分線性質

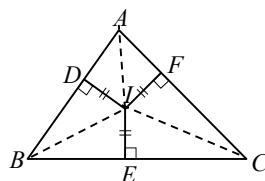
$$\overline{IF} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

- (4) 因此可得

$$\overline{ID} \quad \square \quad \overline{IE} \quad \square \quad \overline{IF}$$

我們說內心 I 點到 \triangle 三邊距離_____。

- 2.



在 $\triangle ABC$ 中， \overline{AI} 和 \overline{BI} 分別是 $\angle A$ 、 $\angle B$ 的角平分線，若 $\overline{ID} = 5$ ， $\angle DAI = 35^\circ$ ，則

- (1) \overline{AI} 是 $\angle A$ 的角平分線

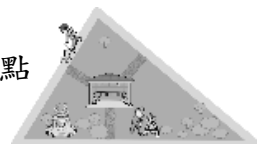
所以 $\angle FAI = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\overline{IF} = \underline{\hspace{2cm}}。$

- (2) \overline{BI} 是 $\angle B$ 的角平分線，所以 $\overline{IE} = \underline{\hspace{2cm}}。$

- (3) $\triangle ABC$ 三個角的角平分線交於 I 點，
 I 為 $\triangle ABC$ 的_____心。

3. 宜花市裡有一個三角形的公園，市政府想在內部建造一座涼亭，讓它到三條邊界道路的距離都相等，該如何選擇涼亭的位置呢？

- (A) 三條道路中垂線的交點
 (B) 三條道路夾角角平分線的交點
 (C) 三條道路中線的交點
 (D) 三條道路上的高的交點



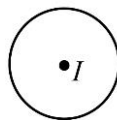


☆1. 內切圓：

- ① 如果三角形的三個邊都和圓相切
我們說這個圓就是三角形的_____
- ② 內切圓的圓心就稱為_____

☆2. ① 請畫出一個 $\triangle ABC$ ，使得 $\triangle ABC$ 的三邊都和這個圓 I 相切

- ② 這個圓就是 $\triangle ABC$ 的_____
- ③ 圓心 I 就是 $\triangle ABC$ 的_____
- ④ \triangle 的內心到 \triangle 的_____等距離



☆3. $\triangle ABC$ 的內心和 $\triangle ABC$ 三條內角平分線有什麼關係？

☆ \triangle 的內心

- ① _____ ② _____
- ③ _____

☆筆記

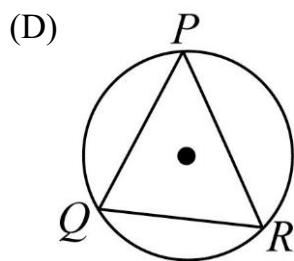
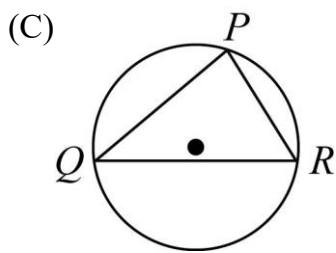
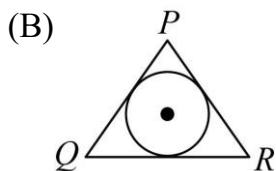
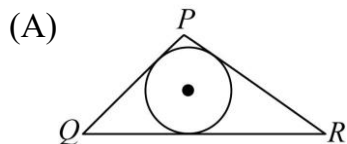
① 「內」切圓為什麼稱「內」？

② 內心的位置一定在 \triangle 的_____為什麼？



牛刀小試 13

1. 下列哪些選項為 $\triangle PQR$ 的內切圓？



2. 已知 I 為 $\triangle ABC$ 的內心， D 、 E 、 F 為切點

(1) 內心就是 $\triangle ABC$ _____ 圓的圓心。

(2) 內心是三條 _____ 線的交點。

(3) \overline{AI} 是 $\angle A$ 的 _____ 線。

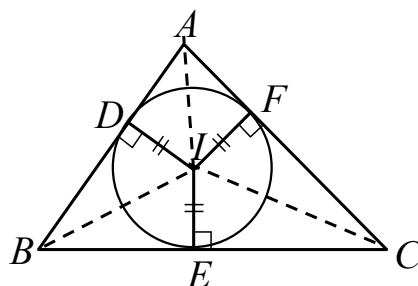
(4) 圖中內切圓半徑為 _____。

(5) \overline{ID} 為內切圓的 _____。

(6) 因為 $\overline{ID} = \overline{IE} = \overline{IF}$ ，所以

內心到 \triangle 三 _____ (邊/頂點) 等距離。

(7) 到 $\triangle ABC$ 三邊距離相等的是 _____ 心。

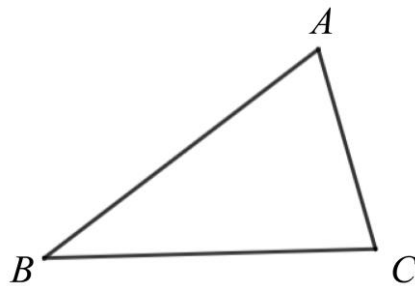




例題 7 找內心並畫出內切圓



如圖，請找出 $\triangle ABC$ 的內心，並畫出 $\triangle ABC$ 的內切圓



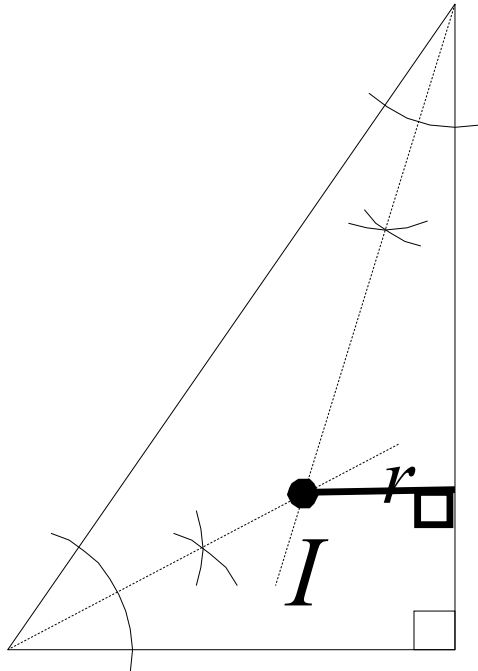
☆筆記



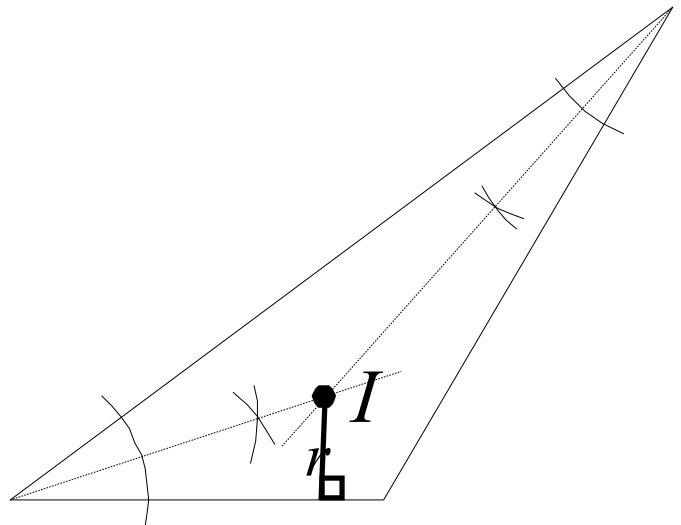
牛刀小試 14

1. 請用尺規作圖，畫出其內切圓。

(1) 直角 \triangle



(2) 鈍角 \triangle





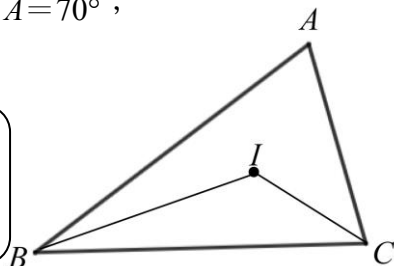
例題 8 內心求角度



如圖，假設 I 為 $\triangle ABC$ 的內心，若 $\angle A = 70^\circ$ ，求 $\angle BIC$ 的度數 = ？

☆提示： \overline{BI} 是 $\angle ABC$ 的_____線

\overline{CI} 是 $\angle ACB$ 的_____線



☆筆記



牛刀小試 15

1. I 為 $\triangle ABC$ 的內心，若 $\angle A = 86^\circ$ ，則

(1) 因為 I 為 $\triangle ABC$ 的內心，所以 \overline{BI} 、 \overline{CI} 是 $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的_____線

(2) 請在圖中()中畫 o o x x

① $\triangle ABC$ 中

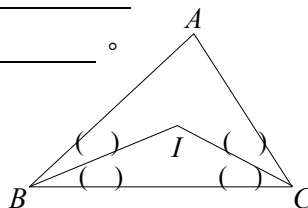
$$86 + 2\angle O + 2\angle X = \underline{\hspace{2cm}}^\circ.$$

$$2\angle O + 2\angle X = \underline{\hspace{2cm}}^\circ.$$

$$\angle O + \angle X = \underline{\hspace{2cm}}^\circ.$$

② $\triangle BIC$ 中

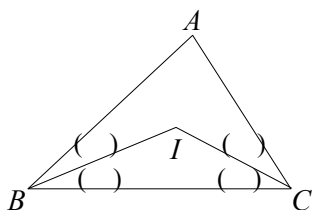
$$\angle BIC = \underline{\hspace{2cm}}$$



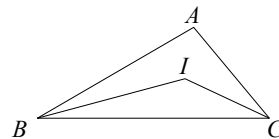
2. I 為 $\triangle ABC$ 的內心，若 $\angle A = 80^\circ$ ，則

(1) I 為 $\triangle ABC$ 的內心，請在圖中()中畫 o o x x

(2) $\angle BIC = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.



3. 在 $\triangle ABC$ 中， I 點為內心，若 $\angle A = 100^\circ$ ，則 $\angle BIC$ 的度數為何？



4. I 為 $\triangle ABC$ 的內心，若 $\angle BIC = 140^\circ$ ，則

(1) I 為 $\triangle ABC$ 的內心，請在圖中()中畫 o o x x

(2) $\triangle BIC$ 中

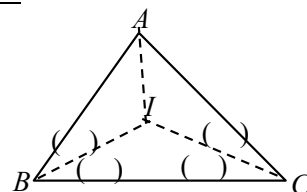
$$140^\circ + \angle O + \angle X = \underline{\hspace{2cm}}^\circ.$$

$$(3) \angle O + \angle X = \underline{\hspace{2cm}}^\circ.$$

$$(4) 2\angle O + 2\angle X = \underline{\hspace{2cm}}^\circ.$$

(5) $\triangle ABC$ 中

$$\angle A = \underline{\hspace{2cm}}^\circ.$$





如圖， I 為 $\triangle ABC$ 的內心， $\overline{IP} = \overline{IQ} = \overline{IR} =$ 內切圓半徑 r

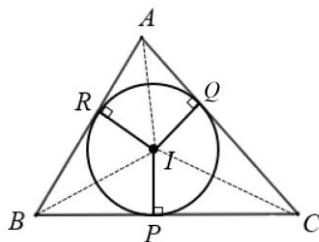
假設 $\overline{BC} = a$ ， $\overline{AC} = b$ ， $\overline{AB} = c$ ，請問：

① $\triangle BIC$ 面積 = _____

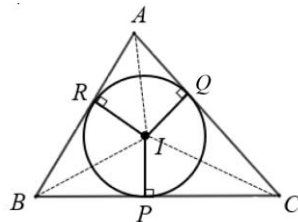
② $\triangle AIC$ 面積 = _____

③ $\triangle AIB$ 面積 = _____

④ $\triangle ABC$ 面積 = _____ = _____
= _____



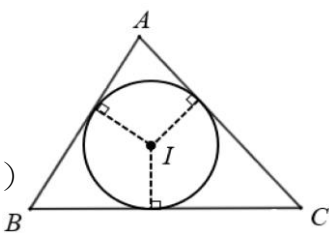
☆筆記



☆ 整理， I 為 $\triangle ABC$ 的內心，則：

\triangle 面積 = _____

(其中， r 為 _____， s 為 _____)

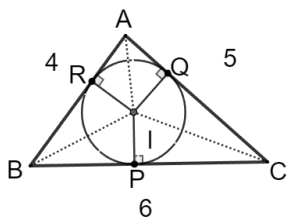


牛刀小試 16

1. 如圖， I 為 $\triangle ABC$ 的內心，
已知內切圓半徑為 2，求 $\triangle ABC$ 面積。

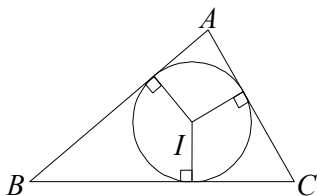
$$\triangle ABC \text{ 面積} = \frac{1}{2} \times (\text{周長}) \times (\text{內切圓半徑})$$

$$= \frac{1}{2} \times (\quad) \times (\quad)$$



2. I 為 $\triangle ABC$ 的內心，已知內切圓半徑為 4，
 $\triangle ABC$ 周長 = 30，求 $\triangle ABC$ 面積。

$$\triangle ABC \text{ 面積} = \frac{1}{2} \times (\text{周長}) \times (\text{內切圓半徑})$$



3. 已知 $\triangle ABC$ 為等腰 \triangle ， $\overline{AB} = \overline{AC} = 5$ ，
 $\overline{BC} = 6$ ，若 I 為內心，求

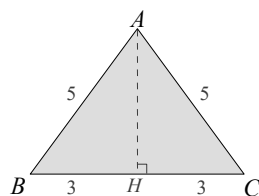
(1) 高 $\overline{AH} =$ _____。

$$\overline{AB}^2 = \overline{BH}^2 + \overline{AH}^2$$

$$(\quad)^2 = (\quad)^2 + \overline{AH}^2$$

$$\overline{AH}^2 =$$

$$\overline{AH} =$$

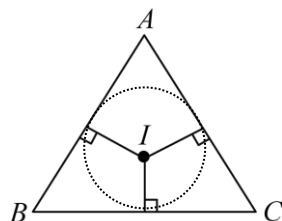


(2) $\triangle ABC$ 的面積為 _____。

$$\triangle ABC \text{ 面積} =$$

(3) $\triangle ABC$ 的內切圓半徑為 _____。

$$\triangle ABC \text{ 面積} = \frac{1}{2} \times (\text{周長}) \times (\text{內切圓半徑})$$





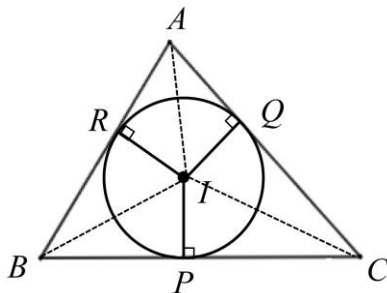
例題 9 內心與三角形的面積



如圖， I 為 $\triangle ABC$ 的內心， $\overline{IP} = \overline{IQ} = \overline{IR} =$ 內切圓半徑 r

假設 $\overline{BC} = 7$ ， $\overline{AC} = 6$ ， $\overline{AB} = 5$

求： $\triangle BIC$ 面積： $\triangle AIC$ 面積： $\triangle AIB$ 面積 = ？



☆筆記

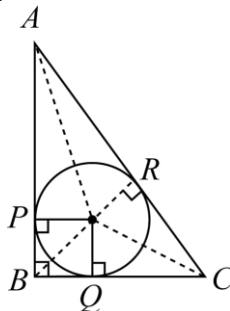


牛刀小試 17

1. 在直角 $\triangle ABC$ 中， I 為內心， P 、 Q 、 R 為內切圓與三邊的切點，

若 $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{BC} = 3$ ， $\overline{AC} = 5$

求 $\triangle ABI$ ： $\triangle BIC$ ： $\triangle AIC$ = ？



2. 如右圖，已知 I 點為 $\triangle ABC$ 的內心，若 $\triangle ABC$ 面積為 45，

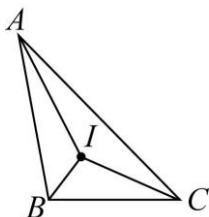
且 $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{AC} = 5 : 4 : 6$ ，則

(1) $\triangle AIB$ ： $\triangle BIC$ ： $\triangle AIC$ = _____。

(2) $\triangle BIC$ 面積 = _____。

設 $\triangle AIB$ 面積 = _____， $\triangle BIC$ 面積 = _____，

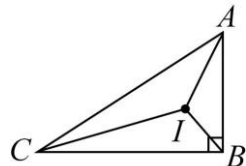
$\triangle AIC$ 面積 = _____



3. 若 I 點為 $\triangle ABC$ 的內心，

$\triangle AIB$ 的面積為 13， $\triangle BIC$ 的面積為 12，

$\triangle CIA$ 的面積為 5，則 $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CA}$ = ？



4. I 是 $\triangle ABC$ 的內心，

若 $\triangle AIB$ 面積： $\triangle BIC$ 面積： $\triangle CIA$ 面積 = 5：6：7，且 $\triangle ABC$ 周長為 36 公分。

(1) $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{AC}$ = _____。

(2) $\triangle ABC$ 的三邊長分別為多少？

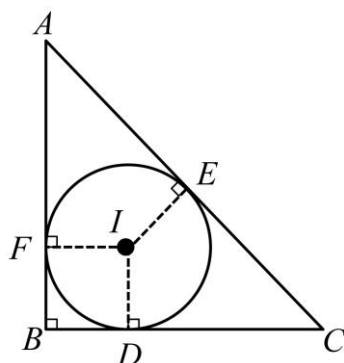
設 \overline{AB} = _____， \overline{BC} = _____， \overline{AC} = _____



例題 10 直角三角形的內切圓半徑



如圖， I 為直角 $\triangle ABC$ 的內心，假設 $\overline{BC} = 6$ ， $\overline{AB} = 8$
求： $\triangle ABC$ 的內切圓半徑是多少？



☆筆記

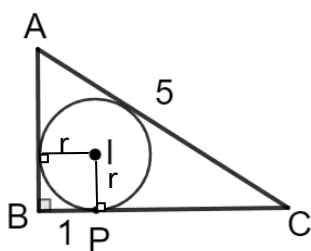
四邊形 $BDIF$ 是_____形

邊長是_____



牛刀小試 18

1. 在直角 $\triangle ABC$ 中， I 是內心， P 是 \overline{BC} 的切點，若 $\overline{AC} = 5$ ， $\overline{BP} = 1$ ，則
內切圓半徑=_____。



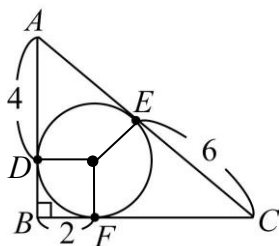
2. 在直角 $\triangle ABC$ 中， I 是內心， D 、 E 、 F 是 \overline{AB} 、 \overline{BC} 、 \overline{AC} 的切點。

(1) $\overline{AE} =$ _____。

(2) $\overline{BD} =$ _____。

(3) $\overline{CF} =$ _____。

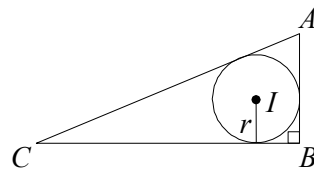
(4) 內切圓半徑=_____。



3. 直角 $\triangle ABC$ 中， I 是內心， O 是外心，
 $\overline{AC} = 8$ ， $\overline{AB} = 15$ ， $\overline{BC} = 17$ ，求

(1) 內切圓半徑=？

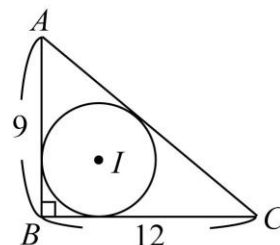
$\triangle ABC$ 面積 $= \frac{1}{2} \times (\text{周長}) \times (\text{內切圓半徑})$



4. 在直角 $\triangle ABC$ 中， I 是
內心，若 $\overline{AB} = 9$ ，
 $\overline{BC} = 12$ ，求

(1) $\overline{AC} =$ _____。

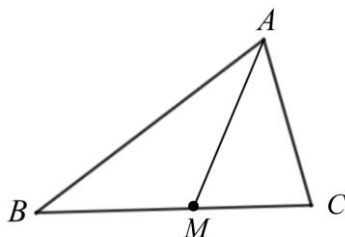
(2) 內切圓半徑=_____。



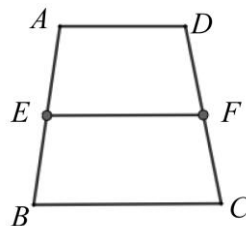
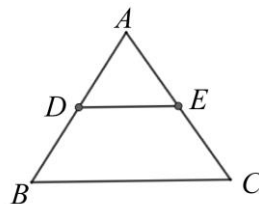


☆①已知： M 是 \overline{BC} 的中點， \overline{AM} 稱為 $\triangle ABC$ 的_____

② $\triangle ABM$ 和 $\triangle ACM$ 的面積會不會一樣呢？為什麼？



☆筆記



☆整理

1. \triangle 一邊中點和頂點的連線稱為_____

2. \triangle 一條中線可以把 \triangle 分成兩個_____相等的 \triangle

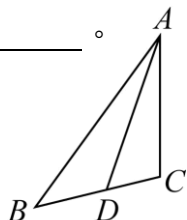


牛刀小試 19

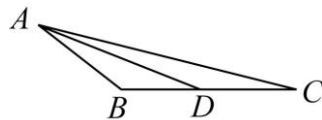
1. \overline{AD} 為 $\triangle ABC$ 的中線，

(1) 表示 D 是 \overline{BC} 的_____。

(2) 若 $\overline{BC} = 10$ ，則 $\overline{BD} =$ _____。



3. D 為 \overline{BC} 的中點，若 $\triangle ABC$ 的面積為 100，則 $\triangle ABD$ 面積為_____。

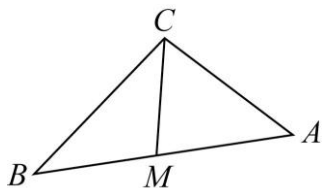


2. $\triangle ABC$ 中， \overline{AB} 中點 M ，連接 \overline{CM} ，

(1) \overline{CM} 稱為 $\triangle ABC$ 的_____線。

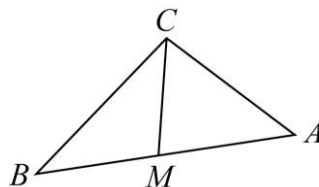
(2) $\triangle ACM$ 面積 = 20，

$\triangle BCM$ 面積 = _____。



4. $\triangle ABC$ 中， \overline{AB} 中點 M ，連接 \overline{CM}

$\triangle ABM$ 面積 = 5，則 $\triangle ABC$ 面積 = _____。





☆1. 班上誰最會轉書？

鈺凡很會轉書，假設他要用 1 根手指頭轉動數學課本

請問：他的手指頭要放在哪裡才能保持平衡？

請你畫在右邊的課本上



2. 如果鈺凡要轉一本三角形的書，你覺得他的手指頭要放在哪裡才能保持平衡？

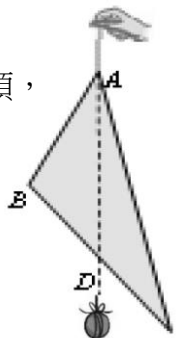
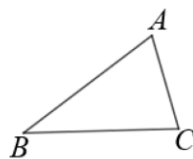
3. 靖雅想到一個方法：

她拿一條線穿過頂點 A 提起來另一頭綁一個石頭，

當保持平衡時，這條線和 \overline{BC} 的交點是 D

請問： D 是_____，

\overline{AD} 是_____為什麼？



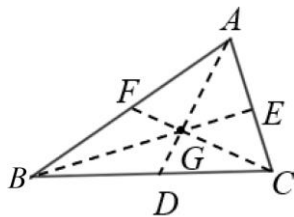
☆4. 用同樣方法可以找到

E 是_____， F 是_____

\overline{BE} 是_____， \overline{CF} 是_____

假設 \overline{AD} 、 \overline{BE} 、 \overline{CF} 交於 G 點， G 點稱為 $\triangle ABC$ 的_____

鈺凡的手指頭放在_____點就可以保持平衡。



☆筆記

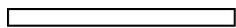
① 三角形三條_____線交於一點，這一點稱為三角形的_____也是_____

② 三角形重心位置一定在三角形的_____



牛刀小試 20

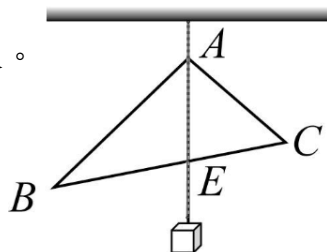
1. 下面為一個均勻木條，要撐起哪一個點才讓木條維持平衡，請用 \triangle 畫出來。



2. 在質地均勻的三角形木板的頂點 A ，穿一個小洞懸吊起來，線的另一端綁上重物自然垂下，並以虛線畫出懸掛的鉛垂線，這條線和 \overline{BC} 的交點是 E 點，請問

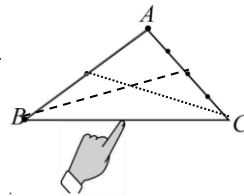
(1) D 是_____點。

(2) \overline{AE} 是_____線。



3. 有一質地均勻的紙片，若彩宣想用手指撐住紙片，讓紙片保持平衡，請問手指頭放在兩條_____線就可以保持平衡。

此點稱為 $\triangle ABC$ 的_____

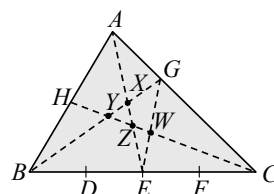


4. $\triangle ABC$ 中 D 、 E 、 F 三點將 \overline{BC} 分四等分
 $\overline{AG} : \overline{AC} = 1 : 3$ ， H 點為 \overline{AB} 的中點

(1) \overline{AB} 的中點是_____， \overline{BC} 的中點是_____

(2) 請用紅筆畫出兩條中線

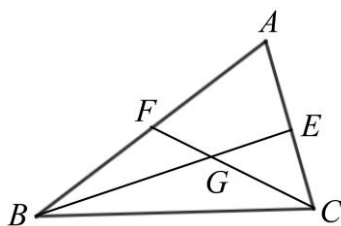
(3) 圖中哪一點是 $\triangle ABC$ 的重心？答：_____。





☆已知： G 是 $\triangle ABC$ 的重心

求證： $\overline{BG} = \frac{2}{3} \overline{BE}$



☆筆記

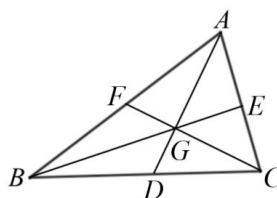


☆整理：若 G 是 $\triangle ABC$ 的重心，則

① $\overline{AG} = \underline{\hspace{1cm}} \overline{AD} \Rightarrow \overline{AG} : \overline{GD} = \underline{\hspace{1cm}}$

② $\overline{BG} = \underline{\hspace{1cm}} \overline{BE} \Rightarrow \overline{BG} : \overline{GE} = \underline{\hspace{1cm}}$

③ $\overline{CG} = \underline{\hspace{1cm}} \overline{CF} \Rightarrow \overline{CG} : \overline{GF} = \underline{\hspace{1cm}}$



牛刀小試 21

1. 如圖， $\triangle ABC$ 的兩中線 \overline{AD} 、 \overline{BE} 交於 G 點。

(1) \overline{AG} 是 \overline{AD} 的 倍

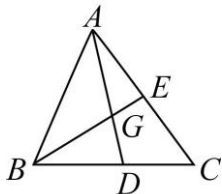
(2) \overline{GD} 是 \overline{AD} 的 倍

(3) 若 $\overline{AD} = 21$ ， $\overline{GD} = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $\overline{AG} = \underline{\hspace{1cm}}$

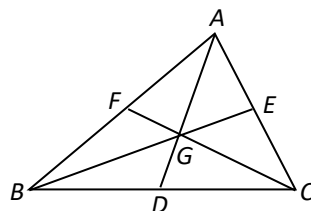
(4) \overline{BG} 是 \overline{BE} 的 倍

(5) \overline{GE} 是 \overline{BE} 的 倍

(6) 若 $\overline{BE} = 15$ ， $\overline{GE} = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $\overline{BG} = \underline{\hspace{1cm}}$



3. 如圖， $\triangle ABC$ 中，三條中線 \overline{AD} 、 \overline{BE} 、 \overline{CF} 交於 G 點，若 $\overline{AD} = 6$ ， $\overline{BE} = 12$ ， $\overline{CF} = 9$ 求 \overline{AG} 、 \overline{BG} 、 \overline{CG} 。



2. 如右圖， $\triangle ABC$ 的中線

\overline{AD} 、 \overline{BE} 、 \overline{CF} 交於

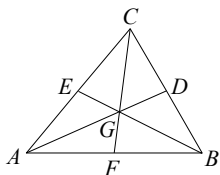
G 點。則

(1) \overline{CG} 是 \overline{FG} 的 倍

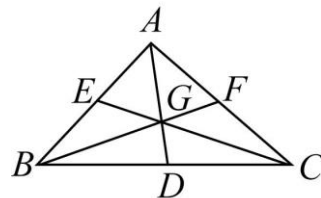
(2) 若 $\overline{FG} = 5$ ，則 $\overline{GC} = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $\overline{CF} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。

(3) \overline{AG} 是 \overline{DG} 的 倍

(4) 若 $\overline{DG} = 7$ ，則 $\overline{AG} = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $\overline{AD} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。



4. 如圖， $\triangle ABC$ 中，三條中線 \overline{AD} 、 \overline{BE} 、 \overline{CF} 交於 G 點，若 $\overline{AG} = 6$ ， $\overline{BG} = 8$ ， $\overline{CG} = 10$ ，求 \overline{AD} 、 \overline{BE} 、 \overline{CF} 。

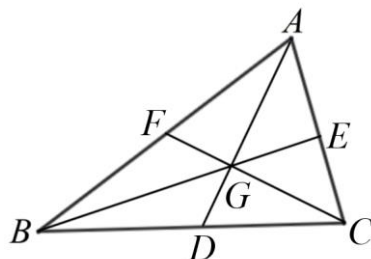




概念 12 重心與六塊積



☆已知： G 是 $\triangle ABC$ 的重心， \overline{AD} 、 \overline{BE} 、 \overline{CF} 是三條中線，
求證： $\triangle AFG$ 、 $\triangle BFG$ 、 $\triangle BDG$ 、 $\triangle CDG$ 、 $\triangle CEG$ 、 $\triangle AEG$
六個小 \triangle 面積相等



☆筆記



牛刀小試 22

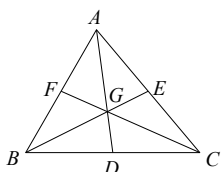
1. 如圖， \overline{AD} 、 \overline{BE} 、 \overline{CF} 三條線交於 G 點。

若 $\triangle GBD$ 面積 = 2，求下列 \triangle 面積。

(1) $\triangle GCD$ 面積 = _____。

(2) $\triangle GAC$ 面積 = _____。

(3) $\triangle ABC$ 面積 = _____。

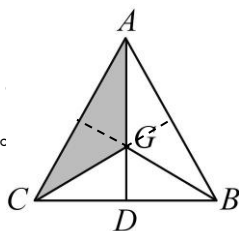


2. 如圖， G 是重心，若 $\triangle AGC$ 面積 = 6，

求下列 \triangle 面積。

(1) $\triangle GBD$ 面積 = _____。

(2) $\triangle ABC$ 面積 = _____。



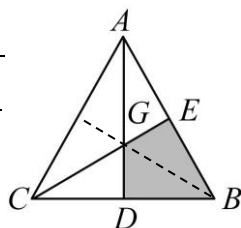
3. 如圖， \overline{AD} 、 \overline{BG} 兩條線交於 G 點。

若四邊形 $DGEB$ 面積 = 14，求

(1) $\triangle BDG$ 面積 = _____。

(2) $\triangle ABD$ 面積 = _____。

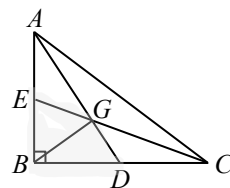
(3) $\triangle ABC$ 面積 = _____。



4. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ，兩條中線 \overline{AD} 、 \overline{BE} 交於 G 點， $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{BC} = 8$ ，求：

(1) $\triangle ABC$ 面積 = _____。

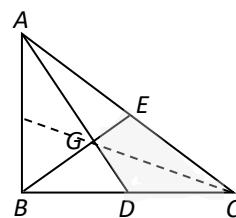
(2) 四邊形 $DGEB$ 面積 = _____。



5. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ，兩條中線 \overline{AD} 、 \overline{BE} 交於 G 點， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{BC} = 12$ ，求：

(1) $\triangle ABC$ 面積 = _____。

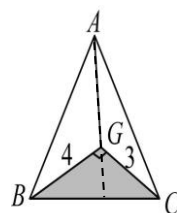
(2) 四邊形 $DGEC$ 面積 = _____。



6. 如圖， $\triangle ABC$ ， G 是重心，且 $\overline{BG} \perp \overline{GC}$ ，求

(1) $\triangle BGC$ 面積 = _____。

(2) $\triangle ABC$ 面積 = _____。





例題 11 重心性質的應用 1—直角△



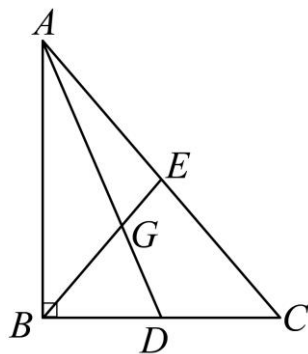
如圖，直角△ABC 中， $\angle ABC=90^\circ$ 度， \overline{AD} 、 \overline{BE} 是中線，
若 $\overline{AC}=10$ ，請問：

(1) E 點是△ABC 的_____心

(2) $\overline{BE} =$ _____

(3) G 點是△ABC 的_____心

(4) $\overline{EG} =$ _____



☆筆記



牛刀小試 23

1. 直角△ABC 中， \overline{AD} 、 \overline{BO} 是中線，

若 $\overline{AC}=12$ 。

(1) O 點是△ABC 的_____心。

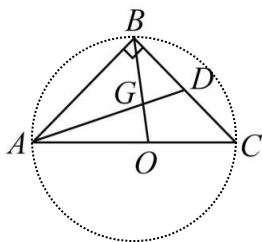
(2) \overline{AC} 是圓 O 的_____。

\overline{BO} 是圓 O 的_____。

(3) $\overline{BO} =$ _____。

(4) G 點是△ABC 的_____心。

(5) $\overline{GO} =$ _____。



2. 直角△ABC 中， \overline{BE} 、 \overline{AD} 是中線，

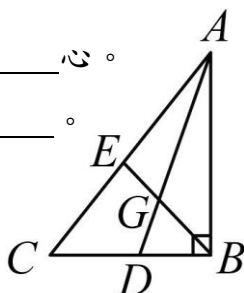
若 $\overline{AC}=30$ 。

(1) E 點是△ABC 的_____心。

(2) $\overline{BE} =$ _____。

(3) G 點是△ABC 的_____心。

(4) $\overline{GE} =$ _____。



3. 直角△ABC 中， \overline{BE} 、 \overline{AD} 是中線，

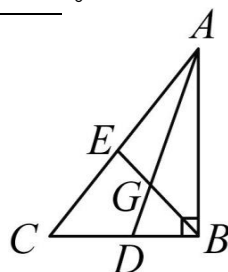
若 $\overline{AB}=6$ ， $\overline{AC}=8$ ，

(1) E 點是△ABC 的_____心。

(2) $\overline{AC} =$ _____， $\overline{BE} =$ _____。

(3) G 點是△ABC 的_____心。

(4) $\overline{GO} =$ _____。

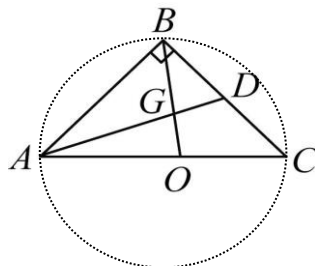


4. 直角△ABC 中， O 是外心， \overline{AD} 、 \overline{BO}

是中線，若 $\overline{GO}=3$ 。

(1) G 是_____心。

(2) $\overline{BO} =$ _____， $\overline{AC} =$ _____。





例題 12 重心性質的應用 2—平行四邊形

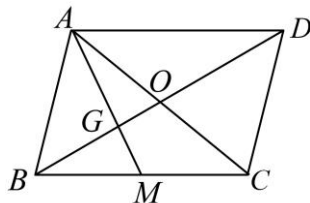


如圖，在平行四邊形 $ABCD$ 中，兩對角線 \overline{AC} 、 \overline{BD} 交於 O 點， \overline{BC} 中點為 M ， \overline{AM} 與 \overline{BD} 交於 G 點

☆筆記

(1) 若 $\overline{OG} = 3$ ，求 $\overline{BD} = ?$

(2) 若 $\triangle AOG$ 的面積是 10，求平行四邊形 $ABCD$ 的面積？



牛刀小試 24

1. 如圖，在平行四邊形 $ABCD$ 中，兩對角線 \overline{AC} 、 \overline{BD} 交於 O 點， \overline{BC} 中點為 M ， \overline{AM} 與 \overline{BD} 交於 G 點。

(1) G 點是 $\triangle ABC$ 的 _____ 心

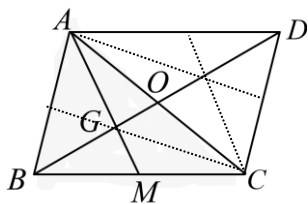
(2) 若 $\overline{GO} = 4$ ，求

$\overline{BO} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\overline{BD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) 若 $\triangle AOG$ 的面積是 3，求

$\triangle ABC$ 面積為 _____。

平行四邊形 $ABCD$ 面積為 _____。



2. 如右圖，在 $\square ABCD$ 中，兩對角線 \overline{AC} 、 \overline{BD} 交於 O 點， M 點是 \overline{BC} 的中點， \overline{AM} 與 \overline{BD} 交於 P 點。

(1) 若 $\overline{PO} = 5$ ，求

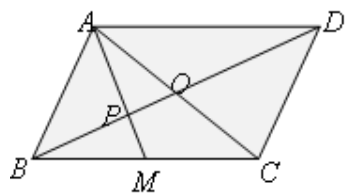
$\overline{BO} = \underline{\hspace{2cm}}$ ，

$\overline{BD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 若 $\triangle BPM$ 的面積是 5，求

$\triangle ABC$ 面積為 _____。

平行四邊形 $ABCD$ 面積為 _____。



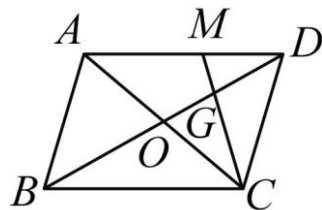
3. 如圖，在平行四邊形 $ABCD$ 中，兩對角線 \overline{AC} 、 \overline{BD} 交於 O 點， \overline{BC} 中點為 M ， \overline{AM} 與 \overline{BD} 交於 G 點。若 $\overline{DG} = 6$ ，求

(1) $\overline{DO} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\overline{BD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 若 $\triangle OCG$ 的面積是 4，求

$\triangle ABC$ 面積為 _____。

平行四邊形 $ABCD$ 面積為 _____。



4. 如圖，在平行四邊形 $ABCD$ 中，兩對角線 \overline{AC} 、 \overline{BD} 交於 O 點， E 、 F 分別是 \overline{AB} 、 \overline{AD} 的中點。

(1) 若 $\overline{DB} = 24$ ，求

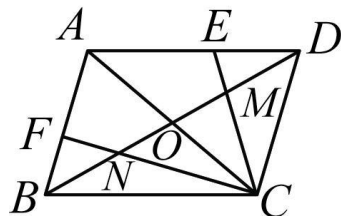
$\overline{DO} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

$\overline{MO} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 若平行四邊形 $ABCD$ 的面積是 24，則

$\triangle ADC$ 面積為 _____。

$\triangle MOC$ 面積 = _____。

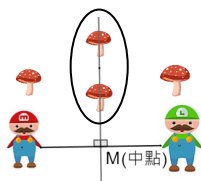




解 答 篇

牛刀小試 1

- 1.
2. 5
3. (1) 5 (2) 5 (3) =, = 到三頂點



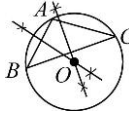
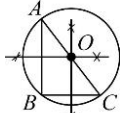
牛刀小試 2

1. (1) A、C (2) A、C (3) 略
2. (1) P (2) 外心 (3) 中垂線

牛刀小試 3

1. (1) C (2) 上 (3) 外心
2. (1) 外接圓 (2) 外 (3) 半徑, 半徑, 半徑, 三頂點, 半徑 (4) 7, 7 (5) 外心

牛刀小試 4

1.  (1) 外部 (2) $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$
2.  (1) 斜邊上 (2) $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$

牛刀小試 5

1. (1) C (2) 中點 (3) 外心 (4) 中垂線
2. B
3. 斜邊上
4. 內部
5. 外部

牛刀小試 6

1. (1) 5 (2) 直徑 (3) $\frac{5}{2}$
2. (1) 13 (2) 直徑 (3) $\frac{13}{2}$

3. (1) 半徑 (2) 半徑 (3) 18
4. (1) 8 (2) 16

牛刀小試 7

1. (1) 150° (2) 150°
2. 134°
3. (1) 100° (2) 50°
4. 65°

牛刀小試 8

1. (1) 216° (2) 144° (3) 144°
2. (1) 300° (2) 60° (3) 60°
3. (1) 160° (2) 200° (3) 100° (4) 150° (5) 160°

牛刀小試 9

1. (1) $(13)^2 = (12)^2 + \overline{AM}^2$
 $\overline{AM} = 5$
- (2) $\overline{BO} = x$, $\overline{OM} = (x-5)$
 $(x)^2 = (12)^2 + (x-5)^2$
 $x = \frac{169}{10}$
2. (1) $(10)^2 = (8)^2 + \overline{AM}^2$
 $\overline{AM} = 6$
- (2) $\overline{BO} = x$, $\overline{OM} = (x-6)$
 $(x)^2 = (8)^2 + (x-6)^2$
 $x = \frac{25}{3}$

牛刀小試 10

1. (1) $(10)^2 = (6)^2 + \overline{AD}^2$
 $\overline{AD} = (8)$
- (2) $\overline{BO} = (x)$, $\overline{OD} = (8-x)$
 $(x)^2 = (6)^2 + (8-x)^2$
 $x = \frac{25}{4}$
2. (1) $(13)^2 = (5)^2 + \overline{AD}^2$

$$\overline{AD} = (12)$$

$$(2) \overline{BO} = x, \overline{OD} = (12-x)$$

$$(x)^2 = (5)^2 + (12-x)^2$$

$$x = 7\frac{1}{24} \text{ (或 } \frac{169}{24} \text{)}$$

牛刀小試 11

1. 6, 4
2. (1) $\angle PBD$ (2) 角平分線 (3) \overline{PC}
3. (1) 角平分線 (2) 角平分線
4. B

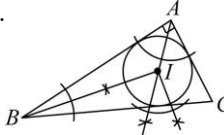

牛刀小試 12

1. (1) \overline{IE} (2) \overline{IF} (3) \overline{ID} (4) $\overline{ID} = \overline{IE} = \overline{IF}$ 相等
2. (1) 35° , 5 (2) 5 (3) 內心
3. B

牛刀小試 13

1. (A)(B)
2. (1) 內切 (2) 角平分 (3) 角平分 (4) \overline{ID} 、 \overline{IE} 、 \overline{IF} (5) 半徑 (6) 邊 (7) 內

牛刀小試 14

1. 
2. \triangle 內部 

牛刀小試 15

1.
 - (1) 角平分，
 - (2) 180° ， 94° ， 47° ， 133°
2.
 - (1) 略
 - (2) 130°
 - (3) 140°
 - (4) (1) 180° (2) 40° (3) 80° (4) 100°

牛刀小試 16

1. $\frac{1}{2} \times (\underline{5}) \times (\underline{2})$
2. 60
3. (1) 4

$$\overline{AB}^2 = \overline{BH}^2 + \overline{AH}^2$$

$$(\underline{5})^2 = (\underline{3})^2 + \overline{AH}^2$$

$$\overline{AH}^2 = \underline{16}$$

$$\overline{AH} = \underline{4}$$
 - (2) 48
 - (3) 96

牛刀小試 17

1. $4:3:5$
2. (1) $5:4:6$
(2) 12
設 $\triangle AIB$ 面積 = $\underline{5x}$ ，
 $\triangle BIC$ 面積 = $\underline{4x}$ ，
 $\triangle AIC$ 面積 = $\underline{6x}$
 $5x+4x+6x=45$
3. $13:12:5$
4.
 - (1) $5:6:7$
 - (2) $\overline{AB} = \underline{10}(\text{cm})$ 、 $\overline{BC} = \underline{12}(\text{cm})$
 $\overline{AC} = \underline{14}(\text{cm})$
設 $\overline{AB} = 5x$ ， $\overline{BC} = 6x$ ， $\overline{AC} = 7x$
 $5x+6x+7x=36$

牛刀小試 18


1. 1
2.
 - (1) 4
 - (2) 2
 - (3) 6
 - (4) 2
3. 3

4. (1) 15
(2) 3

牛刀小試 19

1.
 - (1) 中線
 - (2) 10
2. (1) 中 點
(2) 20
3. 50
4. 10

牛刀小試 20

1. 
2. (1) 中 (2) 中
3. 中 線，重心
4. (1) H，E

(3) Z

牛刀小試 21

1.
 - (1) $\frac{2}{3}$
 - (2) $\frac{1}{3}$
 - (3) 7，14
 - (4) $\frac{2}{3}$
 - (5) $\frac{1}{3}$
 - (6) 5，10
2.
 - (1) 2
 - (2) 10，15
 - (3) 2
 - (4) 14，21
 - (5) 4，8，6
 - (6) 9，12，15

牛刀小試 22

1.
 - (1) 2
 - (2) 4
 - (3) 12
2.
 - (1) 3
 - (2) 18
3.
 - (1) 7
 - (2) 21
 - (3) 42
4.
 - (1) 24
 - (2) 8
5.
 - (1) 30
 - (2) 10
6.
 - (1) 6
 - (2) 18

牛刀小試 23

1.
 - (1) 外
 - (2) 直徑，半徑
 - (3) 6
 - (4) 重
 - (5) 2
2.
 - (1) 外
 - (2) 15
 - (3) 重
 - (4) 5
- 3.

- (1) 外
- (2) 10，5
- (3) 重
- (4) $\frac{5}{3}$

4.
 - (1) 重心
 - (2) 9，18

牛刀小試 24

1.
 - (1) 重
 - (2) 12，24
 - (3) 18，36
2.
 - (1) 15，30
 - (2) 30，60
3.
 - (1) 9，18
 - (2) 24，48
4.
 - (1) 12，4
 - (2) 12，2