

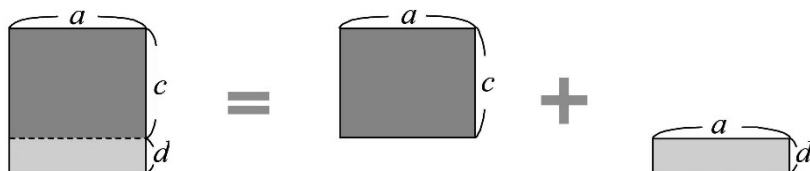


B3 1-1 乘法公式



概念 ① 分配律 $a(c+d)=ac+ad$

下圖的長方形中，長是 a 、寬是 $(c+d)$ ，面積表示成_____。



◎ $a(c+d) = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}$

〈例〉

$18 \times (100+2) = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

☆筆記

① $\star \times (100+2) =$

② $\boxed{\hspace{1cm}} \times (100+2) =$

③ $\boxed{18} \times (100+2) =$

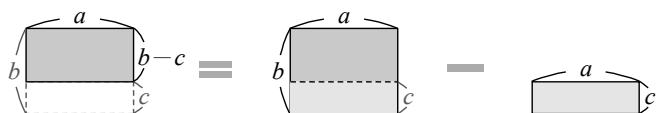
④ $\boxed{\hspace{1cm}} \times (100+2) =$



牛刀小試 1

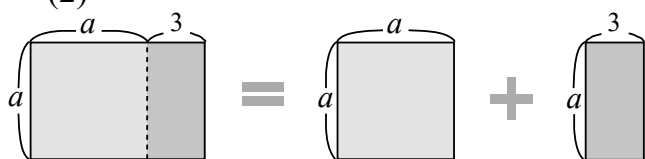
1. 利用分配律完成下列各式

(1)



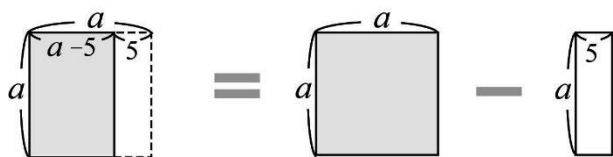
$a(b-c) = \underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}}$

(2)



$a(a+3) = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}$

(3)



$a(a-5) = \underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}}$

2. 利用分配律計算下列各題

(1) $a(b+5) = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) $a(b-7) = \underline{\hspace{2cm}}$

(3) $a(a+2) = \underline{\hspace{2cm}}$

(4) $a(a-9) = \underline{\hspace{2cm}}$

(5) $12 \times (100+3)$

$= \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}$

$= \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}$

$= \underline{\hspace{2cm}}$

(6) $12 \times (100-3)$

$= \underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}}$

$= \underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}}$

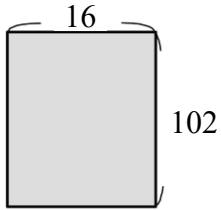
$= \underline{\hspace{2cm}}$



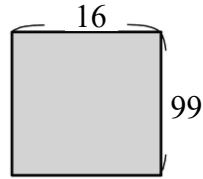
例題 ① 利用分配律求長方形面積



①



②



☆筆記

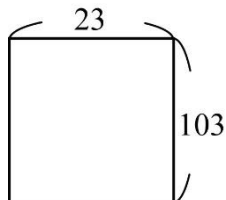


牛刀小試 2

1. 利用分配律求長方形面積（請寫出算式）

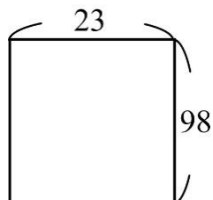
(1) 列式：

拆開：



(2) 列式：

拆開：



2. 求下列各值（請寫出算式）

(1) 12×106

$$\begin{aligned}
 &= 12 \times (100 + \underline{\quad}) \\
 &= \underline{\quad} + \underline{\quad} \\
 &= \underline{\quad} + \underline{\quad} \\
 &= \underline{\quad}
 \end{aligned}$$

(2) 6×999

$$\begin{aligned}
 &= 6 \times (1000 - \underline{\quad}) \\
 &= \underline{\quad} - \underline{\quad} \\
 &= \underline{\quad} - \underline{\quad} \\
 &= \underline{\quad}
 \end{aligned}$$

(3) 12×98

$$=$$



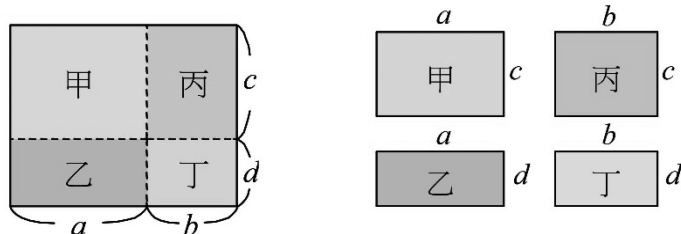
概念

② 分配律 $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$



下圖的長方形中，長是 $(a+b)$ 、寬是 $(c+d)$ ，

面積可表示成_____。



合起來的面積 拆開來的面積

◎ $(a+b)(c+d)$ + _____ + _____ + _____

〈例〉

$$\begin{aligned} (200+1)(100+2) &= \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} \\ &= \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} \\ &= \underline{\hspace{2cm}} \end{aligned}$$

☆筆記

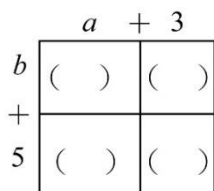


牛刀小試 3

1. 在空格中填入各長方形面積並計算總面積

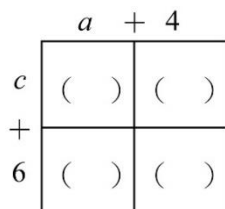
(1) $(a+3)(b+5)$

=

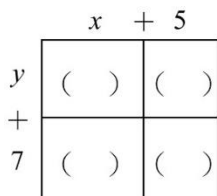


(2) $(a+4)(c+6)$

=



(3) $(x+5)(y+7)$



2. 利用分配律計算下列各題

(1) $(x+8)(y+9)$

=

(2) $(x-1)(y+2)$

=

(3) $(a+2)(b-3)$

(4) $(a-3)(b-4)$

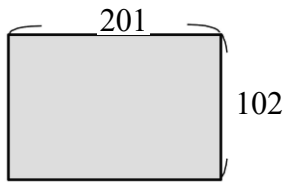


例題

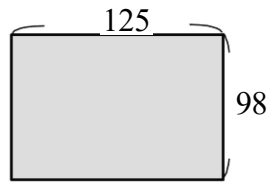
② 利用分配律求長方形面積



①



②



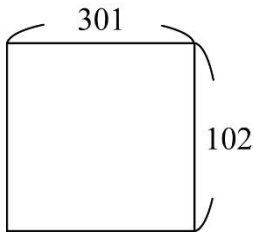
☆筆記



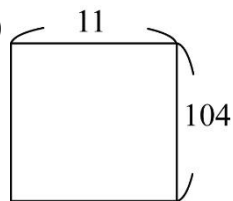
牛刀小試 4

1. 利用分配律求長方形面積（請寫出算式）

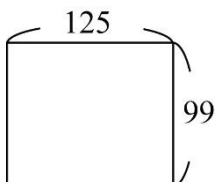
(1)



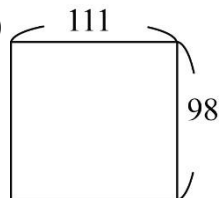
(3)



(2)



(4)



**例題****③****利用分配律計算**

(1) 103×107

(2) 99×97

☆筆記

利用分配律計算主要的目的

是_____

**牛刀小試 5****1. 利用分配律計算下列各題（請寫出算式）**

(1) 104×106

$$= (\text{ } \square \text{ } \square) \times (\text{ } \square \text{ } \square)$$

$$= (\text{ } \square) \square (\text{ } \square) \square (\text{ } \square) \square (\text{ } \square)$$

$$= (\text{ } \square) \square (\text{ } \square) \square (\text{ } \square) \square (\text{ } \square)$$

$$= (\text{ } \square)$$

(2) 102×101

$$= (\text{ } \square \text{ } \square) \times (\text{ } \square \text{ } \square)$$

$$= (\text{ } \square) \square (\text{ } \square) \square (\text{ } \square) \square (\text{ } \square)$$

$$= (\text{ } \square) \square (\text{ } \square) \square (\text{ } \square) \square (\text{ } \square)$$

$$= (\text{ } \square)$$

(3) 102×99

2. 利用分配律計算下列各題（請寫出算式）

(1) 99×98

$$= (\text{ } \square \text{ } \square) \times (\text{ } \square \text{ } \square)$$

$$= (\text{ } \square) \square (\text{ } \square) \square (\text{ } \square) \square (\text{ } \square)$$

$$= (\text{ } \square) \square (\text{ } \square) \square (\text{ } \square) \square (\text{ } \square)$$

$$= (\text{ } \square)$$

(2) 99×97

$$= (\text{ } \square \text{ } \square) \times (\text{ } \square \text{ } \square)$$

$$= (\text{ } \square) \square (\text{ } \square) \square (\text{ } \square) \square (\text{ } \square)$$

$$= (\text{ } \square) \square (\text{ } \square) \square (\text{ } \square) \square (\text{ } \square)$$

$$= (\text{ } \square)$$

(3) 98×97

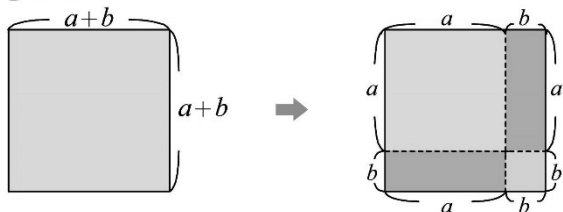


概念

③

和的平方公式 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 

$(a+b)^2 =$



〈例〉

$908^2 = (900 + \underline{\quad\quad})^2$

☆筆記

$908^2 = 900^2 + 8^2$ 對嗎？

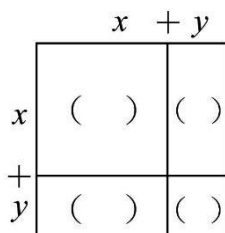


牛刀小試 6

1. 計算下列正方形面積

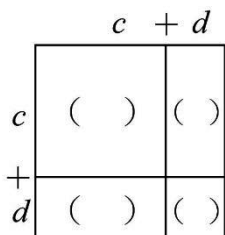
(1) $(x+y)^2$

=



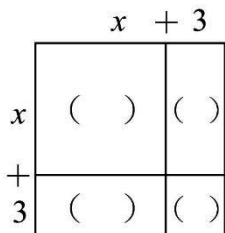
(2) $(c+d)^2$

=



(3) $(x+3)^2$

=



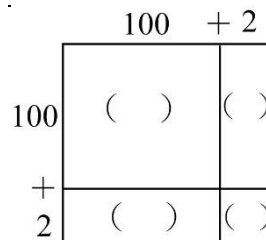
2. 計算下列正方形面積

(1) $(100+2)^2$

= $\underline{\quad\quad} + 2 \times \underline{\quad\quad} \times \underline{\quad\quad} + \underline{\quad\quad}$

= $\underline{\quad\quad} + \underline{\quad\quad} + \underline{\quad\quad}$

= $\underline{\quad\quad}$

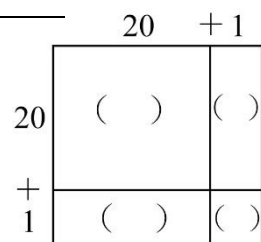


(2) $(20+1)^2$

= $\underline{\quad\quad} + 2 \times \underline{\quad\quad} \times \underline{\quad\quad} + \underline{\quad\quad}$

= $\underline{\quad\quad} + \underline{\quad\quad} + \underline{\quad\quad}$

= $\underline{\quad\quad}$



3. 判斷下列等式是否正確，若有錯誤請打X並改正

(A) $\square (10+2)^2 = 10^2 + 2^2$

更正： $\underline{\quad\quad\quad}$

(B) $\square (10+3)^2 = 10^2 + 3 \times 10 + 3^2$

更正： $\underline{\quad\quad\quad}$

(C) $\square (10+4)^2 = 10^2 + 2 \times 10 \times 4 + 4$

更正： $\underline{\quad\quad\quad}$

**例題****4****運用和的平方公式計算 1**

(1) 708^2

(2) 10.5^2

☆筆記

**牛刀小試 7****1. 運用和的平方公式計算各題（請寫出算式）**

(1) 302^2

$$= (\underline{\hspace{1cm}} \square \underline{\hspace{1cm}})^2$$

$$= \underline{\hspace{1cm}} + 2 \times \underline{\hspace{1cm}} \times \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}}$$

$$= \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}}$$

$$= \underline{\hspace{1cm}}$$

(2) 405^2

(3) 104^2

2. 運用和的平方公式計算各題（請寫出算式）

(1) 10.7^2

$$= (\underline{\hspace{1cm}} \square \underline{\hspace{1cm}})^2$$

$$= \underline{\hspace{1cm}} + 2 \times \underline{\hspace{1cm}} \times \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}}$$

$$= \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}}$$

$$= \underline{\hspace{1cm}}$$

(2) 10.6^2

(3) 100.5^2



例題 5 運用和的平方公式計算 2



$$(1) 87^2 + 2 \times 87 \times 13 + 13^2 =$$

$$(2) \left(8\frac{1}{4}\right)^2 =$$

$$(\underline{\quad} + \underline{\quad})^2 = \underline{\quad} + 2 \times \underline{\quad} \times \underline{\quad} + \underline{\quad}$$

☆筆記

$$87^2 + 26 \times 87 + 13^2 =$$



牛刀小試 8

1. 運用和的平方公式計算各題

$$(1) 25^2 + 2 \times 25 \times 5 + 5^2$$

$$(2) 98^2 + 2 \times 98 \times 2 + 2^2$$

$$(3) 39^2 + 2 \times 39 \times 61 + 61^2$$

$$\begin{aligned} (4) \quad & 78^2 + \underline{24} \times 78 + 12^2 \\ &= 78^2 + 2 \times \underline{\quad} \times 78 + 12^2 \\ &= (\underline{\quad} + \underline{\quad})^2 \\ &= \underline{\quad} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (5) \quad & 93^2 + \underline{14} \times 93 + 7^2 \\ &= 93^2 + 2 \times \underline{\quad} \times 93 + 7^2 \\ &= (\underline{\quad} + \underline{\quad})^2 \\ &= \underline{\quad} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (6) \quad & 47^2 + \underline{6} \times 47 + 3^2 \\ &= 47^2 + 2 \times \underline{\quad} \times 47 + 3^2 \\ &= (\underline{\quad} + \underline{\quad})^2 \\ &= \underline{\quad} \end{aligned}$$



概念

④

差的平方公式 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$  $(a-b)^2$

☆筆記

 $(11-1)^2 = 11^2 - 1^2$ 對嗎？

〈例〉

$$499^2 = (500 - \underline{\quad})^2$$



牛刀小試 9

1. 運用差的平方公式計算各題

(1) $(x-y)^2$

$$= \underline{\quad}^2 \times \underline{\quad} \times \underline{\quad}^2$$

$$= \underline{\quad}^2 \underline{\quad} \underline{\quad}^2$$

(2) $(c-d)^2$

$$= \underline{\quad}^2 \times \underline{\quad} \times \underline{\quad}^2$$

$$= \underline{\quad}^2 \underline{\quad} \underline{\quad}^2$$

(3) $(x-3)^2$

(4) $(y-4)^2$

(1) $(20-3)^2$

$$= \underline{\quad}^2 \times \underline{\quad} \times \underline{\quad}^2$$

(2) $(100-1)^2$

3. 判斷下列各式是否正確，若有錯誤請打X
並改正

(A) $\square (10-3)^2 = 10^2 - 3^2$

更正：_____

(B) $\square (20-5)^2 = 20^2 - 2 \times 20 \times 5 - 5^2$

更正：_____

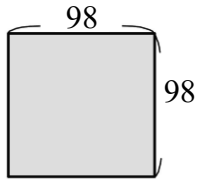
(C) $\square (x-y)^2 = x^2 + 2xy - y^2$

更正：_____

2. 運用差的平方公式計算下列各題（請寫出算式）

**例題****⑥****運用差的平方公式計算 1**

(1) 求下列正方形面積

(2) $98^2 =$

☆筆記

**牛刀小試 10****1. 運用差的平方公式計算各題（請寫出算式）**

(1) $99^2 = (100 - \underline{\quad})^2$

$$= \underline{\quad}^2 \times \underline{\quad} \times \underline{\quad}^2$$

$$= \underline{\hspace{2cm}}$$

$$= \underline{\hspace{2cm}}$$

(2) $96^2 = (100 - \underline{\quad})^2$

$$= \underline{\hspace{2cm}}$$

$$= \underline{\hspace{2cm}}$$

(3) $94^2 = (100 - \underline{\quad})^2$

$$= \underline{\hspace{2cm}}$$

$$= \underline{\hspace{2cm}}$$

2. 運用差的平方公式計算下列各題（請寫出算式）

(1) $199^2 = (200 - \underline{\quad})^2$

$$= \underline{\quad}^2 \times \underline{\quad} \times \underline{\quad}^2$$

$$= \underline{\hspace{2cm}}$$

$$= \underline{\hspace{2cm}}$$

(2) $198^2 = (200 - \underline{\quad})^2$

$$= \underline{\hspace{2cm}}$$

$$= \underline{\hspace{2cm}}$$

(3) $195^2 = (200 - \underline{\quad})^2$

$$= \underline{\hspace{2cm}}$$

$$= \underline{\hspace{2cm}}$$



例題 7 運用差的平方公式計算 2



(1) 997^2

(2) 8.9^2

☆筆記



牛刀小試 11

1. 運用差的平方公式計算下列各題

(1) 999^2

$= (1000 \square \text{ } \text{ })^2$

(3) 996^2

(2) 998^2

$= (1000 \square \text{ } \text{ })^2$

(4) 995^2

**例題****⑧****運用差的平方公式計算 3**

(1) $567^2 - 2 \times 567 \times 67 + 67^2 =$

(2) $(9\frac{1}{2})^2 =$

☆筆記

 $(9\frac{1}{2})^2$ 中的 $9\frac{1}{2}$ 可以改成 $(9 + \frac{1}{2})$

嗎？

**牛刀小試 12**

1. 運用差的平方公式計算下列各題

(1) $108^2 - 2 \times 108 \times 8 + 8^2$

$= (\underline{\hspace{1cm}} \square \underline{\hspace{1cm}})^2$

$= \underline{\hspace{2cm}}$

(2) $123^2 - 2 \times 123 \times 23 + 23^2$

$= (\underline{\hspace{1cm}} \square \underline{\hspace{1cm}})^2$

$= \underline{\hspace{2cm}}$

(3) $97^2 - 2 \times 97 \times 47 + 47^2$

(4) $53^2 - \underline{6} \times 53 + 3^2$

$= 53^2 - 2 \times \underline{\hspace{1cm}} \times 53 + 3^2$

$= (\underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}})^2$

$= \underline{\hspace{2cm}}$

(5) $42^2 - \underline{4} \times 42 + 2^2$

$= 42^2 - 2 \times \underline{\hspace{1cm}} \times 42 + 2^2$

$= (\underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}})^2$

$= \underline{\hspace{2cm}}$

(6) $75^2 - \underline{10} \times 75 + 5^2$

$= 75^2 - 2 \times \underline{\hspace{1cm}} \times 75 + 5^2$

$= (\underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}})^2$

$= \underline{\hspace{2cm}}$



概念

⑤ 平方差公式 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$  $(a+b)(a-b)$

☆筆記

〈例〉

$$88 \times 72 = (\underline{\quad} + \underline{\quad})(\underline{\quad} - \underline{\quad}) = \underline{\quad}$$



牛刀小試 13

1. 運用平方差公式計算下列各式

$$(1) (x+y) \times (x-y)$$

=

$$(2) (c+d) \times (c-d)$$

=

$$(3) (x+3) \times (x-3)$$

=

$$(4) (y+4) \times (y-4)$$

=

2. 運用平方差公式計算下列各式

$$(1) 52 \times 48$$

$$= (50 + \underline{\quad}) \times (50 - \underline{\quad})$$

$$= \underline{\quad} - \underline{\quad}$$

$$= \underline{\quad}$$

$$(2) 108 \times 92$$

$$= (100 + \underline{\quad}) \times (100 - \underline{\quad})$$

$$= \underline{\quad} - \underline{\quad}$$

$$= \underline{\quad}$$

$$(3) 65 \times 55$$

$$= (\underline{\quad} + \underline{\quad}) \times (\underline{\quad} - \underline{\quad})$$

$$= \underline{\quad} - \underline{\quad}$$

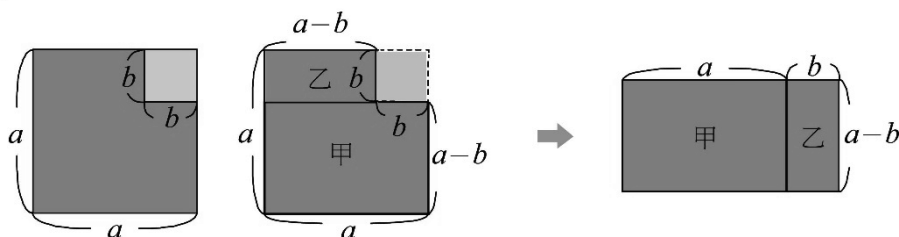
$$= \underline{\quad}$$



概念

⑥ 平方差公式 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ 

$a^2 - b^2 =$



〈例〉

$83^2 - 17^2 =$

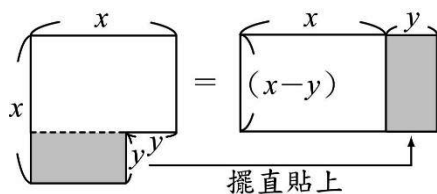
☆筆記



牛刀小試 14

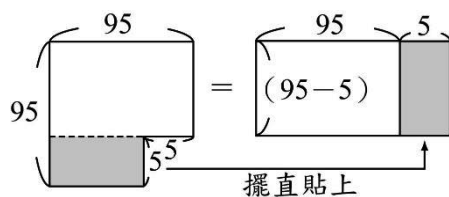
1. 運用平方差公式計算長方形面積

(1)



$x^2 - y^2 = (\quad + \quad) \times (\quad - \quad)$

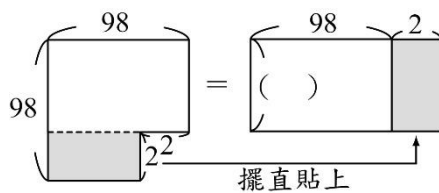
(2)



$95^2 - 5^2 = (95 + \quad) \times (95 - \quad)$

$= \quad \times \quad = \quad$

(3)



$98^2 - 2^2 = (98 + \quad) \times (98 - \quad)$

$= \quad \times \quad = \quad$

2. 運用平方差公式計算各題

(1) $85^2 - 15^2$

$= (85 + \quad) \times (85 - \quad)$

$= \quad \times \quad$

$= \quad$

(2) $93^2 - 7^2$

$= (93 + \quad) \times (93 - \quad)$

$= \quad \times \quad$

$= \quad$

(3) $66^2 - 34^2$

$= (\quad + \quad) \times (\quad - \quad)$

$= \quad \times \quad$

$= \quad$

**例題****9****運用平方差公式計算**

(1) $103 \times 97 =$	(2) $299^2 - 99^2 =$	(3) $2\frac{1}{3} \times 1\frac{2}{3} =$	☆筆記

**牛刀小試 15****1. 運用平方差公式計算下列各題（請寫出算式）**

(1) 102×98

$= (100 + \underline{\quad}) \times (100 - \underline{\quad})$

$= \underline{\quad} - \underline{\quad}$

$= \underline{\quad}$

(2) 105×95

(3) $10\frac{1}{2} \times 9\frac{1}{2}$

2. 運用平方差公式計算下列各式（請寫出算式）

(1) $19^2 - 1^2$

$= (\underline{\quad} + \underline{\quad}) \times (\underline{\quad} - \underline{\quad})$

$= \underline{\quad} \times \underline{\quad}$

$= \underline{\quad}$

(2) $123^2 - 23^2$

(3) $(3\frac{1}{2})^2 - (2\frac{1}{2})^2$



解 答 篇

牛刀小試 1

- $(1) a(b-c) = ab - ac$
 $(2) a(a+3) = a^2 + 3a$
 $(3) a(a+5) = a^2 - 5a$
- $(1) a(b+5) = ab + 5a$
 $(2) a(b-7) = ab - 7a$
 $(3) a(a+2) = a^2 + 2a$
 $(4) a(a-9) = a^2 - 9a$
 $(5) 12 \times (100+3)$
 $= 12 \times 100 + 12 \times 3$
 $= 1200 + 36$
 $= 1236$
 $(6) 12 \times (100-3)$
 $= 12 \times 100 - 12 \times 3$
 $= 1200 - 36$
 $= 1164$

牛刀小試 2

- (1) 列式 23×103
 拆開 $= 23 \times (100+3)$
 $= 23 \times 100 + 23 \times 3$
 $= 2369$
 (2) 列式 23×98
 拆開 $= 23 \times (100-2)$
 $= 23 \times 100 - 23 \times 2$
 $= 2254$
- $(1) 12 \times 106$
 $= 12 \times (100+6)$
 $= 12 \times 100 + 12 \times 6$
 $= 1200 + 72$
 $= 1272$
 $(2) 6 \times 999$
 $= 6 \times (1000-1)$
 $= 6 \times 1000 - 6 \times 1$
 $= 6000 - 6$
 $= 5994$
 $(3) 12 \times 98$
 $= 12 \times (100-2)$
 $= 12 \times 100 - 12 \times 2$
 $= 1200 - 24$
 $= 1176$

牛刀小試 3

- $(1) (a+3)(b+5) = ab + 5a + 3b + 15$

$$\begin{array}{r} a+3 \\ b \begin{array}{|c|c|} \hline (ab) & (3b) \\ \hline \end{array} \\ + \\ 5 \begin{array}{|c|c|} \hline (5a) & (15) \\ \hline \end{array} \end{array}$$

$$(2) (a+4)(c+6) = ac + 6a + 4c + 24$$

$$\begin{array}{r} a+4 \\ c \begin{array}{|c|c|} \hline (ac) & (4c) \\ \hline \end{array} \\ + \\ 6 \begin{array}{|c|c|} \hline (6a) & (24) \\ \hline \end{array} \end{array}$$

$$(3) (x+5)(y+7) = xy + 7x + 5y + 35$$

$$\begin{array}{r} x+5 \\ y \begin{array}{|c|c|} \hline (xy) & (5y) \\ \hline \end{array} \\ + \\ 7 \begin{array}{|c|c|} \hline (7x) & (35) \\ \hline \end{array} \end{array}$$

- $(1) (x+8)(y+9) = xy + 9x + 8y + 72$
 $(2) (x-1)(y+2) = xy + 2x - y - 2$
 $(3) (a+2)(b-3) = ab - 3a + 2b - 6$
 $(4) (a-3)(b-4) = ab - 4a - 3b + 12$

牛刀小試 4

- $(1) 301 \times 102$
 $= (300+1) \times (100+2)$
 $= 30000 + 600 + 100 + 2$
 $= 30702$
 $(2) 125 \times 99$
 $= (100+25) \times (100-1)$
 $= 10000 - 100 + 2500 - 25$
 $= 12375$
 $(3) 11 \times 104$
 $= (10+1) \times (100+4)$
 $= 1000 + 40 + 100 + 4$
 $= 1144$
 $(4) 111 \times 98$
 $= (100+11) \times (100-2)$
 $= 10000 - 200 + 1100 - 22$
 $= 10878$

牛刀小試 5

- $(1) (100+4) \times (100+6)$
 $= 100 \times 100 + 100 \times 6 + 4 \times 100 + 4 \times 6$
 $= 10000 + 600 + 400 + 24$
 $= 11024$
 $(2) (100+2) \times (100+1)$
 $= 100 \times 100 + 100 \times 1 + 2 \times 100 + 2 \times 1$
 $= 10000 + 100 + 200 + 2$
 $= 10302$

$$(3) (100+2) \times (100-1) = 10098$$

- $(1) (100-1) \times (100-2)$
 $= 100 \times 100 - 100 \times 2 - 1 \times 100 + 1 \times 2$
 $= 10000 - 200 - 100 + 2$
 $= 9702$
 $(2) (100-1) \times (100-3)$
 $= 100 \times 100 - 100 \times 3 - 1 \times 100 + 1 \times 3$
 $= 10000 - 300 - 100 + 3$
 $= 9603$
 $(3) (100-2) \times (100-3) = 9506$

牛刀小試 6

- $(1) (x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

$$\begin{array}{r} x+y \\ x \begin{array}{|c|c|} \hline x^2 & xy \\ \hline \end{array} \\ + \\ y \begin{array}{|c|c|} \hline xy & y^2 \\ \hline \end{array} \end{array}$$

$$(2) (c+d)^2 = c^2 + 2cd + d^2$$

$$\begin{array}{r} c+d \\ c \begin{array}{|c|c|} \hline c^2 & cd \\ \hline \end{array} \\ + \\ d \begin{array}{|c|c|} \hline cd & d^2 \\ \hline \end{array} \end{array}$$

$$(3) (x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$$

$$\begin{array}{r} x+3 \\ x \begin{array}{|c|c|} \hline x^2 & 3x \\ \hline \end{array} \\ + \\ 3 \begin{array}{|c|c|} \hline 3x & 3^2 \\ \hline \end{array} \end{array}$$

- $(1) (100+2)^2$
 $= 100^2 + 2 \times 100 \times 2 + 2^2$
 $= 10000 + 400 + 4$
 $= 10404$

$$\begin{array}{r} 100+2 \\ 100 \begin{array}{|c|c|} \hline 100^2 & 100 \times 2 \\ \hline \end{array} \\ + \\ 2 \begin{array}{|c|c|} \hline 2 \times 100 & 2^2 \\ \hline \end{array} \end{array}$$

- $(2) (20+1)^2$
 $= 20^2 + 2 \times 20 \times 1 + 1^2$
 $= 400 + 40 + 1$
 $= 441$

$$\begin{array}{r} 20+1 \\ 20 \begin{array}{|c|c|} \hline 20^2 & 20 \times 1 \\ \hline \end{array} \\ + \\ 1 \begin{array}{|c|c|} \hline 20 \times 1 & 1^2 \\ \hline \end{array} \end{array}$$

- $(A) \text{X}$, 更正為
 $(10+2)^2 = 10^2 + 2 \times 10 \times 2 + 2^2$
 $(B) \text{X}$, 更正為
 $(10+3)^2 = 10^2 + 2 \times 10 \times 3 + 3^2$
 $(C) \text{X}$, 更正為
 $(10+4)^2 = 10^2 + 2 \times 10 \times 4 + 4^2$

牛刀小試 7

1.
 (1) 302^2
 $= (300 + 2)^2$
 $= 300^2 + 2 \times 300 \times 2 + 2^2$
 $= 90000 + 1200 + 4$
 $= 91204$
 (2) 405^2
 $= (400 + 5)^2$
 $= 160000 + 4000 + 25$
 $= 164025$
 (3) 104^2
 $= (100 + 4)^2$
 $= 10000 + 800 + 16$
 $= 10816$
 2.
 (1) 10.7^2
 $= (10 + 0.7)^2$
 $= 10^2 + 2 \times 10 \times 0.7 + 0.7^2$
 $= 100 + 14 + 0.49$
 $= 114.49$
 (2) 10.6^2
 $= (10 + 0.6)^2$
 $= 100 + 12 + 0.36$
 $= 112.36$
 (3) 100.5^2
 $= (100 + 0.5)^2$
 $= 10000 + 100 + 0.25$
 $= 10100.25$

牛刀小試 8

1.
 (1) $(25 + 5)^2 = 900$
 (2) $(98 + 2)^2 = 10000$
 (3) $(39 + 61)^2 = 10000$
 (4) $78^2 + 2 \times 12 \times 78 + 12^2 = (78 + 12)^2$
 $= 8100$
 (5) $93^2 + 2 \times 7 \times 93 + 7^2 = (93 + 7)^2$
 $= 10000$
 (6) $47^2 + 2 \times 3 \times 47 + 3^2 = (47 + 3)^2$
 $= 2500$

牛刀小試 9

1.
 (1) $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$
 $= x^2 - 2xy + y^2$
 (2) $(c - d)^2 = c^2 - 2cd + d^2$
 $= c^2 - 2cd + d^2$
 (3) $(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$
 (4) $(y - 4)^2 = y^2 - 8y + 16$
 2.
 (1) $(20 - 3)^2$
 $= 20^2 - 2 \times 20 \times 3 + 3^2$
 $= 289$
 (2) $(100 - 1)^2$
 $= 100^2 - 2 \times 100 \times 1 + 1^2$
 $= 9801$

3. (A) $\boxed{\times}$

$$\text{更正: } (10 - 3)^2$$

$$= 10^2 - 2 \times 10 \times 3 + 3^2$$

(B) $\boxed{\times}$

$$\text{更正: } (20 - 5)^2$$

$$= 20^2 - 2 \times 20 \times 5 + 5^2$$

(C) $\boxed{\times}$

$$\text{更正: } (x - y)^2$$

$$= x^2 - 2xy + y^2$$

牛刀小試 10

1.
 (1) 99^2
 $= (100 - 1)^2$
 $= 100^2 - 2 \times 100 \times 1 + 1^2$
 $= 10000 - 200 + 1$
 $= 9801$
 (2) 96^2
 $= (100 - 4)^2$
 $= 10000 - 800 + 16$
 $= 9216$
 (3) 94^2
 $= (100 - 6)^2$
 $= 10000 - 1200 + 36$
 $= 8836$
 2.
 (1) 199^2
 $= (200 - 1)^2$
 $= 200^2 - 2 \times 200 \times 1 + 1^2$
 $= 40000 - 400 + 1$
 $= 39601$
 (2) 198^2
 $= (200 - 2)^2$
 $= 40000 - 800 + 4$
 $= 39204$
 (3) 195^2
 $= (200 - 5)^2$
 $= 40000 - 2000 + 25$
 $= 38025$

牛刀小試 11

1.
 (1) $999^2 = (1000 - 1)^2 = 998001$
 (2) $998^2 = (1000 - 2)^2 = 996004$
 (3) $996^2 = (1000 - 4)^2 = 992016$
 (4) $995^2 = (1000 - 5)^2 = 990025$

牛刀小試 12

1.
 (1) $(108 - 8)^2 = 10000$
 (2) $(123 - 23)^2 = 10000$
 (3) $(97 - 47)^2 = 2500$
 (4) $53 - 2 \times 3 \times 53 + 3^2 = (53 - 3)^2 = 2500$
 (5) $42 - 2 \times 2 \times 42 + 2^2 = (42 - 2)^2 = 1600$
 (6) $75 - 2 \times 5 \times 75 + 5^2 = (75 - 5)^2 = 4900$

牛刀小試 13

1.
 (1) $x^2 - y^2$
 (2) $c^2 - d^2$
 (3) $x^2 - 9$
 (4) $y^2 - 16$
 2.
 (1) 52×48
 $= (50 + 2)(50 - 2)$
 $= 50^2 - 2^2$
 $= 2496$
 (2) 108×92
 $= (100 + 8)(100 - 8)$
 $= 100^2 - 8^2$
 $= 9936$
 (3) 65×55
 $= (60 + 5)(60 - 5)$
 $= 60^2 - 5^2$
 $= 3575$

牛刀小試 14

1.
 (1) $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$
 (2) $95^2 - 5^2$
 $= (95 + 5)(95 - 5)$
 $= 100 \times 90$
 $= 9000$
 (3) $98 - 2$,
 $98^2 - 2^2$
 $= (98 + 2)(98 - 2)$
 $= 100 \times 96$
 $= 9600$
 2.
 (1) $85^2 - 15^2$
 $= (85 + 15)(85 - 15)$
 $= 100 \times 70$
 $= 7000$
 (2) $93^2 - 7^2$
 $= (93 + 7)(93 - 7)$
 $= 100 \times 86$
 $= 8600$
 (3) $66^2 - 34^2$
 $= (66 + 34)(66 - 34)$
 $= 100 \times 32$
 $= 3200$

牛刀小試 15

1.
 (1) 102×98
 $= (100 + 2)(100 - 2)$

$$=10000-4$$

$$=9996$$

$$(2) 105 \times 95$$

$$=(100+5) \times (100-5)$$

$$=10000-25$$

$$=9975$$

$$(3) 10\frac{1}{2} \times 9\frac{1}{2}$$

$$= \left(10 + \frac{1}{2}\right) \times \left(10 - \frac{1}{2}\right)$$

$$= 10^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$= 99\frac{3}{4}$$

2.

$$(1) 19^2 - 1^2$$

$$=(19+1) \times (19-1)$$

$$=20 \times 18$$

$$=360$$

$$(2) 123^2 - 23^2$$

$$=(123+23) \times (123-23)$$

$$=146 \times 100$$

$$=14600$$

$$(3) \left(3\frac{1}{2}\right)^2 - \left(2\frac{1}{2}\right)^2$$

$$=\left(3\frac{1}{2} + 2\frac{1}{2}\right) \times \left(3\frac{1}{2} - 2\frac{1}{2}\right)$$

$$=6 \times 1$$

$$=6$$



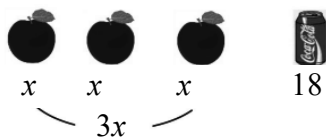
B3 1-2 多項式的加法與減法



概念 ① 多項式的意義

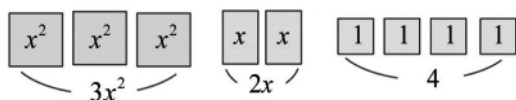


①



⇒總金額_____元

②



⇒總面積_____

☆ 像 $3x + 18$, $x^2 + 2x + 4$ ……這些由數和文字符號 x 進行加法和乘法運算所構的式子稱為_____。

☆ ① $2x - 5$ 是不是多項式？ ② $\frac{1}{x+2}$, $|x| - 3$ 是不是多項式？

☆筆記



牛刀小試 ①

1. 下列各項中哪些是 x 的多項式？

答：_____

(A) $\frac{3}{x}$ (B) $|5x + 4|$ (C) $4x + 3$

(D) -2 (E) $-5x - 7$ (F) $\frac{1}{2}$

(G) $x^2 + 3x$ (H) $x + 3 = 0$ (I) x^2

2. 下列各項中哪些是 x 的多項式？

答：_____

(A) $x + \frac{2}{x}$ (B) 0.3 (C) $x = 4$

(D) $\frac{1}{3}x^2 + 5$ (E) 0 (F) $\frac{1}{2}x - 5$

3. 寫出下列各題的總面積

(1)

x^2	x	x
x	1	1

⇒總面積 = _____

(2)

x^2	x^2	x
x	x	1

⇒總面積 = _____

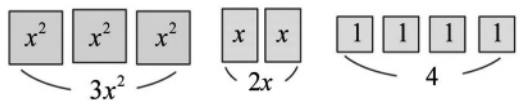
(3)

x^2	x^2	x	x
x^2	x^2	x	x
x	x	1	1

⇒總面積 = _____



概念 ② 多項式的項、係數與次數



總面積_____

這些紙板可以分幾類？

$3x^2 + 2x + 4$ 有幾項？

☆筆記

☆① 在多項式 $3x^2 + 2x + 4$ 中，用加號(+)所隔開的每一部分：_____

都稱為這個多項式的_____。

② $3x^2$ 稱為_____項（或_____項），3 是_____。

$2x$ 稱為_____項（或_____項），2 是_____。

4 稱為_____項。

③ $3x^2 + 2x + 4$ 稱為最高次方的項是_____項，

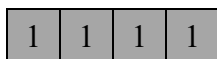
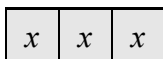
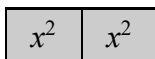
我們說 $3x^2 + 2x + 4$ 是_____次多項式（或_____）。

④ $2x - 5$ 有_____項。



牛刀小試 2

1. 多項式 $2x^2 + 3x + 4$



(1) 是_____次多項式，有_____項。

(2) $2x^2$ 為_____項，其係數為_____； $3x$ 為_____項，其係數為_____；4 為_____項。

2. 多項式 $6x^2 - 5x + \frac{3}{2}$

(1) 是_____次多項式，有_____項。

(2) $6x^2$ 為_____項，其係數為_____； $-5x$ 為_____項，其係數為_____； $\frac{3}{2}$ 為_____項。

3. 多項式 $3x^2 - 4$ (1) 是_____次多項式，有_____項。

(2) $3x^2$ 為_____項，其係數為_____； -4 為_____項。

4. 填寫下列表格

多項式	多項式次數	二次項係數	一次項係數	常數項
$-2x + 1$				
$4x^2 - 6$				
$2x^2 - x + 3$				
$\frac{2}{3}x^2 - x$				
3				



◎❶ 單項式：如果一個多項式只有單獨一項，
稱為_____。

<例如>

◎❷ 常數多項式：如果一個多項式只有數字，
稱為_____。

<例如>

☆筆記

單項式是多項式嗎？



牛刀小試 3

1. (A) $2x^2 + x + 1$ (B) $-x$ (C) $\frac{3}{2}x^2$
(D) 5 (E) -1.2
(F) $0.5x$ (G) $x = 5$

上列多項式中：(請填寫代號)

- (1) 單項式：_____
(2) 常數多項式：_____

2. (A) $x^2 - 2x = 3$ (B) $\frac{3}{5}x$ (C) $|x|$
(D) $-\frac{11}{4}$ (E) x^2 (F) 0
(G) $x^2 - 1$ (H) $2x + 3$

上列多項式中：(請填寫代號)

- (1) 單項式：_____
(2) 常數多項式：_____

3. 已知六個多項式分別如下：

- (A) $x^3 - x^2 + 1$ (B) $x^2 - 4x + 5$
(C) $2x - 3$ (D) x
(E) -1 (F) 0

- (1) 哪些是單項式？

答：_____。

- (2) 哪些是常數多項式？

答：_____。



例題 ① 常數多項式的應用



若多項式 $(a-1)x^2 + (b+2)x + 5$ 是一個常數多項式，
則 $a = ?$ $b = ?$

☆筆記



牛刀小試 4

1. 下列多項式中（請填代號）

- | | |
|---------------------|-------------------|
| (A) $3x^2 - 5x + 1$ | (B) $4x + 7$ |
| (C) -8 | (D) $4x^2 - 1$ |
| (E) $-5x$ | (F) $\frac{1}{3}$ |
| (G) $-x^2 - 5x$ | (H) $5x + 1$ |

(1) 哪些是二次多項式：_____

(2) 哪些是一次多項式：_____

(3) 哪些是常數多項式：_____

2. 已知多項式 $(a-3)x^2 + (b-1)x + 1$

(1) 若是二次多項式，則 a 不能是_____。

(2) 若是一次多項式，
則 a 是_____， b 不能是_____。

(3) 若是常數多項式，
則 a 是_____， b 是_____。

3. 已知多項式 $(a+4)x^2 + (b-3)x + 5$

是常數多項式，則 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 、 $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

冪：指的是 x 的_____

① 升冪排列：次數_____排列，又稱為_____。

② 降冪排列：次數_____排列，又稱為_____。

<例如>多項式 $5x^2 + 2x^3 - 8 - 7x$

① 升冪排列為_____。

② 降冪排列為_____。

☆筆記

通常我們在做多項式運算時，
習慣用_____排列。

牛刀小試 5

1. 請將下列多項式分別依升冪和降冪排列。

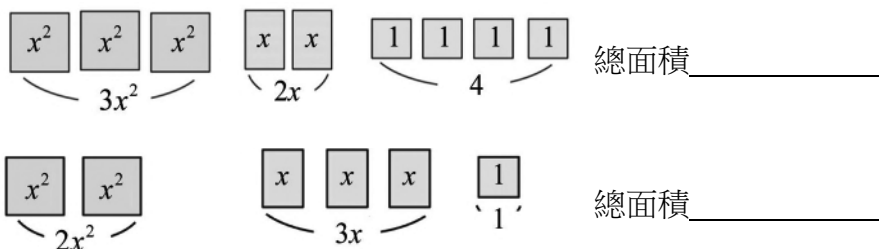
多項式	升冪排列	降冪排列
$-2x + 5x^2 - 2$		
$-3 + 6x^2 - x$		
$7x - x^2 + 1$		

2. 請將下列多項式分別依升冪和降冪排列。

多項式	升冪排列	降冪排列
$-x^3 + 2x - 3x^2$		
$4x^2 - 6 - x^3 + 2x$		
$2y^3 + 3 - 7y^2$		



概念 5 同類項



☆筆記

☆**1** 同類項：文字符號和次數都相同的項稱為

_____。

就是上面圖示中_____的紙板。

2 同類項合併：兩個多項式相加減就是

_____。

<例如> $(3x^2 + 2x + 4) + (2x^2 + 3x + 1)$



牛刀小試 6

1. 下列哪些是同類項？ **答：**_____。

(A) $7x^2$, $-\frac{3}{5}x^2$ (B) $\frac{1}{2}y$, $0.4y$

(C) $-3x^4$, $\frac{7}{9}x^4$ (D) $-x^2$, $5x$

2. 下列多項式中（請填代號）

(A) $-6x^2$ (B) 0.7 (C) $\frac{3}{5}x$

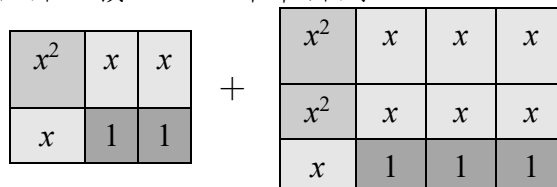
(D) $\frac{3}{2}x^2$ (E) -1 (F) $-3x$

(1) 和 $4x^2$ 是同類項的是_____。

(2) 和 $-x$ 是同類項的是_____。

(3) 和 1.2 是同類項的是_____。

3. 合併面積，並以降冪排列



⇒總面積 = _____

4. 計算並化簡下列各式，請以降冪排列：

(1) $(4x^2 + 5x + 9) + (2x^2 + 8x + 1)$

= _____

(2) $(6x^2 + 7x + 2) + (x^2 + 8x + 6)$

= _____



例題 ② 多項式的加法



❶ 計算 $(3x^2 - 4x - 2) + (-5x^2 + 4x + 7)$

橫式

直式

☆筆記

遇到有缺項，記得要

_____。

❷ 計算 $(-x^2 + 3) + (6x^2 - 4 + 5x)$

橫式

直式



牛刀小試 7

1. 請用橫式和直式計算各題

(1) $(-3x^2 + x - 7) + (5x^2 - x - 4)$

= _____

(2) $-3x^2 + x - 7$

+) $5x^2 - x - 4$

(3) $(5x^2 + x - 3) + (3x^2 - 2x - 1)$

= _____

(4) $5x^2 + x - 3$

+) $3x^2 - 2x - 1$

2. 計算並化簡下列各式，請以降冪排列：

(1) $(-3x^2 + 5x) + (2x - 4)$

= _____

(2) $(6 + x - 7x^2) + (2x - 5 + 7x^2)$

= _____

(3) $(-x^2 + 7 + x) + (2x - 3 + 2x^2)$

= _____



例題 ③ 多項式的減法



❶ 計算 $(x^2 - 2x - 7) - (3x^2 + 6 - x)$

橫式

直式

☆筆記

❷ 計算 $(-7 + x^2) - (-5x^2 + 2 - 3x)$

橫式

直式



牛刀小試 8

1. 請用橫式和直式計算各題

(1) $(8x^2 - 7x + 4) - (9x^2 + 7x - 3)$

= _____

(2) $8x^2 - 7x + 4$

—) $9x^2 + 7x - 3$

(3) $(6x^2 - 5x + 2) - (7x^2 + 3x - 5)$

= _____

(4) $6x^2 - 5x + 2$

—) $7x^2 + 3x - 5$

2. 計算並化簡下列各式，請以降冪排列：

(1) $(-7x^2 + 5x - 6) - (-4x^2 + 7x + 2)$

= _____

(2) $(-3x^2 + 7x - 3) - (2x^2 - 9 - 5x)$

= _____

(3) $(11x^2 + 7x - 3) - (2x^2 - 10 - 3x)$

= _____

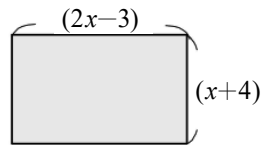


例題 4 多項式的加減法運算



如右圖是一個長方形，長方形的長是 $(2x-3)$

寬是 $(x+4)$



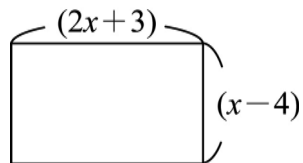
☆筆記

請問：這個長方形的周長是多少？

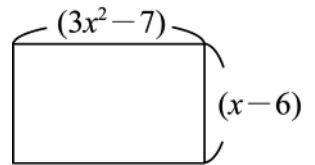


牛刀小試 9

1. 求長方形的周長。



2. 求長方形的周長。





解 答 篇

牛刀小試 1

- (C)(D)(E)(F)(G)(I)
- (B)(D)(E)(F)
- x^2+3x+2
 - $2x^2+3x+1$
 - $4x^2+6x+2$

牛刀小試 2

- 二, 3
 - 二次(x^2), 2, 一次(x), 3, 常數
- 二, 3
 - 二次(x^2), 6, 一次(x), -5, 常數
- 二, 2
 - 二次(x^2), 3, 常數

多項式	多項式次數	二次項係數	一次項係數	常數項
$-2x+1$	一次	0	-2	1
$4x^2-6$	二次	4	0	-6
$2x^2-x+3$	二次	2	-1	3
$\frac{2}{3}x^2-x$	二次	$\frac{2}{3}$	-1	0
3	零次	0	0	3

牛刀小試 3

- (B)(C)(D)(E)(F)
 - (D)(E)
- (B)(D)(E)(F)
 - (D)(F)
- (D)(E)(F)
 - (E)(F)

牛刀小試 4

- (A)(D)(G)
 - (B)(E)(H)
 - (C)(F)
- 3
 - 3, 1
 - 3, 1
- 4, 3

牛刀小試 5

多項式	升冪排列	降冪排列
$-2x+5x^2-2$	$-2-2x+5x^2$	$5x^2-2x-2$
$-3+6x^2-x$	$-3-x+6x^2$	$6x^2-x-3$
$7x-x^2+1$	$1+7x-x^2$	$-x^2+7x+1$

多項式	升冪排列	降冪排列
$-x^3+2x-3x^2$	$2x-3x^2-x^3$	$-x^3-3x^2+2x$
$4x^2-6-x^3+2x$	$-6+2x+4x^2-x^3$	$-x^3+4x^2+2x-6$
$2y^3+3-7y^2$	$3-7y^2+2y^3$	$2y^3-7y^2+3$

牛刀小試 6

- (A) (B)(C)
- (A)(D)
 - (C)(F)
 - (B)(E)
- $3x^2+10x+5$
- $6x^2+13x+10$
 - $7x^2+15x+8$

牛刀小試 7

- $2x^2-11$
 - $2x^2-11$
 - $8x^2-x-4$
 - $8x^2-x-4$
- $-3x^2+7x-4$
 - $3x+1$
 - x^2+3x+4

牛刀小試 8

- $-x^2-14x+7$
 - $-x^2-14x+7$
 - $-x^2-8x+7$
 - $-x^2-8x+7$
- $-3x^2-2x-8$
 - $-5x^2+12x+6$
 - $9x^2+10x+7$

牛刀小試 9

- $6x-2$
- $6x^2+2x-26$



B3 1-3 多項式的乘法與除法



概念 ① 單項式 × 單項式



☆指數律：

若 $a \neq 0$ ，則 $a^2 \times a^3 = a^{2+3}$

① 複習指數律

(1) $x \cdot x$

(2) $x \cdot x^2$

(3) $x^3 \cdot x^4$

(4) $(x^3)^2$

② 單項式 × 單項式

(1) $4x \cdot x$

(2) $2x \cdot 3x^2$

(3) $(-2x^3) \cdot 5x^4$

(4) $(-3x)^2$

☆筆記



牛刀小試 ①

1. 計算下列各題

(1) $x \cdot x^3$

(2) $x \cdot x^4$

(3) $x^2 \cdot x^3$

(4) $x^3 \cdot x^4$

2. 計算下列各題

(1) $3x \cdot x$

$= () \cdot () \cdot ()$

$= ()$

(2) $3x \cdot 4x^2$

$= () \cdot () \cdot () \cdot ()$

$= ()$

(3) $(-3x) \cdot (-2x^2)$

(4) $(-5x)^2$

$= () \cdot ()$

$= () \cdot () \cdot () \cdot ()$

$= ()$



☆分配律：

$$a(b+c)=ab+ac$$

$$(b+c)\times a=b\times a+c\times a$$

☆計算下列各式

❶ $3(x+4)$

❷ $-3(x-4)$

❸ $3x(x-4)$

❹ $(-x+4)\times 3$

❺ $(-x-4)\times (-5)$

❻ $(2x-7)\cdot x^2$

☆筆記



牛刀小試 2

1. 計算下列各題

(1) $5(x+3)$

(2) $-5(x-3)$

(3) $-5x(x-3)$

(4) $(-x+7)\times 4$

2. 計算下列各題

(1) $(-x)(2x+1)$

(2) $-6(x^2-4)$

(3) $-6x(x-4)$

(4) $(-5x+3)\times 6$



概念

③ 多項式×多項式



☆分配律：

$$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$$

☆計算 $(x+3)(x+2)$

①橫式

②直式

☆筆記



牛刀小試 ③

1. 計算下列各題

(1) $(x+4)(x+5)$

①橫式

②直式

(2) $(3x+4)(2x+3)$

①橫式

②直式

2. 計算下列各題

(1) $(x-1)(x+4)$

①橫式

②直式

(2) $(2x-5)(4x+1)$

①橫式

②直式



例題 ① 多項式的乘法練習



① $(x-3)(x-4)$

② $(x^2-3x+2)(x-5)$

☆筆記



牛刀小試 4

1. 計算下列各題

(1) $(x-5)(x-6)$

(2) $(2x-9)(x-6)$

(3) $(8x+3)(4x-3)$

2. 計算下列各題

(1) $(x^2-3x+4)(x+2)$

(2) $(2x^2-x-1)(x-3)$

(3) $(2x^2-x+3)(4x-5)$



例題 ② 多項式的乘法—有缺項練習



計算 $(5x^2 - 4)(3x - 1)$

① 橫式

② 直式

☆ 筆記



牛刀小試 5

1. 計算下列各題

(1) $(7x^2 + 3)(x + 8)$

$$(7x^2 + 3) = 7x^2 + \underline{\quad\quad} + 3$$

① 橫式

② 直式

(2) $(4x^2 + 5)(2x + 1)$

$$(4x^2 + 5) = 4x^2 + \underline{\quad\quad} + 5$$

① 橫式

② 直式

2. 計算下列各題

(1) $(2x^2 - 5)(x - 4)$

$$(2x^2 - 5) = 2x^2 + \underline{\quad\quad} - 5$$

① 橫式

② 直式

(2) $(3x^2 - 5)(2x - 1)$

$$(3x^2 - 5) = 3x^2 + \underline{\quad\quad} - 5$$

① 橫式

② 直式

**例題****③****多項式的乘法—利用乘法公式**

計算下列各式

① $(2x+3)^2$

② $(5x-4)^2$

③ $(x+7)(x-7)$

☆筆記

**牛刀小試****6**

1. 計算下列各題

(1) $(3x+1)^2$

(2) $(7x+2)^2$

(3) $(4x-6)^2$

(4) $(3x-2)^2$

(5) $(x+6)(x-6)$

(6) $(2x+3)(2x-3)$

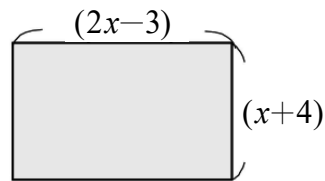


例題 4 多項式的乘法應用



如右圖是一個長方形，長方形的長是 $(2x-3)$
寬是 $(x+4)$

請問：這個長方形的面積是多少？



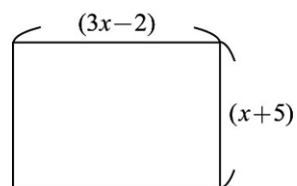
☆筆記



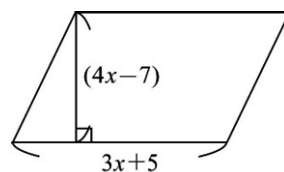
牛刀小試 7

1. 計算各題面積

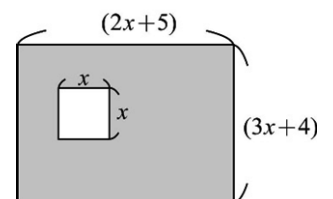
(1)



(2)



2. 計算各題灰色部份的面積





☆指數律：

若 $a \neq 0$ ，則 $a^5 \div a^2 = a^{5-2}$

①複習指數律

(1) $x^3 \div x$

(2) $x^5 \div x^3$

(3) $x \div x$

②單項式 ÷ 單項式

(1) $6x^2 \div 3x$

(2) $(-8x^2) \div 2x$

(3) $(-15x) \div (-3x)$

☆筆記



牛刀小試 8

1. 計算下列各題

(1) $x^2 \div x$

(2) $8x^2 \div 2x$

(3) $(-9x^3) \div 3x$

2. 在空格中填入正確文字符號或數字

(1) $x \cdot \underline{\hspace{2cm}} = 3x$

(2) $2x \cdot \underline{\hspace{2cm}} = -4x$

(3) $3x \cdot \underline{\hspace{2cm}} = 6x^2$



概念

5 多項式 ÷ 單項式 (整除)



計算 $(x^2 + 3x) \div x$

☆筆記

① $28 \div 7$

② 整除



牛刀小試 9

1. 計算下列各題

(1) $(x^2 + 4x) \div x$

(2) $(x^2 - 6x) \div x$

(3) $(6x^2 + 8x) \div 2x$

2. 計算下列各題

(1) $(x^2 + 4x) \div (-x)$

(2) $(x^2 - 8x) \div (-x)$

(3) $(6x^2 + 9x) \div (-3x)$



計算 $(-12x^2 + 6x - 5) \div 3x$

☆筆記

$$\begin{array}{r} 1. \quad 4 \\ 5 \overline{) 28} \\ \underline{20} \\ 8 \end{array}$$

① 這樣子做對嗎？

② 錯在哪裡？

2. ① 整數的除法

② 多項式的除法



牛刀小試 10

1. 計算下列各題，寫出商式和餘式

(1) $(-12x^2 + 6x - 3) \div 2x$

(2) $(-4x^2 - 20x + 5) \div 4x$

(3) $(-6x^2 - 9x - 7) \div 3x$

2. 計算下列各題，寫出商式和餘式

(1) $(8x^2 + 6x - 5) \div (-2x)$

(2) $(10x^2 - 5x + 4) \div (-5x)$

(3) $(-6x^2 + 9x - 2) \div (-3x)$



計算 $(x^2 + 3x + 4) \div (x + 1)$

☆筆記

**牛刀小試 11**

1. 計算下列各題，寫出商式和餘式

(1) $(x^2 + 5x + 6) \div (x + 1)$

(2) $(x^2 + 3x + 2) \div (x + 2)$

2. 計算下列各題，寫出商式和餘式

(1) $(2x^2 + 5x + 3) \div (x + 1)$

(2) $(2x^2 + 7x + 7) \div (x + 2)$

**例題****5****多項式除以多項式練習**計算 $(2x^2 - 7x - 5) \div (x - 3)$

☆筆記

**牛刀小試 12**

1. 計算下列各題，寫出商式和餘式

(1) $(4x^2 - 3x + 2) \div (x - 1)$

(2) $(3x^2 - 2x + 5) \div (x - 2)$

2. 計算下列各題，寫出商式和餘式

(1) $(4x^2 + 6x + 2) \div (2x - 1)$

(2) $(6x^2 + 5x - 1) \div (2x + 5)$



例題 ⑥ 多項式 ÷ 多項式 (有缺項)



計算 $(2x^2 - 5) \div (x - 3)$

☆筆記



牛刀小試 13

1. 計算下列各題，寫出商式和餘式

(1) $(4x^2 - 5) \div (x - 1)$

$(4x^2 - 5) = 4x^2 + \underline{\hspace{1cm}} - 5$

(2) $(5x^2 + 8) \div (x - 3)$

$(5x^2 + 8) = 5x^2 + \underline{\hspace{1cm}} + 8$

2. 計算下列各題，寫出商式和餘式

(1) $(4x^2 - 3) \div (2x + 3)$

$(4x^2 - 3) = 4x^2 + \underline{\hspace{1cm}} - 3$

(2) $(8x^2 - 3) \div (2x - 1)$

$(8x^2 - 3) = 8x^2 + \underline{\hspace{1cm}} - 3$



概念

8

被除式 = 除式 \times 商式 + 餘式

- ① $34 \div 5$ 計算過程如下，
請問：如何驗算？

$$\begin{array}{r} 6 \\ 5 \overline{) 34} \\ \underline{30} \\ 4 \end{array}$$

- ② $(x^2 + 2x - 4) \div (x - 3)$ 計算過程
如下，請問：如何驗算？

$$\begin{array}{r} x+5 \\ x-3 \overline{) x^2+2x-4} \\ \underline{x^2-3x} \\ 5x-4 \\ \underline{5x-15} \\ 11 \end{array}$$

☆筆記

☆結論：



牛刀小試 14

1. 透過驗算求出框框中正確的數字或式子

(1) $\square \div 3 = 2 \cdots 0$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 3 \overline{) \square} \\ \underline{\square} \\ 0 \end{array}$$

(2) $\square \div 5 = 4 \cdots 0$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 5 \overline{) \square} \\ \underline{\square} \\ 0 \end{array}$$

(3) $\square \div (x+2) = (x+1) \cdots 0$

$$\begin{array}{r} x+1 \\ x+2 \overline{) x^2 + \square x + \square} \\ \underline{x^2 + \square x} \\ \square x + \square \\ \underline{\square x + \square} \\ 0 \end{array}$$

2. 在框框中填入正確的數字

(1) $\square \div 3 = 2 \cdots 1$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 3 \overline{) \square} \\ \underline{\square} \\ 1 \end{array}$$

(2) $\square \div 5 = 4 \cdots 2$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 5 \overline{) \square} \\ \underline{\square} \\ 2 \end{array}$$

(3) $\square \div (x+2) = (x+1) \cdots 3$

$$\begin{array}{r} x+1 \\ x+2 \overline{) x^2 + \square x + \square} \\ \underline{x^2 + \square x} \\ \square x + \square \\ \underline{\square x + \square} \\ 3 \end{array}$$

**例題****7****被除式、除式、商式及餘式的關係**

若多項式 A 除以 $(2x+1)$ 得商式為 $(3x-2)$ ，餘式為 5 ，
求多項式 A 。

☆筆記

**牛刀小試 15**

- | | |
|--|---|
| 1. 若多項式 A 除以 $(x-4)$ 的商式為 $(x+5)$ ，
餘式為 6 ，求多項式 A 。 | 3. 若多項式 D 除以 $(4x+3)$ 的商式為 $(2x-3)$ ，
餘式為 0 ，求多項式 D 。 |
| 2. 若多項式 B 除以 $(2x+3)$ 的商式為 $(2x-1)$ ，
餘式為 8 ，求多項式 B 。 | 4. 若多項式 E 除以 $(2x-3)$ 的商式為 $(3x-5)$ ，
餘式為 -4 ，求多項式 E 。 |



牛刀小試 1

- (1) x^4
 - (2) x^5
 - (3) x^5
 - (4) x^7
- (1) $3 \cdot x \cdot x = 3x^2$
 - (2) $3 \cdot x \cdot 4 \cdot x^2 = 12x^3$
 - (3) $6x^3$
 - (4) $-5x \cdot -5x = (-5) \cdot x \cdot (-5) \cdot x = 25x^2$

牛刀小試 2

- (1) $5x + 15$
 - (2) $-5x + 15$
 - (3) $-5x^2 + 15x$
 - (4) $-4x + 28$
- (1) $-2x^2 - x$
 - (2) $-6x^2 + 24$
 - (3) $-6x^2 + 24x$
 - (4) $-30x + 18$

牛刀小試 3

- (1) $x^2 + 9x + 20$
 - (2) $6x^2 + 17x + 12$
- (1) $x^2 + 3x - 4$
 - (2) $8x^2 - 18x - 5$

牛刀小試 4

- (1) $x^2 - 11x + 30$
 - (2) $2x^2 - 21x + 54$
 - (3) $32x^2 - 12x - 9$
- (1) $x^3 - x^2 - 2x + 8$
 - (2) $2x^3 - 7x^2 + 2x + 3$
 - (3) $8x^3 - 14x^2 + 17x - 15$

牛刀小試 5

- (1) $7x^2 + 0x + 3$;
 $7x^3 + 56x^2 + 3x + 24$
 - (2) $4x^2 + 0x + 5$;
 $8x^3 + 4x^2 + 10x + 5$
- (1) $2x^2 + 0x - 5$
 $2x^3 - 8x^2 - 5x + 20$
 - (2) $3x^2 + 0x - 5$

$$6x^3 - 3x^2 - 10x + 5$$

牛刀小試 6

- (1) $9x^2 + 6x + 1$
 - (2) $49x^2 + 28x + 4$
 - (3) $16x^2 - 48x + 36$
 - (4) $9x^2 - 12x + 4$
 - (5) $x^2 - 36$
 - (6) $4x^2 - 9$

牛刀小試 7

- (1) $3x^2 + 13x - 10$
 - (2) $12x^2 - x - 35$

$$2. \quad 5x^2 + 23x + 20$$

牛刀小試 8

- (1) x
 - (2) $4x$
 - (3) $-3x^2$
- (1) 3
 - (2) -2
 - (3) $2x$

牛刀小試 9

- (1) $x + 4$
 - (2) $x - 6$
 - (3) $3x + 4$

$$2. \quad (1) -x - 4$$

- (2) $-x + 8$
 - (3) $-2x - 3$

牛刀小試 10

- (1) 商式： $-6x + 3$
餘式： -3

$$(2) \text{ 商式：} -x - 5$$

$$\text{餘式：} 5$$

- (3) 商式： $-2x - 3$
餘式： -7

$$2.$$

- (1) 商式： $-4x - 3$
餘式： -5

- (2) 商式： $-2x + 1$
餘式： 4

- (3) 商式： $2x - 3$

$$\text{餘式：} -2$$

牛刀小試 11

- (1) 商式： $x + 4$
餘式： 2
 - (2) 商式： $x + 1$
餘式： 0
- (1) 商式： $2x + 3$
餘式： 0
 - (2) 商式： $2x + 3$
餘式： 1

牛刀小試 12

- (1) 商式： $4x + 1$
餘式： 3
 - (2) 商式： $3x + 4$
餘式： 13
- (1) 商式： $2x + 4$
餘式： 6
 - (2) 商式： $3x - 5$
餘式： 24

牛刀小試 13

- (1) $4x^2 + 0x - 5$
商式： $4x + 4$
餘式： -1
 - (2) $5x^2 + 0x + 5$
商式： $5x + 15$
餘式： 53
- (1) $4x^2 + 0x - 3$
商式： $2x - 3$
餘式： 6

- (2) $8x^2 + 0x - 3$
商式： $4x + 2$
餘式： -1

牛刀小試 14

$$1. \quad (1) \quad 6$$

$$(2) \quad 20$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 3 \overline{) 6} \\ \underline{6} \\ 0 \\ 4 \\ 5 \overline{) 20} \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 (3) \ x^2 + 3x + 2 \\
 \overline{x+1} \\
 x+2 \) \ x^2 + \boxed{3}x + \boxed{2} \\
 \underline{x^2 + \boxed{2}x} \\
 \boxed{1}x + \boxed{2} \\
 \boxed{1}x + \\
 \hline
 \phantom{\boxed{1}x +} 0
 \end{array}$$

2. (1) 7

$$\begin{array}{r}
 3 \overline{) \boxed{7}} \\
 \underline{\boxed{6}} \\
 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 (2) \ 22 \\
 5 \overline{) \boxed{22}} \\
 \underline{\boxed{20}} \\
 2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 (3) \ x^2 + 3x + 5 \\
 \overline{x+1} \\
 x+2 \) \ x^2 + \boxed{3}x + \boxed{5} \\
 \underline{x^2 + \boxed{2}x} \\
 \boxed{1}x + \boxed{5} \\
 \boxed{1}x + \\
 \hline
 \phantom{\boxed{1}x +} 3
 \end{array}$$

牛刀小試 15

1. $x^2 + x - 14$
2. $4x^2 + 4x + 5$
3. $8x^2 - 6x - 9$
4. $6x^2 - 19x + 11$



B3 2-1 平方根與近似值



概念 ① 認識根號



問題：❶ 正方形面積為 1，則邊長為_____。

1

❷ 正方形面積為 4，則邊長為_____。

4

❸ 正方形面積為 2，則邊長為_____。

2

?

◎ 正方形面積 $A(A > 0)$ ，邊長是_____。

A

☆ 筆記

$\sqrt{4}$ 和 2 會相等嗎？



牛刀小試 ①

1. (1) 正方形面積 9，則邊長是_____

(2) 正方形面積 16，則邊長是_____

(3) 正方形面積 25，則邊長是_____

(4) 正方形面積 36，則邊長是_____

2. (1) 正方形面積 3，則邊長是_____

(2) 正方形面積 5，則邊長是_____

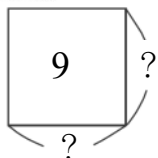
(3) 正方形面積 7，則邊長是_____

3. (1) 邊長 $\sqrt{3}$ 的正方形，其面積是_____

(2) 邊長 $\sqrt{5}$ 的正方形，其面積是_____



問題：正方形面積為9，則邊長是多少？



邊長是_____或寫成_____。

$\sqrt{9}$ 為什麼等於3？

$$\sqrt{9} = \sqrt{\square^2} = 3$$

$$\sqrt{16} = \sqrt{\square^2} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$\sqrt{25} = \sqrt{\square^2} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$\sqrt{36} = \sqrt{\square^2} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

⋮

我又發現了一個大秘密：

$$\sqrt{3^2} = \underline{\hspace{2cm}}。 \sqrt{4^2} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$\sqrt{5^2} = \underline{\hspace{2cm}}。 \sqrt{6^2} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$\Rightarrow \sqrt{a^2} = \underline{\hspace{2cm}} (a \geq 0)$$

☆筆記



牛刀小試 2

1. 計算下列各數

$$(1) \sqrt{49} = \sqrt{\square^2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(2) \sqrt{64} = \sqrt{\square^2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(3) \sqrt{81} = \sqrt{\square^2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(4) \sqrt{100} = \sqrt{\square^2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

2. 計算下列各數

$$(1) \sqrt{13^2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(2) \sqrt{15^2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(3) \sqrt{17^2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(4) \sqrt{23^2} = \underline{\hspace{2cm}}$$



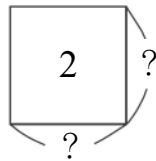
概念

③

$\sqrt{7} \times \sqrt{7} = ?$



問題：1. 正方形面積為 2，則邊長是多少？

2. 正方形面積等於 _____ \times _____

$\Rightarrow 2 = ______ \times ______$

$\Rightarrow ______ \times ______ = 2$

$\Rightarrow ______ \times ______ = 3$

$\Rightarrow ______ \times ______ = 4$

$\Rightarrow ______ \times ______ = 5$

$\Rightarrow ______ \times ______ = 6$

$\Rightarrow ______ \times ______ = 7$

我又發現了一個大秘密：

$(\sqrt{2})^2 = \sqrt{2} \times \sqrt{2} = ______$

$(\sqrt{3})^2 = \sqrt{3} \times \sqrt{3} = ______$

$(\sqrt{4})^2 = ______ = ______$

$(\sqrt{5})^2 = ______ (\sqrt{6})^2 = ______$

$(\sqrt{7})^2 = ______$

若 $a \geq 0$ ，則 $\sqrt{a} \times \sqrt{a} = ______$

$(\sqrt{a})^2 = ______$

☆筆記



牛刀小試 ③

1. 計算下列各題

(1) $\sqrt{10} \times \sqrt{10} = ______$

(2) $\sqrt{13} \times \sqrt{13} = ______$

2. 計算下列各題

(1) $(\sqrt{12})^2 = (______) \times (______) = (______)$

(2) $(\sqrt{15})^2 = (______) \times (______) = (______)$

3. 計算下列各題

(1) $(-\sqrt{8}) \times (-\sqrt{8}) = ______$


(2) $(-\sqrt{1.5}) \times (-\sqrt{1.5}) = ______$


4. 計算下列各題

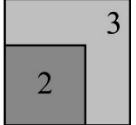
(1) $(-\sqrt{17})^2 = (______) \times (______) = (______)$

(2) $(-\sqrt{5.2})^2 = (______) \times (______) = (______)$



甲  ? 正方形甲的面積是 2，邊長是_____

乙  ? 正方形乙的面積是 3，邊長是_____

→  因為乙的面積比甲_____，
所以_____。

我又發現了一個大秘密：

若 $3 > 2 \Rightarrow \sqrt{3} \square \sqrt{2}$

若 $a > b \Rightarrow \sqrt{a} \square \sqrt{b}$ (a, b 都是正數)

☆筆記



牛刀小試 4

- 正方形甲的邊長是 $\sqrt{5}$ ，其面積是_____，
正方形乙的邊長是 $\sqrt{7}$ ，其面積是_____，
因為乙的面積比甲_____ (填大小)，
所以 $\sqrt{7} \square \sqrt{5}$ 。
- 正方形丙的邊長是 $\sqrt{8}$ ，其面積是_____，
正方形丁的邊長是 3，其面積是_____，
因為丙的面積比丁_____ (填大小)，
所以 $\sqrt{8} \square 3$ 。

3. 比較各數大小

(1) $\sqrt{4} \square \sqrt{7}$

(2) $\sqrt{51} \square \sqrt{50}$

(3) $\sqrt{5} \square \sqrt{26}$

(4) $\sqrt{1.5} \square \sqrt{0.6}$

(5) 比較 $\sqrt{3}$ 、 $\sqrt{4}$ 、 $\sqrt{5}$ 的大小



例題 ① 方根比大小



比大小

(1) $\sqrt{14}$ 、 $\sqrt{15}$ 、 $\sqrt{16}$

(2) $\sqrt{\frac{1}{2}}$ 、 $\sqrt{\frac{1}{3}}$

(3) 3 、 $\sqrt{3}$

☆筆記

$\frac{1}{2} \square \sqrt{\frac{1}{2}}$



牛刀小試 5

1. 比較各數大小

(1) $\sqrt{\frac{1}{3}}$ \square $\sqrt{\frac{1}{4}}$

(2) $\sqrt{\frac{2}{3}}$ \square $\sqrt{\frac{4}{9}}$

(3) $\sqrt{0.6}$ \square $\sqrt{0.7}$

(4) $\sqrt{1.2}$ \square $\sqrt{1.3}$

2. 比較 3 、 $\sqrt{10}$ 、 $\sqrt{11}$ 的大小

3. 比較各數大小

(1) 3 \square $\sqrt{3}$

(2) 7 \square $\sqrt{7}$

(3) $\frac{1}{3}$ \square $\sqrt{\frac{1}{3}}$

(4) 0.2 \square $\sqrt{0.2}$

(5) $1\frac{1}{3}$ \square $\sqrt{1\frac{1}{3}}$



問題：請你猜猜看多少的平方是 9？

$$\square^2 = 9$$

你的答案是_____，有_____個。

☆定義：① 若 $\square^2 = 9$ 我們說

\square 是_____。

② 9 的平方根是_____。

☆筆記

① 9 的平方根是_____

也可以寫成_____。

② 0 的平方根是_____。



牛刀小試 6

1. (1) $\square^2 = 16$ ， $\square =$ _____

\square 是 16 的_____。

(2) 16 的平方根是_____

2. (1) $\square^2 = 81$ ， $\square =$ _____

\square 是 81 的_____。

(2) 81 的平方根是_____

3. (1) $\square^2 = \frac{4}{9}$ ， $\square =$ _____

\square 是 $\frac{4}{9}$ 的_____。

(2) $\frac{4}{9}$ 的平方根是_____

4. (1) $\square^2 = 0.36$ ， $\square =$ _____

\square 是 0.36 的_____。

(2) 0.36 的平方根是_____

5. 回答下列各題，正確打請「○」，錯誤請打「×」，並說明理由。

\square (1) 4 是不是 2 的平方根？

因為 $4^2 =$ _____，

所以 4 是_____的平方根。

\square (2) -7 是不是 49 的平方根？

因為 $(-7)^2 =$ _____，

所以 -7 是_____的平方根。

\square (3) 3 是不是 -9 的平方根？

因為 $3^2 =$ _____，

所以_____。

\square (4) 0.4 是不是 1.6 的平方根？

因為 $0.4^2 =$ _____，

所以_____。



問題：請你猜猜看多少的平方是 2？

$$\square^2 = 2$$

你的答案是_____，有_____個

☆定義：① 若 $\square^2=2$ ， $\square=$ _____，

我們說 \square 是_____。

② 2 的平方根是_____。

③ 若 a 是正數 $\square^2=a$ ， $\square=$ _____。

〈註〉

① 一個正數 a 有_____個平方根，其中_____。

② 負數_____平方根，為什麼？_____。

③ 0 的平方根是_____，為什麼？_____。

☆筆記

$$(\sqrt{3})^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

為什麼？



牛刀小試 7

1. 求下列各數的平方根

(1) $\square^2=5$ ， $\square=$ _____，

\square 是_____，

5 的平方根是_____。

(2) $\square^2=12$ ， $\square=$ _____，

\square 是_____，

12 的平方根是_____。

(3) $\square^2=23$ ， $\square=$ _____，

23 的平方根是_____。

2. 回答下列問題

(1) 8 的平方根是_____，

8 的正平方根是_____，

8 的負平方根是_____。

(2) 15 的平方根是_____，

15 的正平方根是_____，

15 的負平方根是_____。

(3) 41 的平方根是_____，

$\sqrt{41}$ 是 41 的_____，

$-\sqrt{41}$ 是 41 的_____。

3. 回答下列問題

(1) _____的平方根是 $\pm\sqrt{7}$ 。

(2) _____的平方根是 $\pm\sqrt{22}$ 。



例題 ② 求下列各數的平方根



(1) 36

(2) 19

☆筆記

比較

❶ 36 的平方根是_____。

❷ $\sqrt{36} =$ _____。

★ $\sqrt{36}$ 的平方根是_____



牛刀小試 8

1. 求下列各數的平方根

(1) 49

$$\square^2 = 49$$

$$\square =$$

(2) 64

$$\square^2 = 64$$

$$\square =$$

(3) 0.09

$$\square^2 =$$

$$\square =$$

(4) 0.36

$$\square^2 =$$

$$\square =$$

(5) $\frac{4}{25}$

$$\square^2 =$$

$$\square =$$

(6) $\frac{16}{81}$

$$\square^2 =$$

$$\square =$$

2. 求下列各數的平方根

(1) 13

$$\square^2 =$$

$$\square =$$

(2) 14

$$\square^2 =$$

$$\square =$$

(3) 27

$$\square^2 =$$

$$\square =$$

(4) 51

$$\square^2 =$$

$$\square =$$

3. (1) 4 的平方根是_____。

(2) $\sqrt{4} =$ _____。

(3) $\sqrt{4}$ 的平方根是_____。

4. (1) 49 的平方根是_____。

(2) $\sqrt{49} =$ _____。

(3) $\sqrt{49}$ 的平方根是_____。

5. (1) 81 的平方根是_____。

(2) $\sqrt{81} =$ _____。

(3) $\sqrt{81}$ 的平方根是_____。



◎完全平方數

若一個正整數是另一個正整數的平方，
就稱這個數為_____。

〈舉例〉

〈例〉

	1^2	2^2	3^2	4^2	5^2
完全平方數					
	6^2	7^2	8^2	9^2	10^2
完全平方數					
	11^2	12^2	13^2	14^2	15^2
完全平方數					
	16^2	17^2	18^2	19^2	20^2
完全平方數					
	21^2	22^2	23^2	24^2	25^2
完全平方數					

$$\textcircled{1} \sqrt{169} = \sqrt{\square^2} \\ = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$\textcircled{2} \sqrt{441} = \sqrt{\square^2} \\ = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$\textcircled{3} \sqrt{289} = \sqrt{\square^2} \\ = \underline{\hspace{2cm}}。$$

☆筆記

比較 $\sqrt{81}$ 和81的平方
根？



牛刀小試 9

1. 下列哪些是完全平方數

答：_____

(A)625 (B)141 (C)144
(D)96 (E)225 (F)265
(G)169 (H)361 (I)196

2. (1)
- $\sqrt{169}$
- 是 169 的_____平方根(填正/負)

$$\sqrt{169} = \sqrt{\square^2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

- (2)
- $\sqrt{196}$
- 是 196 的_____平方根(填正/負)

$$\sqrt{196} = \sqrt{\square^2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

3. (1)
- $\sqrt{25} = \sqrt{\square^2} = \underline{\hspace{2cm}}$

$$(2) \sqrt{225} = \sqrt{\square^2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(3) \sqrt{625} = \sqrt{\square^2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

4. (1) 144 的平方根是_____

$$(2) \sqrt{144} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(3) -\sqrt{144} = \underline{\hspace{2cm}}$$

5. (1) 441 的平方根是_____

$$(2) \sqrt{441} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(3) -\sqrt{441} = \underline{\hspace{2cm}}$$

6. (1) 121 的平方根是_____

$$(2) \sqrt{121} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(3) -\sqrt{121} = \underline{\hspace{2cm}}$$



例題 ③ 求 \sqrt{a} 的值 (整數)



求出下列各式的值

(1) $\sqrt{3^2}$

(2) $\sqrt{3^4}$

(3) $\sqrt{3^6}$

(4) $\sqrt{2^2 - 3^2}$

(5) $\sqrt{3^2 - 3^4}$

(6) $\sqrt{3600}$

☆筆記

若 $a > 0$

$\sqrt{a^2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

$\sqrt{a^4} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

$\sqrt{a^6} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



牛刀小試 10

1. 求出下列各數

(1) $\sqrt{5^2}$

(2) $\sqrt{5^4}$

(3) $\sqrt{3^2 \times 5^2}$

2. 求出下列各數(質因數分解，用質數)

(1) $\sqrt{784}$

(2) $\sqrt{1024}$

(3) $\sqrt{2025}$



例題 4 求 \sqrt{a} 的值 (分數或小數)



1. (1) $\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2} = \underline{\hspace{2cm}}$ (2) $\sqrt{\frac{2^2}{3^2}} = \underline{\hspace{2cm}}$ (3) $\sqrt{\frac{4}{9}} = \underline{\hspace{2cm}}$

2. (1) $\sqrt{(1.5)^2} = \underline{\hspace{2cm}}$ (2) $\sqrt{\frac{225}{100}} = \underline{\hspace{2cm}}$ (3) $\sqrt{2.25} = \underline{\hspace{2cm}}$

☆筆記



牛刀小試 11

1. (1) $\sqrt{\left(\frac{5}{7}\right)^2} = \underline{\hspace{2cm}}$ (2) $\sqrt{\frac{5^2}{7^2}} = \underline{\hspace{2cm}}$ (3) $\sqrt{\frac{25}{49}} = \underline{\hspace{2cm}}$

2. (1) $\sqrt{(1.1)^2} = \underline{\hspace{2cm}}$ (2) $\sqrt{\frac{121}{100}} = \underline{\hspace{2cm}}$ (3) $\sqrt{1.21} = \underline{\hspace{2cm}}$

(4) $\sqrt{\left(\frac{11}{13}\right)^2} = \underline{\hspace{2cm}}$ (5) $\sqrt{\frac{11^2}{13^2}} = \underline{\hspace{2cm}}$ (6) $\sqrt{\frac{121}{169}} = \underline{\hspace{2cm}}$

(4) $\sqrt{(0.2)^2} = \underline{\hspace{2cm}}$ (5) $\sqrt{\frac{4}{100}} = \underline{\hspace{2cm}}$ (6) $\sqrt{0.04} = \underline{\hspace{2cm}}$

(7) $\sqrt{\frac{144}{100}} = \underline{\hspace{2cm}}$ (8) $\sqrt{1.96} = \underline{\hspace{2cm}}$



例題 5 求 \sqrt{a} 的近似值



1. $\sqrt{7}$ 是介於哪兩個連續整數之間？ 2. $\sqrt{23}$ 大約多少？

☆筆記

請你拿出計算機或手機計算

$$\sqrt{2} \div \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sqrt{3} \div \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sqrt{5} \div \underline{\hspace{2cm}}$$



牛刀小試 12

1. $\sqrt{1}$ 、 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{3}$ 、 $\sqrt{4}$ 、 $\sqrt{5}$ 、 $\sqrt{6}$ 、 $\sqrt{7}$
 $\sqrt{8}$ 、 $\sqrt{9}$ 、 $\sqrt{10}$ 、 $\sqrt{11}$ 、 $\sqrt{12}$ 、 $\sqrt{13}$ 、
 $\sqrt{14}$ 、 $\sqrt{15}$ 、 $\sqrt{16}$ 、 $\sqrt{17}$ 、 $\sqrt{18}$ 、 $\sqrt{19}$

(1) 介於在 1 和 2 之間的是哪些？

(2) 介於在 2 和 3 之間的是哪些？

(3) 介於在 3 和 4 之間的是哪些？

2. (1) $\sqrt{5}$ 是介於哪兩個連續整數之間？

(2) $\sqrt{8}$ 是介於哪兩個連續整數之間？

3. (1) $\sqrt{18}$ 是介於哪兩個連續整數之間？

(2) $\sqrt{26}$ 是介於哪兩個連續整數之間？

4. (1) $\sqrt{10}$ 大約是多少？

(2) $\sqrt{40}$ 大約是多少？



例題 6 利用平方根的意義來計算



(1) 若 3 是 $2x-1$ 的平方根，求 x 的值。

(2) 若 $3x-2$ 的平方根為 $\pm\sqrt{7}$ ，求 x 的值。

☆筆記

① a 是 b 的平方根

② ★的平方根是●



牛刀小試 13

1. (1) 若 5 是 $3x-2$ 的平方根，求 x 的值。

$$\boxed{3x-2} \quad 5$$

(2) 若 9 是 $5x+1$ 的平方根，求 x 的值。

2. (1) 若 -5 是 $4x-3$ 的平方根，求 x 的值。

(2) 若 -9 是 $6x+3$ 的平方根，求 x 的值。

3. (1) 若 $4x+7$ 的平方根是 $\pm\sqrt{11}$ ，求 x 值。

$$\boxed{4x+7} \quad \sqrt{11}$$

(2) 若 $2x-1$ 的平方根是 $\pm\sqrt{15}$ ，求 x 值。

(3) 若 $7x+2$ 的平方根是 $\pm\sqrt{23}$ ，求 x 值。



牛刀小試 1

- (1) 3
(2) 4
(3) 5
(4) 6
- (1) $\sqrt{3}$
(2) $\sqrt{5}$
(3) $\sqrt{7}$
- (1) 3
(2) 5

牛刀小試 2

- (1) $\sqrt{7^2} = 7$
(2) $\sqrt{8^2} = 8$
(3) $\sqrt{9^2} = 9$
(4) $\sqrt{10^2} = 10$
- (1) 13
(2) 15
(3) 17
(4) 23

牛刀小試 3

- (1) 10
(2) 13
- (1) $\sqrt{12} \times \sqrt{12} = 12$
(2) $\sqrt{15} \times \sqrt{15} = 15$
- (1) 8
(2) 1.5
- (1) $-\sqrt{17} \times -\sqrt{17} = 17$
(2) $-\sqrt{5.2} \times -\sqrt{5.2} = 5.2$

牛刀小試 4

- 5, 7, 大, >
- 8, 9, 小, <
- (1) <
(2) >
(3) <
(4) >
(5) $\sqrt{3} < \sqrt{4} < \sqrt{5}$

牛刀小試 5

- (1) > (2) >
(3) < (4) <
- $3 < \sqrt{10} < \sqrt{11}$
- (1) > (2) >
(3) < (4) <
(5) >

牛刀小試 6

- (1) ± 4 , 平方根
(2) ± 4
- (1) ± 9 , 平方根
(2) ± 9
- (1) $\pm \frac{2}{3}$, 平方根

$$(2) \pm \frac{2}{3}$$

- (1) ± 0.6 , 的平方根
(2) ± 0.6
- (1) $\boxed{\times}$, 16, 16
(2) $\boxed{\square}$, 49, 49
(3) $\boxed{\times}$, 9,
3 不是 -9 的平方根
(4) $\boxed{\times}$, 0.16,
0.4 不是 1.6 的平方根

牛刀小試 7

- (1) $\pm\sqrt{5}$, 5 的平方根, $\pm\sqrt{5}$
(2) $\pm\sqrt{12}$, 12 的平方根, $\pm\sqrt{12}$
(3) $\pm\sqrt{23}$, $\pm\sqrt{23}$
- (1) $\pm\sqrt{8}$, $\sqrt{8}$, $-\sqrt{8}$
(2) $\pm\sqrt{15}$, $\sqrt{15}$, $-\sqrt{15}$
(3) $\pm\sqrt{41}$, 正平方根, 負平方根

- (1) 7
(2) 22

牛刀小試 8

- (1) ± 7
(2) ± 8
(3) ± 0.3
(4) ± 0.6
(5) $\pm \frac{2}{5}$
(6) $\pm \frac{4}{9}$
- (1) 13, $\pm\sqrt{13}$
(2) 14, $\pm\sqrt{14}$
(3) 27, $\pm\sqrt{27}$
(4) 51, $\pm\sqrt{51}$

- (1) ± 2
(2) 2
(3) $\pm\sqrt{2}$
- (1) ± 7
(2) 7
(3) $\pm\sqrt{7}$
- (1) ± 9
(2) 9
(3) ± 3

牛刀小試 9

- (A)、(C)、(E)、(G)、(H)、(I)
- (1) 正, 13, 13
(2) 正, 14, 14
- (1) 5, 5

$$(2) 15, 15$$

$$(3) 25, 25$$

- (1) ± 12
(2) 12
(3) -12
- (1) ± 21
(2) 21
(3) -21
- (1) ± 11
(2) 11
(3) -11

牛刀小試 10

- (1) =5
(2) $=5^2=25$
(3) $=3 \times 5=15$
- (1) 28
(2) 32
(3) 45

牛刀小試 11

- (1) $\frac{5}{7}$ (2) $\frac{5}{7}$ (3) $\frac{5}{7}$
(4) $\frac{11}{13}$ (5) $\frac{11}{13}$ (6) $\frac{11}{13}$
- (1) 1.1 (2) 1.1 (3) 1.1
(4) 0.2 (5) 0.2 (6) 0.2
(7) $1.2(\frac{6}{5})$ (8) 1.4

牛刀小試 12

- (1) $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$
(2) $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{8}$
(3) $\sqrt{10}$, $\sqrt{11}$, $\sqrt{12}$, $\sqrt{13}$
 $\sqrt{14}$, $\sqrt{15}$
- (1) 2 和 3
(2) 2 和 3
- (1) 4 和 5
(4) 5 和 6
- (1) ≈ 3.1
大約 3.1
(2) ≈ 6.2
大約 6.2

牛刀小試 13

- (1) $x=9$
(2) $x=16$
- (1) $x=7$
(2) $x=13$
- (1) $x=1$
(2) $x=8$
(3) $x=3$



B3 2-2 根式的運算



概念

① 根式的意義



1. 什麼是根式：_____

◎例如：_____

2. 根式的簡記：

含有 x 的式子	含有根號的式子
$3 \times x =$	$3 \times \sqrt{2} =$
$\frac{2}{5} \times x =$	$\frac{2}{5} \times \sqrt{2} =$
$4 \times (x + 1) =$	$4 \times (\sqrt{2} + \sqrt{3}) =$
$1 \times x =$	$1 \times \sqrt{2} =$
$(-1) \times x =$	$(-1) \times \sqrt{2} =$
$x \div 3 =$	$\sqrt{2} \div 3 =$

★筆記

$3\sqrt{2}$ 到底是什麼意思？



牛刀小試 1

簡記下列各式：

1. $1 \times \sqrt{5}$

2. $8 \times \sqrt{3}$

3. $\sqrt{10} - (-2)$

4. $(-5) \times \sqrt{6}$

5. $\sqrt{15} - \frac{2}{5}$

6. $\sqrt{15} \div 3$

7. $3 \times (\sqrt{2} - \sqrt{3})$

8. $3 \times (\sqrt{3} + 5)$



例題 ① 數字×根式



(1) $2 \times 3\sqrt{2}$

(2) $2\sqrt{3} \times (-5)$

(3) $\frac{5}{3} \times (-6\sqrt{7})$

★筆記



牛刀小試 ②

計算下列各式：

1. $4 \times 7\sqrt{3}$

2. $(-9) - 3\sqrt{5}$

3. $\frac{5}{6} - 6\sqrt{6}$

4. $2\sqrt{10} - (-\frac{1}{2})$

5. $(-4\sqrt{5}) - \frac{1}{2}$

6. $(-9\sqrt{6}) - (-\frac{7}{3})$



概念

② 根式的乘法運算



◎ $\sqrt{3} \times \sqrt{2} =$ _____

為什麼？

〈例〉

❶ $\sqrt{3} \times \sqrt{7}$

❷ $-2\sqrt{5} \times 3\sqrt{3}$

❸ $-\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}$

★筆記



☆若 $a \geq 0, b \geq 0$ ，則 $\sqrt{a} \times \sqrt{b} =$ _____。



牛刀小試 3

計算下列各式

1. $\sqrt{3} \times 5$

2. $\sqrt{2} \times \sqrt{7}$

3. $\sqrt{5} \times (-\sqrt{2})$

4. $5\sqrt{2} \times 3\sqrt{7}$

5. $2\sqrt{3} \times \sqrt{10}$

6. $2\sqrt{7} \times 4\sqrt{7}$



$$\odot \sqrt{6} \div \sqrt{3} = \underline{\hspace{2cm}}$$

為什麼？

〈例〉

$$\textcircled{1} \sqrt{10} \div \sqrt{2}$$

$$\textcircled{2} \sqrt{14} \div \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$$

★筆記

$$\sqrt{a} \div \sqrt{b}$$

為什麼 b 不能等於 0？



☆若 $a \geq 0$ ， $b > 0$ ($b \neq 0$)

則 $\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。



牛刀小試 4

1. $\sqrt{10} \div \sqrt{2}$

4. $\frac{\sqrt{60}}{\sqrt{2}}$

2. $\sqrt{45} \star \sqrt{3}$

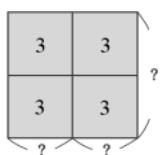
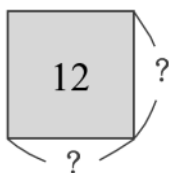
5. $\sqrt{15} \div \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$

3. $-\sqrt{46} \div \sqrt{2}$

6. $\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{3}} \div \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{9}}$



概念 4 最簡根式



★我們發現：

★筆記

不是最簡根式的例子

❶還沒化簡：

❷分母有根號：

❸根號裡面是分數或小數：

☆ $2\sqrt{3}$ 就是 $\sqrt{12}$ 的_____

為什麼？

$$\sqrt{12} = \underline{\hspace{2cm}}$$

☆❶把 $\sqrt{12}$ 化簡成 $2\sqrt{3}$ 的過程稱為化簡根式

❷假設 a 、 b 、 c 都是正整數，如果 a 可以分解成 $a = b^2 \times c$

$$\Rightarrow \sqrt{a} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} = b\sqrt{c}$$

如果 c 的因數中沒有大於 1 的完全平方數，我們說

$b\sqrt{c}$ 就是_____。



牛刀小試 5

1. 下列何者是最簡根式？(複選)

A. $2\sqrt{3}$ 、B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 、C. $\sqrt{0.04}$ 、D. $\sqrt{5}$

2. 下列何者不是最簡根式？(複選)

A. $\sqrt{\frac{2}{5}}$ 、B. $\sqrt{7}$ 、C. $\sqrt{12}$ 、D. $\frac{\sqrt{21}}{7}$

3. 下列何者是最簡根式？(複選)

A. $\sqrt{3}$ 、B. $6\sqrt{11}$ 、C. $\frac{1}{\sqrt{12}}$ 、D. $\sqrt{4}$

4. 下列何者不是最簡根式？(複選)

A. $4\sqrt{2}$ 、B. $\sqrt{\frac{2}{3}}$ 、C. $\sqrt{20}$ 、D. $\frac{\sqrt{3}}{5}$

5. 下列哪些不是最簡根式？(複選)

A. $\sqrt{14}$ 、B. $\sqrt{18}$ 、C. $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}$ 、D. $\frac{\sqrt{5}}{13}$

**例題****②****根式的化簡**

(1) $\sqrt{27}$

(2) $\sqrt{180}$

(3) $\sqrt{8} \times \sqrt{14}$

★筆記

**牛刀小試 6**

將下列各題化為最簡根式：

1. $\sqrt{12}$

4. $\sqrt{21} - \sqrt{7}$

2. $\sqrt{75}$

5. $\sqrt{35} - \sqrt{5}$

3. $\sqrt{50}$

6. $\sqrt{10} - \sqrt{15}$



1. 有理數：_____ 2. 哪一個是最簡根式？

無理數：_____ $\frac{3}{\sqrt{2}}$ 、 $\frac{\sqrt{2}}{3}$

☆有理化分母意思
就是_____

如何有理化分母？

★筆記

◎根號怕什麼？



牛刀小試 7

請將下列分數有理化分母：

1. $\frac{1}{\sqrt{21}}$

4. $\frac{3}{\sqrt{3}}$

2. $\frac{1}{\sqrt{5}}$

5. $\frac{7}{\sqrt{7}}$

3. $\frac{5}{\sqrt{2}}$

6. $\frac{5}{\sqrt{5}}$

**例題****③****有理化分母練習**

(1) $\sqrt{2} \div \sqrt{3}$

(2) $\sqrt{\frac{1}{2}}$

(3) $2\sqrt{15} \div \sqrt{6}$

★筆記

**牛刀小試 8**

計算下列各式並有理化分母

1. $\sqrt{6} \div \sqrt{7}$

5. $\sqrt{\frac{1}{7}}$

2. $\sqrt{5} \div \sqrt{3}$

6. $\sqrt{\frac{1}{5}}$

3. $\sqrt{15} \div \sqrt{10}$

4. $\sqrt{6} \div \sqrt{15}$



例題 4 化為最簡根式 (有理化分母)



(1) $\frac{7}{\sqrt{5}}$

(2) $\sqrt{\frac{75}{9}}$

(3) $\sqrt{0.8}$

★筆記



牛刀小試 9

請將下列分數有理化分母：

1. $\frac{2}{\sqrt{3}}$

4. $\sqrt{\frac{27}{6}}$

2. $\frac{3}{\sqrt{7}}$

5. $\sqrt{\frac{25}{7}}$

3. $\sqrt{\frac{4}{3}}$

6. $\sqrt{0.3}$



根式化簡後有相同方根稱為_____

〈例〉

① $\sqrt{2}$ 的同類方根為_____。

② $\sqrt{3}$ 的同類方根為_____。

$\sqrt{12}$ 和 $\sqrt{3}$ 是同類方根嗎？為什麼？

〈註〉同類方根才能合併（加減）

$$3x + 4x = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$3x + 4 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$x + y = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$3\sqrt{2} + 4 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{3} = \underline{\hspace{2cm}}$$

★筆記



牛刀小試 10

請將下列根式化為最簡根式：

1. 下列何者為 $\sqrt{6}$ 的同類方根？

$$\sqrt{15}、\sqrt{3}、\sqrt{24}、\sqrt{12}$$

2. 下列何者為 $\sqrt{3}$ 的同類方根？

$$\sqrt{5}、\sqrt{12}、\sqrt{22}、\sqrt{14}$$

3. 下列何者不為 $\sqrt{7}$ 的同類方根？

$$\sqrt{63}、\sqrt{27}、\sqrt{28}、2\sqrt{7}$$

4. _____ 為同類方根。

(A) $\sqrt{18}$

(B) $\sqrt{24}$

(C) $\sqrt{50}$

(D) $\sqrt{12}$

5. _____ 為同類方根。

(A) $\sqrt{14}$

(B) $\sqrt{7}$

(C) $\sqrt{2}$

(D) $\sqrt{98}$

6. _____ 為同類方根。

(A) $\sqrt{20}$

(B) $\frac{3}{\sqrt{5}}$

(C) $\sqrt{25}$

(D) $\sqrt{10}$

**例題****5****根式的加減運算**

(1) $2\sqrt{5} + 7\sqrt{5}$

(2) $5\sqrt{11} - 3\sqrt{11}$

★筆記

(3) $5\sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{3} + 3\sqrt{2}$

**牛刀小試 11**

計算下列各式並化簡

(1) $2\sqrt{5} + 4\sqrt{5}$

(2) $3\sqrt{6} + 7\sqrt{6}$

(3) $6\sqrt{3} - \sqrt{3}$

(4) $2\sqrt{2} + 4\sqrt{5} + 3\sqrt{5} + 6\sqrt{2}$

(5) $3\sqrt{3} + 5\sqrt{6} - \sqrt{3} + 4\sqrt{6}$

(6) $5\sqrt{7} - 4\sqrt{2} + 2\sqrt{7} + 7\sqrt{2}$



例題 6 根式先化簡再加減



(1) $\sqrt{12} + 5\sqrt{3}$

(2) $\sqrt{18} + \sqrt{8} - \sqrt{27} + \sqrt{75}$

★筆記

(3) $\sqrt{\frac{3}{2}} - \sqrt{\frac{2}{3}}$



牛刀小試 12

計算下列各式並化簡

1. $\sqrt{24} - \sqrt{6}$

3. $\sqrt{\frac{3}{5}} + \sqrt{\frac{5}{3}}$

2. $\sqrt{2} + \sqrt{4} + \sqrt{8} + \sqrt{16}$

4. $\sqrt{\frac{7}{2}} - \sqrt{\frac{2}{7}}$



例題 7 根式的四則運算



$$(1) \sqrt{3} \times (3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})$$

$$(2) \sqrt{\frac{11}{5}} \times \sqrt{\frac{6}{7}} \div \sqrt{\frac{22}{21}}$$

★筆記

$$(3) (\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})$$



牛刀小試 13

計算下列各式並化簡

$$1. \sqrt{3} \times (3\sqrt{3} + 4\sqrt{6})$$

$$4. \sqrt{\frac{18}{5}} \times \sqrt{\frac{7}{6}} \div \sqrt{\frac{14}{15}}$$

$$2. \sqrt{2} \times (-2\sqrt{10} + \sqrt{18})$$

$$5. \sqrt{\frac{11}{3}} \times \sqrt{\frac{15}{2}} \times \sqrt{\frac{8}{33}}$$

$$3. \sqrt{5} \times (3\sqrt{10} - 2\sqrt{15})$$

$$6. (\sqrt{5} + \sqrt{2})(\sqrt{5} - \sqrt{2})$$



牛刀小試 1

- $\sqrt{5}$
- $8\sqrt{3}$
- $-2\sqrt{10}$
- $-5\sqrt{6}$
- $\frac{2}{5}\sqrt{15}$
- $\frac{1}{3}\sqrt{15}$
- $3\sqrt{2}-3\sqrt{3}$
- $3\sqrt{3+15}$

牛刀小試 2

- $28\sqrt{3}$
- $-27\sqrt{5}$
- $5\sqrt{6}$
- $-\sqrt{10}$
- $-2\sqrt{5}$
- $21\sqrt{6}$

牛刀小試 3

- $5\sqrt{3}$
- $\sqrt{14}$
- $-\sqrt{10}$
- $15\sqrt{14}$
- $2\sqrt{30}$
- 56

牛刀小試 4

- $\sqrt{5}$
- $\sqrt{15}$
- $-\sqrt{23}$
- $\sqrt{30}$
- 3
- $\sqrt{6}$

牛刀小試 5

- AD
- AC
- AB
- BC
- BC

牛刀小試 6

- $2\sqrt{3}$
- $5\sqrt{3}$
- $5\sqrt{2}$
- $7\sqrt{3}$
- $5\sqrt{7}$
- $5\sqrt{6}$

牛刀小試 7

- $\frac{\sqrt{21}}{21}$
- $\frac{\sqrt{5}}{3}$
- $\frac{5\sqrt{2}}{2}$
- $\sqrt{3}$
- $\sqrt{7}$
- $\sqrt{5}$

牛刀小試 8

- $\frac{\sqrt{42}}{7}$
- $\frac{\sqrt{15}}{3}$
- $\frac{\sqrt{6}}{2}$
- $\frac{\sqrt{10}}{5}$
- $\frac{\sqrt{7}}{7}$
- $\frac{\sqrt{5}}{5}$

牛刀小試 9

- $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
- $\frac{3\sqrt{7}}{7}$
- $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
- $\frac{3\sqrt{2}}{2}$
- $\frac{5\sqrt{7}}{7}$
- $\frac{\sqrt{30}}{10}$

牛刀小試 10

- $\sqrt{24}$
- $\sqrt{12}$
- $\sqrt{27}$
- AC
- CD
- AB

牛刀小試 11

- $6\sqrt{5}$
- $10\sqrt{6}$
- $5\sqrt{3}$
- $8\sqrt{2}+7\sqrt{5}$
- $2\sqrt{3}+9\sqrt{6}$
- $7\sqrt{7}+3\sqrt{2}$

牛刀小試 12

- $\sqrt{6}$
- $6+3\sqrt{2}$
- $\frac{8\sqrt{15}}{15}$
- $\frac{5\sqrt{14}}{14}$

牛刀小試 13

- $9+12\sqrt{2}$
- $-4\sqrt{5}+6$
- $15\sqrt{2}-10\sqrt{3}$
- $\frac{3\sqrt{2}}{2}$
- $\frac{2\sqrt{15}}{3}$
- 3



B3 2-3 畢氏定理



概念 ① 畢氏定理

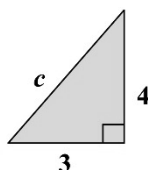
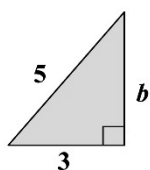
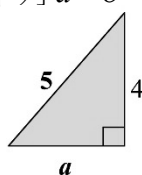


畢氏定理

假設直角三角形斜邊長是 c ，兩股長分別是 a 和 b ，
則_____。

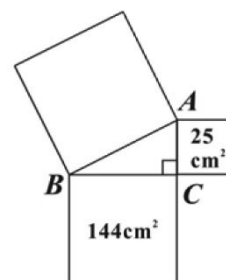
※畢氏定理又稱為_____

〈例〉求下列 a 、 b 、 c 的值。



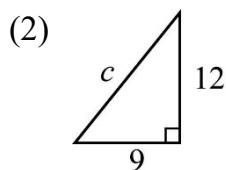
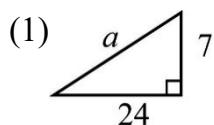
斜邊怎麼找？答：_____。

☆筆記

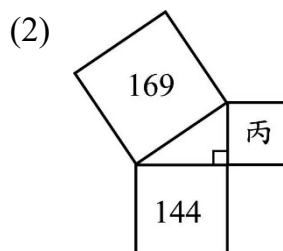
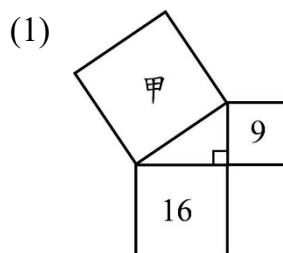


牛刀小試 ①

1. 求直角△的斜邊長



2. 下列各題以直角△三邊長為邊的正方形，
求正方形面積。





例題 1 利用畢氏定理求直角三角形邊長



<p>①</p> <p>$x = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$</p>	<p>②</p> <p>$y = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$</p>	<p>☆筆記</p>
<p>③</p> <p>$z = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$</p>	<p>④</p> <p>$w = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$</p>	



牛刀小試 2

1. 求直角△邊長

(1)

$x = \underline{\hspace{2cm}}$

(2)

$x = \underline{\hspace{2cm}}$

(3)

$x = \underline{\hspace{2cm}}$

(4)

$x = \underline{\hspace{2cm}}$

2. 求直角△邊長

(1)

$x = \underline{\hspace{2cm}}$

(2)

$x = \underline{\hspace{2cm}}$

(3)

$x = \underline{\hspace{2cm}}$

(4)

$x = \underline{\hspace{2cm}}$

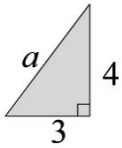


概念

② 常見的直角三角形三邊長

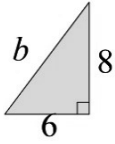


①



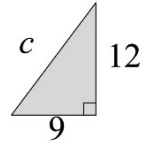
$$a = \underline{\hspace{2cm}}.$$

②



$$b = \underline{\hspace{2cm}}.$$

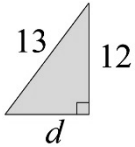
③



$$c = \underline{\hspace{2cm}}.$$

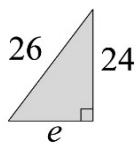
☆筆記

④



$$d = \underline{\hspace{2cm}}.$$

⑤



$$e = \underline{\hspace{2cm}}.$$



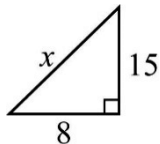
從上面例子，你發現了什麼？



牛刀小試 ③

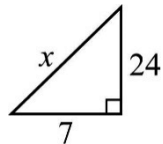
1. 求直角△邊長

(1)



$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

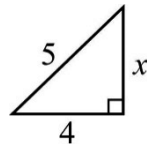
(2)



$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

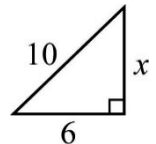
2. 求直角△邊長

(1)



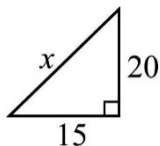
$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

(2)



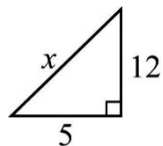
$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

(3)



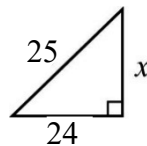
$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

(4)



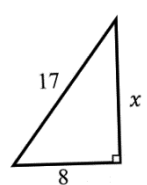
$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

(3)



$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

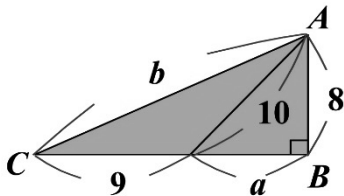
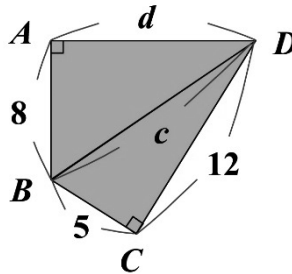
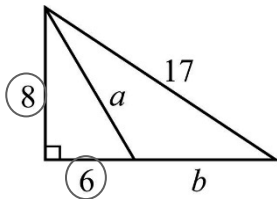
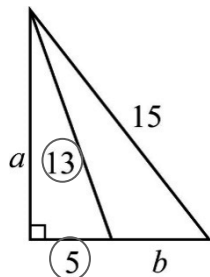
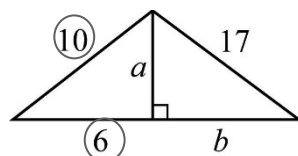
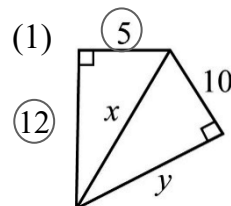
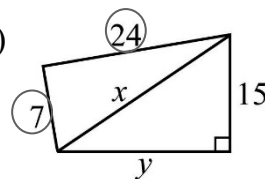
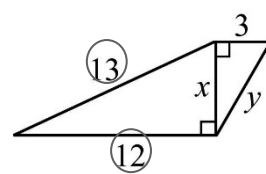
(4)



$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

**例題****②****利用畢氏定理求複合圖形的邊長****〈例〉** 求出下列各圖中邊長 a 、 b 、 c 、 d 的值。

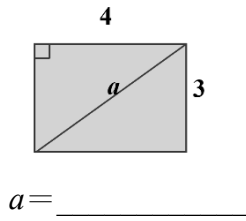
☆筆記

①**②****牛刀小試 4****1. 求下列各題三角形的邊長****(1)** $a = \underline{\hspace{2cm}}, b = \underline{\hspace{2cm}}$ **(2)** $a = \underline{\hspace{2cm}}, b = \underline{\hspace{2cm}}$ **(3)** $a = \underline{\hspace{2cm}}, b = \underline{\hspace{2cm}}$ **2. 求下列各題三角形的邊長****(1)** $x = \underline{\hspace{2cm}}, y = \underline{\hspace{2cm}}$ **(2)** $x = \underline{\hspace{2cm}}, y = \underline{\hspace{2cm}}$ **(3)** $x = \underline{\hspace{2cm}}, y = \underline{\hspace{2cm}}$

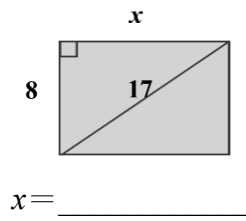


利用畢氏定理，求出下列長方形的對角線長。

①



②



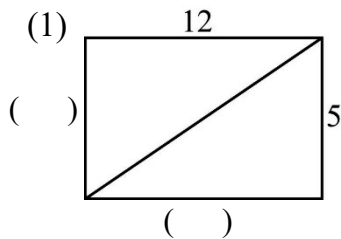
☆筆記



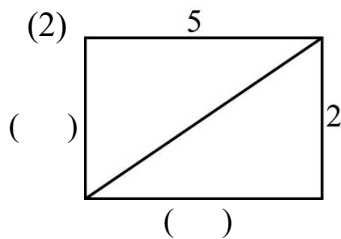
牛刀小試 5

1. 利用畢氏定理，求長方形對角線長

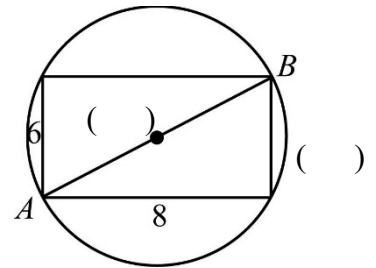
(1)



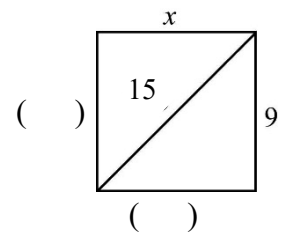
(2)



2. 有一長方形四個頂點都在圓周上，請問此圓直徑？



3. 利用畢氏定理，求長方形邊長及面積



$x = \underline{\hspace{2cm}}$ ，面積 = $\underline{\hspace{2cm}}$

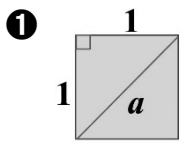


例題 3 正方形的對角線長

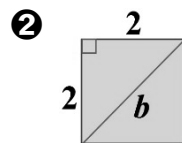


利用畢氏定理，求出下列各正方形的對角線長。

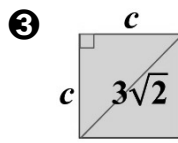
☆筆記



$$a = \underline{\hspace{2cm}}.$$



$$b = \underline{\hspace{2cm}}.$$

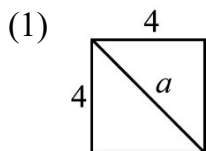


$$c = \underline{\hspace{2cm}}.$$

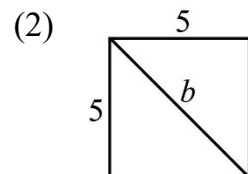


牛刀小試 6

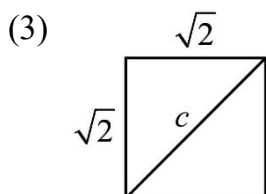
1. 利用畢氏定理，求正方形對角線長



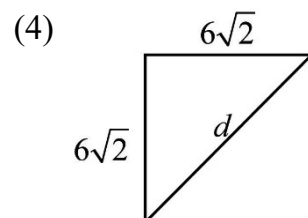
$$a = \underline{\hspace{2cm}}$$



$$b = \underline{\hspace{2cm}}$$

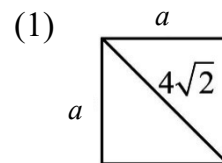


$$c = \underline{\hspace{2cm}}$$

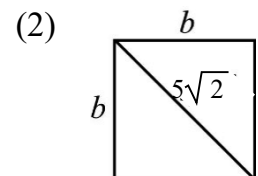


$$d = \underline{\hspace{2cm}}$$

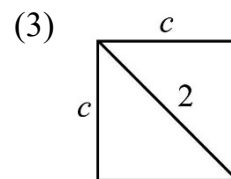
2. 利用畢氏定理，求正方形邊長



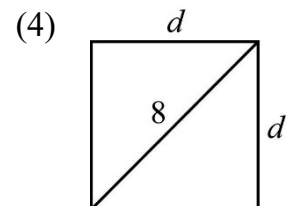
$$a = \underline{\hspace{2cm}}$$



$$b = \underline{\hspace{2cm}}$$



$$c = \underline{\hspace{2cm}}$$



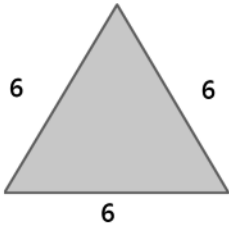
$$d = \underline{\hspace{2cm}}$$



例題 4 正三角形的高和面積



已知：正三角形邊長為 6，求這個正三角形的高與面積。



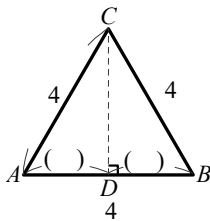
☆筆記



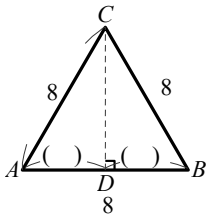
牛刀小試 7

1. 求出下列正△的高與面積

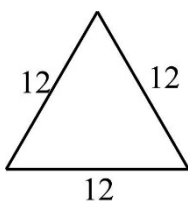
(1)



(2)

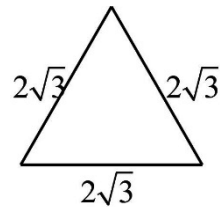


(3)

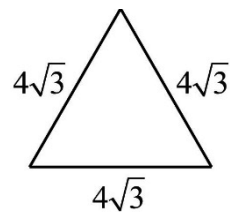


2. 求出下列正△的高與面積

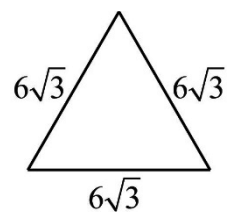
(1)



(2)

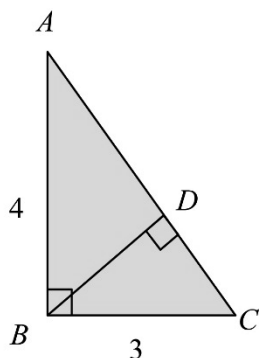


(3)





求直角 $\triangle ABC$ 斜邊上的高 \overline{BD} 為多少？



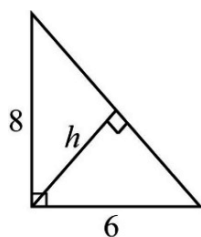
☆筆記



牛刀小試 8

1. 求直角 \triangle 斜邊上的高

(1)



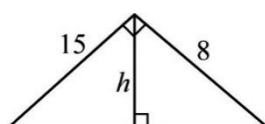
$h = \underline{\hspace{2cm}}$

① \triangle 斜邊:

② \triangle 面積:

③ $\frac{\text{底} \times h}{2} = \text{面積}$

(2)



$h = \underline{\hspace{2cm}}$

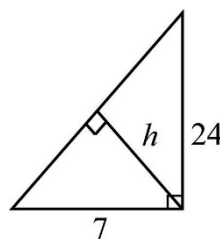
① \triangle 斜邊:

② \triangle 面積:

③ $\frac{\text{底} \times h}{2} = \text{面積}$

2. 求直角 \triangle 斜邊上的高

(1)



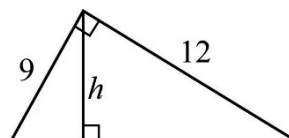
$h = \underline{\hspace{2cm}}$

① \triangle 斜邊:

② \triangle 面積:

③ $\frac{\text{底} \times h}{2} = \text{面積}$

(2)



$h = \underline{\hspace{2cm}}$

① \triangle 斜邊:

② \triangle 面積:

③ $\frac{\text{底} \times h}{2} = \text{面積}$



已知數線上有兩點 $A(a)$ 、 $B(b)$ ，

則 A 、 B 兩點距離 $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

〈例〉數線上的兩點距離

① $A(3)$ 、 $B(5)$ ， $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 ② $C(3)$ 、 $D(-2)$ ， $\overline{CD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

〈例〉坐標平面上兩點的距離。

① $A(3, 2)$ 、 $B(5, 2)$ ， $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 ② $C(1, 3)$ 、 $D(1, -2)$ ， $\overline{CD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

☆筆記



牛刀小試 9

1. 求出數線上兩點的距離

(1) $A(3)$ 、 $B(-1)$ ， $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) $C(2)$ 、 $D(7)$ ， $\overline{CD} = \underline{\hspace{2cm}}$

(3) $E(-3)$ 、 $F(-9)$ ， $\overline{EF} = \underline{\hspace{2cm}}$

2. 求出數線上兩點的距離

(1) $A(4, 5)$ 、 $B(4, 7)$ ， $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) $C(0, -1)$ 、 $D(0, 4)$ ， $\overline{CD} = \underline{\hspace{2cm}}$

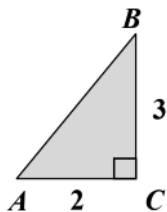
(3) $E(-3, -4)$ 、 $F(-8, -4)$ ， $\overline{EF} = \underline{\hspace{2cm}}$



1. 複習畢氏定理：

已知： $\overline{AC}=2$ ， $\overline{BC}=3$ ，

求 $\overline{AB}=?$



坐標平面上兩點距離公式

☆筆記



牛刀小試 10

1. 求出直角坐標上兩點的距離

(1) $A(0,3)$ 、 $B(4,0)$ ， $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) $C(5,0)$ 、 $D(0,-12)$ ， $\overline{CD} = \underline{\hspace{2cm}}$

(3) $E(9,3)$ 、 $F(3,11)$ ， $\overline{EF} = \underline{\hspace{2cm}}$

2. 求出直角坐標上兩點的距離

(1) $A(7,3)$ 、 $B(2,9)$ ， $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) $C(-5,-7)$ 、 $D(5,3)$ ， $\overline{CD} = \underline{\hspace{2cm}}$

(3) $E(5,1)$ 、 $F(1,-3)$ ， $\overline{EF} = \underline{\hspace{2cm}}$



牛刀小試 1

1.
 - (1) $a=25$
 - (2) $c=15$
2.
 - (1) 甲 $=25$
 - (2) 丙 $=25$

牛刀小試 2

1.
 - (1) $x=\sqrt{13}$
 - (2) $x=\sqrt{41}$
 - (3) $x=3\sqrt{2}$
 - (4) $x=4\sqrt{2}$
2.
 - (1) $x=3$
 - (2) $x=\sqrt{19}$
 - (3) $x=\sqrt{51}$
 - (4) $x=12$

牛刀小試 3

1.
 - (1) $x=17$
 - (2) $x=25$
 - (3) $x=25$
 - (4) $x=13$
2.
 - (1) $x=3$
 - (2) $x=8$
 - (3) $x=7$
 - (4) $x=15$

牛刀小試 4

1.
 - (1) $a=10, b=9$
 - (2) $a=12, b=4$
 - (3) $a=8, b=15$
2.
 - (1) $x=13, y=\sqrt{69}$
 - (2) $x=25, y=20$
 - (3) $x=5, y=\sqrt{34}$

牛刀小試 5

1.
 - (1) 13
 - (2) $\sqrt{29}$
2. 10
3. $x=12$, 面積 $=108$

牛刀小試 6

1.
 - (1) $4\sqrt{2}$
 - (2) $5\sqrt{2}$
 - (3) 2
 - (4) 12
2.
 - (1) 4
 - (2) 5
 - (3) $\sqrt{2}$
 - (4) $4\sqrt{2}$

牛刀小試 7

1.
 - (1) 高 $=2\sqrt{3}$, 面積 $=4\sqrt{3}$
 - (2) 高 $=4\sqrt{3}$, 面積 $=16\sqrt{3}$
 - (3) 高 $=6\sqrt{3}$, 面積 $=36\sqrt{3}$
2.
 - (1) 高 $=3$, 面積 $=3\sqrt{3}$
 - (2) 高 $=6$, 面積 $=12\sqrt{3}$
 - (3) 高 $=9$, 面積 $=27\sqrt{3}$

牛刀小試 8

1.
 - (1) $h=\frac{24}{5}$
 - (2) $h=\frac{120}{17}$
2.
 - (1) $h=\frac{168}{25}$
 - (2) $h=\frac{36}{5}$

牛刀小試 9

1.
 - (1) 4
 - (2) 5
 - (3) 6
2.
 - (1) 2
 - (2) 5
 - (3) 5

牛刀小試 10

1.
 - (1) 5
 - (2) 13
 - (3) 10

2.
 - (1) $\sqrt{61}$
 - (2) $10\sqrt{2}$
 - (3) $4\sqrt{2}$



B3 3-1 因式分解



概念 ① 用除法判別因式和倍式



一、因數與倍數

(1) 2 是不是 16 的因數？

(2) 5 是不是 16 的因數？

二、因式和倍式

(1) $(x+1)$ 是不是 (x^2+3x+2) 的因式？

(2) $(x+4)$ 是不是 (x^2+3x+2) 的因式？



如果正整數 A 、 B 、 C 都不是 0



如果多項式 A 、 B 、 C 都不是 0

☆筆記



牛刀小試 1

1. (1) 3 是不是 30 的因數？

(2) 20 是不是 5 的倍數？

(3) 32 是不是 6 的倍數？

2. (1) 2 是不是 12 的因數？

(2) 24 是不是 12 的倍數？

(3) 1 是不是 13 的因數？

3. (1) $(x+2)$ 是 (x^2+6x+8) 的因式嗎？

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{c} \curvearrowright \\ x + (\quad) \end{array} \\
 \hline
 (x+2) \overline{) x^2 + \quad 6x \quad + 8} \\
 \underline{x^2 + (\quad)x} \\
 (\quad)x + 8 \\
 \underline{(\quad)x + (\quad)} \\
 (\quad)
 \end{array}$$

(2) $(x-3)$ 是 (x^2+6x+9) 的因式嗎？

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{c} \curvearrowright \\ x + (\quad) \end{array} \\
 \hline
 (x-3) \overline{) x^2 + \quad 6x \quad + 9} \\
 \underline{x^2 + (\quad)x} \\
 (\quad)x + 9 \\
 \underline{(\quad)x + (\quad)} \\
 (\quad)
 \end{array}$$



(1) $6 \div 2$

(2) $(x^2 + 3x + 2) \div (x + 1)$

☆筆記

$x^2 + 3x + 2 = (x + 1)(x + 2)$

請圈出 $(x^2 + 3x + 2)$ 的因式

$(x + 1) \cdot (x + 2) \cdot (x^2 + 3x + 2)$

$1 \cdot (x + 1)(x + 2) \cdot 3$

$6 = 2 \times 3$ 我們說

① 2 和 3 是 6 的_____

② 6 是 2 和 3 的_____

若多項式 A 、 B 、 C 都不為 0

$A = B \times C$

 \Rightarrow ① B 和 C 是 A 的_____② A 是 B 和 C 的_____

牛刀小試 2

1. $(x^2 + 3x + 2) = (x + 2)(x + 1)$

 $(x + 2)$ 是 $(x^2 + 3x + 2)$ 的_____式 $(x^2 + 3x + 2)$ 是 $(x + 1)$ 的_____式

2. $(x^2 + 4x + 3) = (x + 1)(x + 3)$

 $(x + 1)$ 是 $(x^2 + 4x + 3)$ 的_____式 $(x^2 + 4x + 3)$ 是 $(x + 3)$ 的_____式

3. $(x^2 + 6x + 8) = (x + 4)(x + 2)$

 $(x^2 + 6x + 8)$ 是 $(x + 2)$ 的_____式 $(x + 4)$ 是 $(x^2 + 6x + 8)$ 的_____式

4. $x^2 - 9x + 8 = (x - 1)(x - 8)$

請圈出 $x^2 - 9x + 8$ 的因式

$(x + 1) \cdot (x - 1) \cdot (x + 8) \cdot (x - 8) \cdot$

$(x^2 - 9x + 8) \cdot (x - 1)(x - 8)$

5. $2x^2 + 3x - 5 = (x - 1)(2x + 5)$

請圈出 $2x^2 + 3x - 5$ 的因式

$(x - 1) \cdot (2x + 5) \cdot (x - 1)(2x + 5) \cdot$

$(2x^2 + 3x - 5) \cdot x$



① $2 \times 3 = 6$

$$6 = 2 \times 3$$

\Rightarrow



☆ 將一個 x 的二次式寫成兩個 x 的一次式乘積，我們稱這樣的過程為這個二次式的_____。

② $(x+1)(x+2) = x^2 + 3x + 2$

$$x^2 + 3x + 2 = (x+1)(x+2)$$

\Rightarrow

☆筆記

請將 $(x^2 - 5x + 6)$ 因式分解

$$\begin{array}{r} x-3 \\ x-2 \overline{) x^2 - 5x + 6} \\ \underline{x^2 - 5x + 6} \\ 0 \end{array}$$



牛刀小試 3

1. 若 $(x+2)$ 是 $(x^2 + 7x + 10)$ 的因式，請因式分解 $x^2 + 7x + 10$ 。

$$\begin{array}{r} x + (\quad) \\ x+2 \overline{) x^2 + 7x + 10} \\ \underline{x^2 + (\quad)x} \\ (\quad)x + 10 \\ (\quad)x + (\quad) \\ \hline (\quad) \end{array}$$

2. 若 $(x+6)$ 是 $(x^2 + 13x + 42)$ 的因式，請因式分解 $x^2 + 13x + 42$ 。

$$\begin{array}{r} x + (\quad) \\ x+6 \overline{) x^2 + 13x + 42} \\ \underline{x^2 + (\quad)x} \\ (\quad)x + 42 \\ (\quad)x + (\quad) \\ \hline (\quad) \end{array}$$

3. 若 $(x-2)$ 是 $(x^2 + 6x - 16)$ 的因式，請因式分解 $x^2 + 6x - 16$ 。

$$\begin{array}{r} x + (\quad) \\ x-2 \overline{) x^2 + 6x - 16} \\ \underline{x^2 + (\quad)x} \\ (\quad)x - 16 \\ (\quad)x + (\quad) \\ \hline (\quad) \end{array}$$

4. 若 $(x-3)$ 是 $(x^2 + 4x - 21)$ 的因式，請因式分解 $x^2 + 4x - 21$ 。

$$\begin{array}{r} x + (\quad) \\ x-3 \overline{) x^2 + 4x - 21} \\ \underline{x^2 + (\quad)x} \\ (\quad)x - 21 \\ (\quad)x + (\quad) \\ \hline (\quad) \end{array}$$



例題 ① 因式分解的意義



若 $6x^2 + x - 15$ 可以被因式分解為 $(2x-3)(ax+b)$ ，則 a 和 b 的值是多少？

☆筆記



牛刀小試 4

1. 若 $12x^2 + 5x - 2$ 可以被分解為 $(3x+2)(ax+b)$ ，則 a 和 b 值各為多少？

3. 若 $3x^2 + 16x + 5$ 可以被分解為 $(x+a)(bx+1)$ ，則 a 和 b 的值各為多少？

$$x \cdot bx = (\quad) \quad \bigg| \quad +a \cdot (+1) = (\quad)$$

2. 若 $2x^2 - x - 6$ 可以被分解為 $(2x+a)(bx-2)$ ，則 a 和 b 的值各為多少？

$$\begin{array}{l|l} 2x \cdot bx = 2x^2 & +a \cdot (-2) = (\quad) \\ (2 \cdot b)x^2 = 2x^2 & \\ 2 \cdot b = 2 & \\ b = (\quad) & \end{array}$$

4. 若 $4x^2 + 10x + 6$ 可以被分解為 $(2x+a)(bx+3)$ ，則 a 和 b 的值各為多少？

$$2x \cdot bx = (\quad) \quad \bigg| \quad +a \cdot (+3) = (\quad)$$



◎像 $A \times B$ 和 $A \times C$ 這樣子的多項式，我們說 A 是他們的_____。

〈例〉

① 6 和 10

② $2x$ 和 x^2

③ $3(x+1)$ 和 $(x+1)^2$

☆筆記

①公因數是否只有一個？

②公因式是否只有一個？



牛刀小試 5

1. 下列各多項式中，哪些是 $2x^2$ 和 $6x$ 的公因式？_____。

(A) 2

(B) x

(C) $2x$

(D) $2x^2$

$$2x^2 = 2 \cdot x \cdot x$$

$$6x = (\quad) \cdot x$$

2. 下列各多項式中，哪些是 $3x^2$ 和 $9x$ 的公因式？_____。

(A) 1

(B) 3

(C) x

(D) $3x$

(E) $3x^2$

$$3x^2 =$$

$$9x =$$

3. 下列各多項式中，哪些是 $(2x-1)(x+4)$ 和 $(2x-1)(x+5)$ 的公因式？_____。

(A) $x+4$

(B) $x+5$

(C) $2x-1$

(D) $2x+1$

4. 下列各多項式中，哪些是 $(2x+1)^2$ 和 $(2x+1)(x+5)$ 的公因式？_____。

(A) $2x$

(B) $2x+1$

(C) $(2x+1)^2$

(D) $(2x+1)(x+5)$

提示： $(2x+1)^2 = (2x+1) \cdot (2x+1)$



概念

⑤ 利用提出公因式做因式分解



◎原理

$$A \times (B + C) =$$

$$\Rightarrow A \times B + A \times C =$$

〈例〉

① $ax + bx$

② $x^2 - 2x$

③ $3a^2 + 6a$

☆筆記



牛刀小試 6

1. 利用提出公因式做因式分解

(1) $ax - bx$

(2) $x^2 + x$

(3) $7x^2 + 8x$

(4) $9x^2 - 4x$

2. 利用提出公因式做因式分解

(1) $2ax + 4bx$

(2) $3x^2 - 15x$

(3) $7x^2 + 14x$

(4) $5a^2 - 10a$



例題 ② 提出公因式練習 1



(1) $x(3x-2)-x(x+1)$

(2) $a(1-2a)+a(3a+5)$

☆筆記



牛刀小試 7

1. 因式分解下列各式

(1) $x^2+x(x+1)$

提=

去=

併=

(2) $3x^2+x(x-1)$

(3) $4x^2+x(2x+3)$

(4) $x(x+1)+x(2x-3)$

2. 因式分解下列各式

(1) $x^2-x(2x-1)$

提=

去=

併=

(2) $4x^2-x(x+1)$

(3) $3x^2-x(2x-5)$

(4) $x(2x+5)-x(3-3x)$



例題 ③ 提出公因式練習 2



(1) $(x-2)(x+3) + (x+2)(x-2)$ (2) $(2x-5)^2 - (2x-5)(3x-1)$

☆筆記



牛刀小試 8

1. 因式分解下列各式

(1) $x \cdot \boxed{(x-1)} + 2 \cdot \boxed{(x-1)}$

提 = () [() + ()]

併 = () ()

(2) $x(3x+2) - 5(3x+2)$

(3) $4x \cdot \boxed{(x+5)} - \boxed{(x+5)} \cdot (3x+2)$

提 = () [() - ()]

去 = () ()

併 = () ()

2. 因式分解下列各式

(1) $(3x-4)^2 - (3x-4)$

= $\boxed{(3x-4)} \cdot \boxed{(3x-4)} - 1 \cdot \boxed{(3x-4)}$

提 = () [() - ()]

去 = () ()

併 = () ()

(2) $(2x-5)^2 - 2(2x-5)$

= $\boxed{(2x-5)} \cdot \boxed{(2x-5)} - 2 \cdot \boxed{(2x-5)}$

提 =

去 =

併 =

(3) $2(x-3)^2 - (x-3)$

= $2 \cdot \boxed{(x-3)} \cdot \boxed{(x-3)} - 1 \cdot \boxed{(x-3)}$

提 = () [() () - ()]

去 = () []

併 = () ()



概念

⑥ $a-b$ 和 $b-a$ 差多少？問題： $(a-b)$ 和 $(b-a)$ 一樣嗎？

① $3-2=$

$2-3=$

② $a-b$ 和 $b-a$ 一樣嗎？為什麼？

☆ $(3-2)=$

☆ $a-b$ 和 $b-a$ 差多少？

整理：

$(a-b)=$

$(a-b)^{\text{奇}}=$

$(a-b)^2=$

$(a-b)^{\text{偶}}=$

☆筆記



牛刀小試 9

1. 請在空格中填入適當的符號

(1) $+(2-x)=\square(x-2)$

(2) $-(3-4x)=\square(4x-3)$

(3) $+5(2-3x)=\square 5(3x-2)$

(4) $-x(5-3x)=\square x(3x-5)$

2. 請在空格中填入適當的符號

(1) $+(2-x)^2=\square(x-2)^2$

(2) $-(2-x)^2=\square(x-2)^2$

(3) $+5(2-3x)^2=\square 5(3x-2)^2$

(4) $-x(2-5x)^2=\square x(5x-2)^2$



例題 4 先變號再提出公因式



(1) $(3x-4)(2x+1)+(4-3x)(x-5)$ (2) $(2-3x)^2+(6x-4)$

☆筆記



牛刀小試 10

1. 因式分解下列各式

(1) $x(x-1)-\underline{(1-x)}$ $\boxed{-}(1-x)=+(x-1)$

$=x \cdot (x-1) \boxed{+} 1 \cdot \underline{(x-1)}$

提= $(\quad)[(\quad)+(\quad)]$

併= $(\quad)(\quad)$

(2) $2x(x-2)+\underline{(2-x)}$

$=2x \cdot (x-2) \boxed{-} 1 \cdot \underline{(x-2)}$

提= $(\quad)[(\quad)-(\quad)]$

併= $(\quad)(\quad)$

2. 因式分解下列各式

(1) $(7x-3)^2-6x\underline{(3-7x)}$ $\boxed{-}(3-7x)=+(7x-3)$

$= (7x-3)(7x-3) \boxed{-} 6x \cdot \underline{(7x-3)}$

提= $(\quad)[(\quad)+(\quad)]$

去= $(\quad)[\quad]$

併= $(\quad)(\quad)$

(2) $(2x-5)^2-(x-6)\underline{(5-2x)}$

$= (2x-5)(2x-5) \boxed{-} (x-6) \underline{(2x-5)}$

提= $(\quad)[(\quad)+(\quad)]$

去= $(\quad)[\quad]$

併= $(\quad)(\quad)$



概念

7 利用平方差公式做因式分解



◎原理 平方差公式

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

$$a^2-b^2=\underline{\hspace{2cm}} \text{ 稱為 } \underline{\hspace{2cm}}$$

〈例〉因式分解

① x^2-4

② $9x^2-16$

☆筆記

(1) ① $9=\underline{\hspace{2cm}}$

② $16=\underline{\hspace{2cm}}$

③ $25=\underline{\hspace{2cm}}$

(2) ① $9x^2=\underline{\hspace{2cm}}$

② $16x^2=\underline{\hspace{2cm}}$

③ $25x^2=\underline{\hspace{2cm}}$



牛刀小試 11

1. $a^2 - 9$

$$=(\quad)^2-(\quad)^2$$

$$=(\quad + \quad)(\quad - \quad)$$

2. x^2-16

3. y^2-25

4. $36x^2 - 49$

$$=(\quad)^2-(\quad)^2$$

$$=(\quad + \quad)(\quad - \quad)$$

5. $64x^2-9$

6. $9x^2-1$

**例題****5 先提公因式再利用平方差公式**

因式分解下列各式

(1) $2a^2 - 8$

(2) $-18x^2 + 50$

(3) $(x+1)^2 - 9$

☆筆記

**牛刀小試 12**

1. $(5) \cdot x^2 - (5) \cdot 4^2$

提數 $= () [()^2 - ()^2]$

平方差 $= () [() + ()] [() - ()]$

2. $(3) \cdot x^2 - (3) \cdot 4^2$

提數 $= () [()^2 - ()^2]$

平方差 $= () [() + ()] [() - ()]$

3. $7a^2 - 63$

$= (7) \cdot a^2 - (7) \cdot 9$

提數 $= () [()^2 - ()^2]$

平方差 $= () [() + ()] [() - ()]$

4. $(x+1)^2 - 4$

$= ()^2 - ()^2$

$= [() + ()] [() - ()]$

$= () ()$

$= () ()$

5. $(2x+3)^2 - 64$

6. $(5x-3)^2 - (x-2)^2$

$= [() + ()] [() - ()]$

$= () ()$

$= () ()$



◎原理

和的平方公式 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ 差的平方公式 $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

① $a^2+2ab+b^2=$ _____

② $a^2-2ab+b^2=$ _____

〈例〉因式分解下列各式

1. ① $x^2+2 \cdot x \cdot 3+3^2=($ _____ $)^2$ 2. ① $x^2+6x+9=$ _____

② $x^2-2 \cdot x \cdot 5+5^2=($ _____ $)^2$ ② $x^2-10x+25=$ _____

☆筆記



牛刀小試 13

1. 因式分解下列各式

(1) $x^2+2 \cdot x \cdot 4+4^2=($ _____ $)^2$

(2) $x^2+2 \cdot x \cdot 6+6^2=($ _____ $)^2$

(3) $x^2-2 \cdot x \cdot 7+7^2=($ _____ $)^2$

(4) $x^2-2 \cdot x \cdot 8+64=($ _____ $)^2$

2. 因式分解下列各式

(1) $x^2+10x+25$

(2) $x^2+16x+64$

(3) $x^2+20x+100$

(4) $x^2-24x+144$

**例題****⑥****利用和或差的平方公式做因式分解**

因式分解下列各式

(1) $9x^2 + 12x + 4$

(2) $16x^2 - 8x + 1$

(3) $2x^2 + 12x + 18$

☆筆記

**牛刀小試 14**

1. 因式分解下列各式

(1) $4x^2 + 4x + 1$

$$= (\quad)^2 + 2 \cdot (\quad) \cdot (\quad) + (\quad)^2$$

$$= (\quad)^2$$

(2) $9x^2 + 12x + 4$

(3) $4y^2 - 20y + 25$

$$= (\quad)^2 - 2 \cdot (\quad) \cdot (\quad) + (\quad)^2$$

$$= (\quad)^2$$

2. 因式分解下列各式

(1) $3x^2 + 12x + 12$

$$= (\quad) (\quad)$$

$$= (\quad) [(\quad)^2 + 2 \cdot (\quad) \cdot (\quad) + (\quad)^2]$$

$$= (\quad) (\quad)^2$$

(2) $2x^2 + 24x + 72$

$$= (\quad) (\quad)$$

$$= (\quad) [(\quad)^2 + 2 \cdot (\quad) \cdot (\quad) + (\quad)^2]$$

$$= (\quad) (\quad)^2$$

(3) $3y^2 - 30y + 75$

$$= (\quad) (\quad)$$

$$= (\quad) [(\quad)^2 - 2 \cdot (\quad) \cdot (\quad) + (\quad)^2]$$

$$= (\quad) (\quad)^2$$



解答

牛刀小試 1

- (1)是；(2)是；(3)不是
- (1)是；(2)是；(3)是
- (1)是；

$$\begin{array}{r} x+(4) \\ x+2 \overline{) x^2+6x+8} \\ \underline{x^2+(2)x} \\ (4)x+8 \\ \underline{(4)x+(8)} \\ (0) \end{array}$$

(2)不是

$$\begin{array}{r} x+(9) \\ x-3 \overline{) x^2+6x+9} \\ \underline{x^2+(-3)x} \\ (9)x+9 \\ \underline{(9)x+(-27)} \\ (36) \end{array}$$

牛刀小試 2

- 因；倍
- 因；倍
- 倍；因
- $(x-1)$ 、 $(x-8)$ 、 (x^2-9x+8) 、 $(x-1)(x-8)$
- $(x-1)$ 、 $(2x+5)$ 、 $(x-1)(2x+5)$ 、 $(2x^2+3x-5)$

牛刀小試 3

- $(x+2)(x+5)$

$$\begin{array}{r} x+(5) \\ x+2 \overline{) x^2+7x+10} \\ \underline{x^2+(2)x} \\ (5)x+10 \\ \underline{(5)x+(10)} \\ (0) \end{array}$$

- $(x+7)(x+6)$

$$\begin{array}{r} x+(7) \\ x+6 \overline{) x^2+13x+42} \\ \underline{x^2+(6)x} \\ (7)x+42 \\ \underline{(7)x+(42)} \\ (0) \end{array}$$

- $(x+8)(x-2)$

$$\begin{array}{r} x+(8) \\ x-2 \overline{) x^2-6x-16} \\ \underline{x^2+(-2)x} \\ (8)x-16 \\ \underline{(8)x+(-16)} \\ (0) \end{array}$$

- $(x-7)(x+3)$

$$\begin{array}{r} x+(7) \\ x-3 \overline{) x^2+4x-21} \\ \underline{x^2+(-3)x} \\ (7)x-21 \\ \underline{(7)x+(-21)} \\ (0) \end{array}$$

牛刀小試 4

- $a=4$ 、 $b=-1$

- $a=3$ 、 $b=1$

$$2x \cdot bx = 2x^2$$

$$(2 \cdot b)x^2 = 2x^2$$

$$2 \cdot b = 2$$

$$b = (1)$$

$$+a \cdot (-2) = -6$$

$$a = 3$$

- $a=5$ 、 $b=3$

$$x \cdot bx = (3x^2)$$

$$(1 \cdot b)x^2 = 3x^2$$

$$1 \cdot b = 3$$

$$b = 3$$

$$+a \cdot (+1) = (5)$$

$$a = 5$$

- $a=2$ 、 $b=2$

$$2x \cdot bx = (4x^2)$$

$$(2 \cdot b)x^2 = 4x^2$$

$$2 \cdot b = 4$$

$$b = 2$$

$$+a \cdot (+3) = (6)$$

$$a = 2$$

牛刀小試 5

- (A)(B)(C)

$$2x^2 = 2 \cdot x \cdot x$$

$$6x = (6) \cdot x$$

- (A)(B)(C)(D)

$$3x^2 = 3 \cdot x \cdot x$$

$$9x = 9 \cdot x$$

- (C)

- (B)

牛刀小試 6

-

$$(1) x(a-b)$$

$$(2) x(x+1)$$

$$(3) x(7x+8)$$

$$(4) x(9x-4)$$

-

$$(1) 2x(a+2b)$$

$$(2) 3x(x-5)$$

$$(3) 7x(x+2)$$

$$(4) 5a(a-2)$$

牛刀小試 7

-

$$(1) x(2x+1)$$

$$\text{提} = x[x+(x+1)]$$

$$\text{去} = x(x+x+1)$$

$$\text{併} = x(2x+1)$$

$$(2) x(4x-1)$$

$$(3) x(6x+3) \text{ 或 } 3x(2x+1)$$

$$(4) x(3x-2)$$

-

$$(1) x(-x+1) \text{ 或 } -x(x-1)$$

$$\text{提} = x[x-(2x-1)]$$

$$\text{去} = x(x-2x+1)$$

$$\text{併} = x(-x+1)$$

$$(2) x(3x-1)$$

$$(3) x(x+5)$$

$$(4) x(5x+2)$$

牛刀小試 8

-

$$(1) (x-1)(x+2)$$

$$\text{提} = (x-1)[(x)+(2)]$$

$$\text{併} = (x-1)(x+2)$$

$$(2) (3x+2)(x-5)$$

$$(3) (x+5)(x-2)$$

$$\text{提} = (x+5)[(4x)-(3x+2)]$$

$$\text{去} = (x+5)(4x-3x-2)$$

$$\text{併} = (x+5)(x-2)$$

-

$$(1) (3x-4)(3x-5)$$

$$\text{提} = (3x-4)[(3x-4)-(1)]$$

$$\text{去} = (3x-4)(3x-4-1)$$

$$\text{併} = (3x-4)(3x-5)$$

$$(2) (2x-5)(2x-7)$$

$$\text{提} = (2x-5)[(2x-5)-(2)]$$

$$\text{去} = (2x-5)(2x-5-2)$$

$$\text{併} = (2x-5)(2x-7)$$

$$(3) (x-3)(2x-7)$$

$$\text{提} = (x-3)[(2)(x-3)-(1)]$$

$$\text{去} = (x-3)(2x-6-1)$$

$$\text{併} = (x-3)(2x-7)$$

牛刀小試 9

1.
(1) -
(2) +
(3) -
(4) +

2.
(1) +
(2) -
(3) +
(4) -

牛刀小試 10

1.
(1) $(x-1)(x+1)$
提 = $(x-1)[(x)+(1)]$
併 = $(x-1)(x+1)$

(2) $(x-2)(2x-1)$
提 = $(x-2)[(2x)-(1)]$
併 = $(x-2)(2x-1)$

2.
(1) $(7x-3)(13x-3)$
 $(7x-3)(7x-3) \boxed{+} 6x \cdot \underline{(7x-3)}$
提 = $(7x-3)[(7x-3)+(6x)]$
去 = $(7x-3)[7x-3+6x]$
併 = $(7x-3)(13x-3)$

(2) $(2x-5)(3x-11)$
 $(2x-5)(2x-5) \boxed{+} (x-6) \underline{(2x-5)}$
提 = $(2x-5)[(2x-5)+(x-6)]$
去 = $(2x-5)[2x-5+x-6]$
併 = $(2x-5)(3x-11)$

牛刀小試 11

1. $(a+3)(a-3)$
 $(a)^2 - (3)^2$
= $(a+3)(a-3)$

2. $(x+4)(x-4)$

3. $(y+5)(y-5)$

4. $(6x-7)(6x+7)$
 $(6x)^2 - (7)^2$
= $(6x+7)(6x-7)$

5. $(8x+3)(8x-3)$

6. $(3x+1)(3x-1)$

牛刀小試 12

1. $5(x+4)(x-4)$
提數 = $5[(x)^2 - (4)^2]$
平方差 = $5(x+4)(x-4)$

2. $3(x+4)(x-4)$
提數 = $3[(x)^2 - (4)^2]$
平方差 = $3(x+4)(x-4)$

3. $7(a+3)(a-3)$
提數 = $7[(a)^2 - (3)^2]$
平方差 = $7(a+3)(a-3)$

4. $(x+3)(x-1)$
 $(x+1)^2 - 2^2$
= $[(x+1)+2][(x+1)-2]$
= $(x+3)(x+1-2)$
= $(x+3)(x-1)$

5. $(2x+11)(2x-5)$

6. $(6x-5)(4x-1)$
= $[(5x-3)+(x-2)][(5x-3)-(x-2)]$
= $(5x-3+x-2)(5x-3-x+2)$
= $(6x-5)(4x-1)$

牛刀小試 13

1.
(1) $(x+4)^2$
(2) $(x+6)^2$
(3) $(x-7)^2$
(4) $(x-8)^2$

2.
(1) $(x+5)^2$
(2) $(x+8)^2$
(3) $(x+10)^2$
(4) $(x-12)^2$

牛刀小試 14

1.
(1) $(2x+1)^2$
= $(2x)^2 + 2 \cdot (2x) \cdot (1) + (1)^2$
= $(2x+1)^2$

(2) $(3x+2)^2$

(3) $(2y-5)^2$
= $(2y)^2 - 2 \cdot (2y) \cdot (5) + (5)^2$
= $(2y-5)^2$

2.
(1) $3(x+2)^2$
= $3(x^2+4x+4)$
= $3[(x)^2 + 2 \cdot (x) \cdot (2) + (2)^2]$
= $3(x+2)^2$

(2) $2(x+6)^2$
= $2(x^2+12x+36)$
= $2[(x)^2 + 2 \cdot (x) \cdot (6) + (6)^2]$
= $2(x+6)^2$

(3) $3(y-5)^2$
= $3(y^2-10y+25)$
= $2[(y)^2 - 2 \cdot (y) \cdot (5) + (5)^2]$
= $2(y-5)^2$



B3 3-2 十字交乘法



概念 ① 乘積展開與因式分解



乘積展開

$$\begin{array}{r} x + 2 \\ \times) x + 3 \\ \hline x^2 \quad \square x \\ \square x \quad \square \\ \hline x^2 + \square x + \square \end{array}$$

$$(x+2)(x+3) = \underline{\hspace{2cm}}$$

因式分解

$$\begin{array}{r} x + \square \\ \times) x + \square \\ \hline x^2 \quad \square x \\ \square x \quad \square \\ \hline x^2 + 5x + 6 \end{array}$$

$$x^2 + 5x + 6 = \underline{\hspace{2cm}}$$

☆筆記

$$x^2 + 5x + 6 = (x+2)(x+3)$$

如何從 $x^2 + 5x + 6$ 找到 2 和 3 這兩個數字呢？



💡-發現：



牛刀小試 ①

1. 請找出符合題意的二數

$$(1) \begin{cases} \text{相乘} = 6 & \square \times \triangle = 6 \\ \text{相加} = 7 & \square + \triangle = 7 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} \text{相乘} = 8 & \square \times \triangle = 8 \\ \text{相加} = 9 & \square + \triangle = 9 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} \text{相乘} = 8 & \square \times \triangle = 8 \\ \text{相加} = 6 & \square + \triangle = 6 \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} \text{相乘} = 10 & \square \times \triangle = 10 \\ \text{相加} = 7 & \square + \triangle = 7 \end{cases}$$

2. 負×負＝正如： $(-2) \times (-3) = 6$

$$(1) \begin{cases} \text{相乘} = 4 & \square \times \triangle = 4 \\ \text{相加} = -5 & \square + \triangle = -5 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} \text{相乘} = 12 & \square \times \triangle = 12 \\ \text{相加} = -7 & \square + \triangle = -7 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} \text{相乘} = -12 & \square \times \triangle = -12 \\ \text{相加} = 1 & \square + \triangle = 1 \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} \text{相乘} = -15 & \square \times \triangle = -15 \\ \text{相加} = -2 & \square + \triangle = -2 \end{cases}$$



因式分解 $x^2 + 5x + 6 =$ _____

$$\begin{array}{c} x \quad \times \quad \square \\ x \quad \times \quad \square \end{array} \begin{array}{l} \\ \end{array} \begin{array}{l} \\ \end{array}$$



☆利用上面的方法把 $x^2 + 5x + 6$ 因式分解
為 $(x+2)(x+3)$ 的作法稱為 _____。

〈練習〉因式分解 $x^2 + 7x + 12$

☆筆記

十字交乘法的步驟

$$x^2 + 5x + 6$$



牛刀小試 2

因式分解下列各式

(1) $x^2 + 7x + 10$

$$\begin{array}{c} x \quad \times \quad \square \\ x \quad \times \quad \square \end{array} \begin{array}{l} \\ \end{array} \begin{array}{l} \\ \end{array} 10$$

$$\square x + \square x = 7x$$

$$x^2 + 7x + 10 = (\quad)(\quad)$$

(2) $x^2 + 5x + 4$

$$\begin{array}{c} x \quad \times \quad \square \\ x \quad \times \quad \square \end{array} \begin{array}{l} \\ \end{array} \begin{array}{l} \\ \end{array} 4$$

$$\square x + \square x = 5x$$

$$x^2 + 5x + 4 = (\quad)(\quad)$$

(3) $x^2 + 8x + 15$

$$\begin{array}{c} x \quad \times \quad \square \\ x \quad \times \quad \square \end{array} \begin{array}{l} \\ \end{array} \begin{array}{l} \\ \end{array}$$

$$\square x + \square x = 8x$$

$$x^2 + 8x + 15 = (\quad)(\quad)$$

(4) $x^2 + 6x + 8$

$$\begin{array}{c} x \quad \times \quad \square \\ x \quad \times \quad \square \end{array} \begin{array}{l} \\ \end{array} \begin{array}{l} \\ \end{array}$$

$$\square x + \square x = 6x$$

$$x^2 + 6x + 8 = (\quad)(\quad)$$

(5) $x^2 + 11x + 18$

$$\begin{array}{c} x \quad \times \quad \square \\ x \quad \times \quad \square \end{array} \begin{array}{l} \\ \end{array} \begin{array}{l} \\ \end{array}$$

$$\square x + \square x = 11x$$

$$x^2 + 9x + 18 = (\quad)(\quad)$$

(6) $x^2 + 9x + 20$

$$\begin{array}{c} x \quad \times \quad \square \\ x \quad \times \quad \square \end{array} \begin{array}{l} \\ \end{array} \begin{array}{l} \\ \end{array}$$

$$\square x + \square x = 9x$$

$$x^2 + 9x + 20 = (\quad)(\quad)$$

(7) $x^2 + 12x + 20$

$$\begin{array}{c} x \quad \times \quad \square \\ x \quad \times \quad \square \end{array} \begin{array}{l} \\ \end{array} \begin{array}{l} \\ \end{array}$$

$$\square x + \square x = 12x$$

$$x^2 + 12x + 20 = (\quad)(\quad)$$

(8) $x^2 + 9x + 14$

$$\begin{array}{c} x \quad \times \quad \square \\ x \quad \times \quad \square \end{array} \begin{array}{l} \\ \end{array} \begin{array}{l} \\ \end{array}$$

$$\square x + \square x = 9x$$

$$x^2 + 9x + 14 = (\quad)(\quad)$$



例題 ① 十字交乘法練習 1



利用十字交乘法做因式分解

(1) $x^2 + 6x + 5$

(2) $x^2 + 6x + 8$

☆筆記



牛刀小試 3

因式分解下列各式

(1) $x^2 + 10x + 21$

(2) $x^2 + 10x + 24$

(3) $x^2 + 14x + 24$

(4) $x^2 + 10x + 16$

(5) $x^2 + 21x + 20$

(6) $x^2 + 13x + 30$

(7) $x^2 + 11x + 30$

(8) $x^2 + 12x + 35$



例題 ② 十字交乘法練習 2



利用十字交乘法做因式分解

(1) $x^2 + 7x + 6$

(2) $x^2 - 5x + 6$

☆筆記



牛刀小試 4

1. 因式分解下列各式

(1) $x^2 + 17x + 16$

(2) $x^2 + 23x + 22$

(3) $x^2 + 10x + 24$

(4) $x^2 + 13x + 36$

2. 因式分解下列各式

(1) $x^2 - 5x + 4$

(2) $x^2 - 16x + 15$

(3) $x^2 - 9x + 14$

(4) $x^2 - 10x + 21$



例題 ③ 十字交乘法練習 3



利用十字交乘法做因式分解

(1) $x^2 + x - 12$

(2) $x^2 - 11x - 12$

☆筆記



牛刀小試 5

1. 因式分解下列各式

(1) $x^2 + x - 6$

(2) $x^2 + 5x - 6$

(3) $x^2 + 9x - 10$

(4) $x^2 + 3x - 10$

2. 因式分解下列各式

(1) $x^2 - x - 6$

(2) $x^2 - 5x - 6$

(3) $x^2 - 4x - 21$

(4) $x^2 - 20x - 21$



乘積展開

$$\begin{array}{r}
 2x + 5 \\
 \times) 3x + 4 \\
 \hline
 \square x^2 \quad \square x \\
 \quad \square x \quad \square \\
 \hline
 \square x^2 + \square x + \square
 \end{array}$$

因式分解

$$\begin{array}{r}
 \square x \quad \square \\
 \times) \square x \quad \square \\
 \hline
 \square x^2 \quad \square x \\
 \quad \square x \quad \square \\
 \hline
 6x^2 + 23x + 20
 \end{array}$$

☆筆記

$$(2x+5)(3x+4) = \underline{\hspace{2cm}} \quad 6x^2 + 23x + 20 = \underline{\hspace{2cm}}$$

☆利用十字交乘法因式分解 $6x^2 + 23x + 20$ 

牛刀小試 6

因式分解下列各題

(1) $2x^2 + 15x + 7$

$$\begin{array}{r}
 x \quad \times \quad \square \\
 2x \quad \times \quad \square \\
 \hline
 \square x + \square x = 15x
 \end{array}$$

$$2x^2 + 15x + 7 = (\underline{\hspace{2cm}})(\underline{\hspace{2cm}})$$

(2) $3x^2 + 8x + 5$

$$\begin{array}{r}
 x \quad \times \quad \square \\
 3x \quad \times \quad \square \\
 \hline
 \square x + \square x = 8x
 \end{array}$$

$$3x^2 + 8x + 5 = (\underline{\hspace{2cm}})(\underline{\hspace{2cm}})$$

(3) $2x^2 + 7x + 5$

$$\begin{array}{r}
 x \quad \times \quad \square \\
 2x \quad \times \quad \square \\
 \hline
 \square x + \square x = 7x
 \end{array}$$

$$2x^2 + 7x + 5 = (\underline{\hspace{2cm}})(\underline{\hspace{2cm}})$$

(4) $6x^2 + 25x + 24$

$$\begin{array}{r}
 2x \quad \times \quad \square \\
 3x \quad \times \quad \square \\
 \hline
 \square x + \square x = 25x
 \end{array}$$

$$6x^2 + 25x + 24 = (\underline{\hspace{2cm}})(\underline{\hspace{2cm}})$$

(5) $6x^2 + 31x + 18$

$$\begin{array}{r}
 2x \quad \times \quad \square \\
 3x \quad \times \quad \square \\
 \hline
 \square x + \square x = 31x
 \end{array}$$

$$6x^2 + 31x + 18 = (\underline{\hspace{2cm}})(\underline{\hspace{2cm}})$$

(6) $6x^2 + 37x + 6$

$$\begin{array}{r}
 x \quad \times \quad \square \\
 6x \quad \times \quad \square \\
 \hline
 \square x + \square x = 37x
 \end{array}$$

$$6x^2 + 37x + 6 = (\underline{\hspace{2cm}})(\underline{\hspace{2cm}})$$



例題 4 十字交乘法練習 4



利用十字交乘法做因式分解

(1) $6x^2 + 17x + 12$

(2) $2x^2 - x - 36$

☆筆記



牛刀小試 7

1. 因式分解下列各式

(1) $10x^2 + 19x + 6$

(2) $12x^2 + 23x + 10$

(3) $14x^2 - 29x + 12$

(4) $16x^2 - 40x + 21$

2. 因式分解下列各式

(1) $2x^2 + x - 21$

(2) $3x^2 + x - 10$

(3) $12x^2 - 5x - 2$

(4) $12x^2 - 8x - 15$

**例題****5****十字交乘法練習 5**

若多項式 $5x^2+17x-12$ 可因式分解成 $(x+a)(bx+c)$ ，其中 a 、 b 、 c 均為整數，則 $a+c$ 之值為何？

【108 會考第 8 題】

☆筆記

**牛刀小試 8**

1. 若多項式 $7x^2+11x-6$ 可因式分解成 $(x+a)(bx+c)$ 其中 a 、 b 、 c 均為整數，則 $a+c$ 之值為何？
2. 若多項式 $5x^2+18x-8$ 可因式分解成 $(x+a)(bx+c)$ 其中 a 、 b 、 c 均為整數，則 $a+c$ 之值為何？
3. 若多項式 $7x^2-3x-10$ 可因式分解成 $(x+a)(bx+c)$ 其中 a 、 b 、 c 均為整數，則 $a+c$ 之值為何？
4. 若多項式 $6x^2-5x-14$ 可因式分解成 $(x+a)(bx+c)$ 其中 a 、 b 、 c 均為整數，則 $a+c$ 之值為何？



牛刀小試 1

- (1) 1, 6
- (2) 1, 8
- (3) 2, 4
- (4) 2, 5
- (5) (-1), (-4)
- (6) (-3), (-4)
- (7) (-3), 4
- (8) (-5), 3

牛刀小試 2

1.

$$\begin{array}{r} x \quad \quad +2 \\ x \quad \quad +5 \\ \hline 2x+5x=7x \end{array}$$

$$x^2+7x+10=(x+2)(x+5)$$

(2) x^2+5x+4

$$\begin{array}{r} x \quad \quad +1 \\ x \quad \quad +4 \\ \hline 1x+4x=5x \end{array}$$

$$x^2+5x+4=(x+1)(x+4)$$

(3) $x^2+8x+15$

$$\begin{array}{r} x \quad \quad +3 \\ x \quad \quad +5 \\ \hline 3x+5x=8x \end{array}$$

$$x^2+8x+15=(x+3)(x+5)$$

(4) x^2+6x+8

$$\begin{array}{r} x \quad \quad +2 \\ x \quad \quad +4 \\ \hline 2x+4x=6x \end{array}$$

$$x^2+6x+8=(x+2)(x+4)$$

2.

(1) $x^2+11x+18$

$$\begin{array}{r} x \quad \quad +2 \\ x \quad \quad +9 \\ \hline 2x+9x=11x \end{array}$$

$$x^2+11x+18=(x+2)(x+9)$$

(2) $x^2+9x+20$

$$\begin{array}{r} x \quad \quad +4 \\ x \quad \quad +5 \\ \hline 4x+5x=9x \end{array}$$

$$x^2+9x+20=(x+4)(x+5)$$

(3) $x^2+12x+20$

$$\begin{array}{r} x \quad \quad +2 \\ x \quad \quad +10 \\ \hline 2x+10x=12x \end{array}$$

$$x^2+12x+20=(x+2)(x+10)$$

(4) $x^2+9x+14$

$$\begin{array}{r} x \quad \quad +2 \\ x \quad \quad +7 \\ \hline 2x+7x=9x \end{array}$$

$$x^2+9x+14=(x+2)(x+7)$$

牛刀小試 3

- (1) $(x+3)(x+7)$
- (2) $(x+4)(x+6)$
- (3) $(x+2)(x+12)$
- (4) $(x+2)(x+8)$
- (5) $(x+1)(x+20)$
- (6) $(x+3)(x+10)$
- (7) $(x+5)(x+6)$
- (8) $(x+5)(x+7)$

牛刀小試 4

- 1.
- (1) $(x+1)(x+16)$
 - (2) $(x+1)(x+22)$
 - (3) $(x+4)(x+6)$
 - (4) $(x+4)(x+9)$
- 2.
- (1) $(x-1)(x-4)$
 - (2) $(x-1)(x-15)$
 - (3) $(x-2)(x-7)$
 - (4) $(x-3)(x-7)$

牛刀小試 5

- 1.
- (1) $(x+3)(x-2)$
 - (2) $(x+6)(x-1)$
 - (3) $(x+10)(x-1)$
 - (4) $(x+5)(x-2)$
- 2.
- (1) $(x+2)(x-3)$
 - (2) $(x-6)(x+1)$
 - (3) $(x+3)(x-7)$
 - (4) $(x+1)(x-21)$

牛刀小試 6

(1) $2x^2+17x+12$

$$\begin{array}{r} 1x \quad \quad +7 \\ 2x \quad \quad +1 \\ \hline 14x+1x=15x \end{array}$$

$$2x^2+15x+7=(x+7)(2x+1)$$

(2) $3x^2+8x+5$

$$\begin{array}{r} 1x \quad \quad +1 \\ 3x \quad \quad +5 \\ \hline 3x+5x=8x \end{array}$$

$$3x^2+8x+5=(x+1)(3x+5)$$

(3) $2x^2+7x+5$

$$\begin{array}{r} 1x \quad \quad +1 \\ 2x \quad \quad +5 \\ \hline 2x+5x=7x \end{array}$$

$$2x^2+7x+5=(x+1)(2x+5)$$

(4) $6x^2+25x+24$

$$\begin{array}{r} 2x \quad \quad +3 \\ 3x \quad \quad +8 \\ \hline 9x+16x=25x \end{array}$$

$$6x^2+25x+24=(2x+3)(3x+8)$$

(5) $6x^2+31x+18$

$$\begin{array}{r} 2x \quad \quad +9 \\ 3x \quad \quad +2 \\ \hline 27x+4x=31x \end{array}$$

$$6x^2+31x+18=(2x+9)(3x+2)$$

(6) $6x^2+37x+6$

$$\begin{array}{r} 1x \quad \quad +6 \\ 6x \quad \quad +1 \\ \hline 36x+1x=37x \end{array}$$

$$6x^2+37x+6=(x+6)(6x+1)$$

牛刀小試 7

- 1.
- (1) $(5x+2)(2x+3)$
 - (2) $(4x+5)(3x+2)$
 - (3) $(7x-4)(2x-3)$
 - (4) $(4x-3)(4x-7)$
- 2.
- (1) $(x-3)(2x+7)$
 - (2) $(x+2)(3x-5)$
 - (3) $(3x-2)(4x+1)$
 - (4) $(2x-3)(6x+5)$

牛刀小試 8

1. -1
2. 2
3. -9
4. 5



B3 4-1 因式分解一元二次方程式



概念 ① 一元二次方程式的意義



$$\begin{array}{c} \boxed{} \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 2\boxed{x^2} + 3\boxed{x} + 1 = 0 \\ \uparrow \quad \quad \uparrow \\ \boxed{} \quad \boxed{} \end{array}$$

☆筆記

一元二次方程式就是化簡後可寫成_____

(其中_____)的形式。



牛刀小試 1

1. 判斷下列各式是不是一元二次方程式，「是」的請畫○，「不是」的請畫×

☐ (1) $3x + 5 = 0$

☐ 一元(未知數)

☐ 二次(最高次方)

☐ 方程式(=)

☐ (2) $2x^2 + x = 7$

☐ 一元

☐ 二次

☐ 方程式

☐ (3) $x^2 - 1 = 0$

☐ 一元

☐ 二次

☐ 方程式

☐ (4) $5x^2 - 4x - 3 = 0$

☐ 一元

☐ 二次

☐ 方程式

☐ (5) $3x^2 - 4x + 5$

☐ 一元

☐ 二次

☐ 方程式

2. 判斷下列各式是不是一元二次方程式，「是」的請畫○，「不是」的請畫×

☐ (1) $3x - 2 = 0$

☐ (2) $x^2 - 5x = 0$

☐ (3) $3x^2 + 1 = 0$

☐ (4) $5x^2 - 6x - 7 = 0$

☐ (5) $3x^2 - 5x + 1$



例題 ① 判別一元二次方程式



判斷下列各式是不是一元二次方程式，「是」的請畫○，「不是」的請畫×，並請說明理由

☐ (1) $2x+3=5$ 理由：_____

☐ (2) x^2+3x-5 理由：_____

☐ (3) $x^2=5$ 理由：_____

☐ (4) $(x-5)(2x+3)=0$ 理由：_____

☐ (5) $x^2+2x+3=(x-1)(x+2)$ 理由：_____

☆筆記



牛刀小試 2

1. 判斷下列各式是哪種式子，填入格子內。

(A)一元一次式 (B)一元一次方程式

(C)二元一次式 (D)二元一次方程式

(E)一元二次式 (F)一元二次方程式

(1) $3x-4$ 是 _____。

(2) $3x^2+4x+5$ 是 _____。

(3) $x-6y=5$ 是 _____。

(4) $3x-7=8$ 是 _____。

(5) $x+2y-5$ 是 _____。

(6) $3x^2+3=x+2$ 是 _____。

2. 試判斷下列各式是否為一元二次方程式，是的畫○，不是的畫×。

☐ (1) $5x-2x^2=9$

☐ (2) $(4x+1)(x-6)=5$

☐ (3) $(2x-4)(x+1)=2x^2-5x+9$

☐ (4) $3x^2=x$

☐ (5) $3x^2+3x+2=(x+2)(2x+1)$

☐ (6) $x^2=4y^2$



(1) $x=2$ ，計算 x^2 和 $-x^2$ 的值

☆筆記

(2) $x=-3$ ，計算 $3x^2$ 和 $-2x^2$ 的值

☆ 3×2^2 怎麼算？

1. 先算 $2^2=2 \times 2$ (自乘 2 遍)

2. 再乘數字 3

$$\begin{aligned} 3 \times 2^2 &= 3 \times (2 \times 2) \\ &= 3 \times 4 = 12 \end{aligned}$$



牛刀小試 3

1. $x=3$ ，計算下列各值

(1) x^2 的值

(2) $-x^2$ 的值

2. $x=-2$ ，計算

(1) $3x^2$ 的值

(2) $-2x^2$ 的值

3. $x=4$ ，計算下列各值

(1) x^2 的值

(2) $-x^2$ 的值

4. $x=-5$ ，計算

(1) $3x^2$ 的值

(2) $-2x^2$ 的值



概念

②

一元二次方程式的「解」或「根」



2 是否為一元二次方程式 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 的解？

☆筆記

1. 將 x 用某數字 1、2... 代入方程式中

2. 「解」或「根」：

計算後的數值可使_____，
則某數字就稱方程式的「解或根」



牛刀小試 4

1. (1) 1 是不是方程式 $x^2 + 3x - 10 = 0$ 的解？

2. (1) 5 是否為方程式 $x^2 - 3x - 10 = 0$ 的解？

(2) 3 是不是方程式 $2x^2 - 3x - 9 = 0$ 的解？

(2) -2 是否為方程式 $4x^2 + 9x - 2 = 0$ 的解？



例題 ② 判別是不是解



(1)-1 是不是方程式 $5x^2+3x-2=0$ 的解？

☆筆記

(2)-2 是不是方程式 $(x-3)(x+2)=0$ 的解？



牛刀小試 5

1. (1)-7 是否為方程式 $(x+7)(3x+5)=0$ 的解？

(2) 2 是否為方程式 $(5x-2)(3x+5)=12$ 的解？

(3) 想想看，符合 $(\square+2) \times (\square-5)=0$ 則 \square 可以填那些數？
 \square 內的數就是方程式的解

2. (1) 下列各數中，哪些是一元二次方程式 $x^2-x=6$ 的解？

- (A) $x=3$ (B) $x=1$
(C) $x=2$ (D) $x=-2$
答：_____。

(2) 下列各數中，哪些是一元二次方程式 $2x^2-2x=12$ 的解？

- (A) $x=3$ (B) $x=1$
(C) $x=2$ (D) $x=-2$
答：_____。

(3) 由(1)(2)中，請問一元二次方程式 $x^2-x=6$ 和 $2x^2-2x=12$ 的解是否相同？答：_____。



(1) $x-3=0$

(2) $2x+6=0$

☆筆記

(3) $3x-4=0$

(4) $-x+5=0$



牛刀小試 6

1. 解一元一次方程式

(1) $x-3=0$

(4) $3x-4=0$

(2) $x+4=0$

(5) $-x+5=0$

(3) $2x+6=0$

(6) $-x-4=0$



概念

③ $A \times B = 0$ ，則 $A = 0$ 或 $B = 0$



$$(x - 3)(x + 2) = 0$$

☆筆記

$A \times B = 0$ ，則_____。



牛刀小試 7

1. 解一元二次方程式

(1) $(x - 3)(x + 7) = 0$

(2) $(x - 2)(x + 11) = 0$

(3) $(x - 9)(x - 12) = 0$

2. 解一元二次方程式

(1) $(x - 4)(x + 5) = 0$

(2) $(x - 5)(x + 1) = 0$

(3) $(x - 8)(x - 4) = 0$

**例題****③** $A \times B = 0$ ，則 $A = 0$ 或 $B = 0$ 

(1) $x(3x-1)=0$

(2) $(2x-1)(2x+3)=0$

☆筆記

**牛刀小試 8**

1. 解一元二次方程式

(1) $x(x+2)=0$

(4) $(2x-4)(7x+14)=0$

(2) $x(2x+3)=0$

(5) $(8x-4)(10x+5)=0$

(3) $3x(4x-1)=0$

(6) $(3x-1)(3x+4)=0$



溫故知新 ③ 運用提出公因式作因式分解



(1) $x^2 + x$

(2) $3x^2 - 5x$

☆筆記

(3) $x + 5x - 1 + (x - 2)(x - 1)$

(4) $(x - 2)^2 + 3(x - 2)$



牛刀小試 9

1. 利用提公因式作因式分解

(1) $x^2 - x$

(2) $5x^2 + 4x$

(3) $(x + 3)(x + 5) + (x - 2)(x + 5)$

(4) $(x + 6)(x - 3) + (x - 3)(x + 7)$

(5) $(x - 5)^2 + 2(x - 5)$

(6) $(2x - 3)^2 + 4(2x - 3)$



$$x^2 - 3x = 0$$

☆筆記

將二次方程分

$$\begin{array}{c} \text{解成}(\quad)(\quad)=0 \\ \swarrow \quad \searrow \\ (\quad)=0 \text{ 或 } (\quad)=0 \end{array}$$



牛刀小試 10

1. 利用提公因式解一元二次方程式

(1) $x^2 + x = 0$

(2) $x^2 - x = 0$

(3) $x^2 + 4x = 0$

(4) $x^2 - 5x = 0$

2. 利用提公因式解一元二次方程式

(1) $x^2 + 8x = 0$

(2) $x^2 - 7x = 0$

(3) $x^2 + 9x = 0$

(4) $x^2 - 6x = 0$



例題 4 利用提公因式解一元二次方程 (單項)



(1) $3x^2 + 4x = 0$

(2) $x^2 - x = 0$

(3) $-x^2 + 6x = 0$

☆筆記



牛刀小試 11

1. 解一元二次方程式

(1) $3x^2 - 2x = 0$

(2) $4x^2 + 7x = 0$

(3) $9x^2 + 3x = 0$

(4) $8x^2 - 4x = 0$

(5) $-x^2 + 4x = 0$

(6) $-3x^2 + 8x = 0$



例題 5 利用提公因式解一元二次方程式 (多項)



(1) $(x+3)(2x+7)=(x+3)(x+1)$ (2) $(x-2)^2=3(x-2)$

☆筆記



牛刀小試 12

1. 解一元二次方程式

(1) $(2x+5)(x-2)=(x+2)(x-2)$
 移 $(2x+5)(x-2)-(x+2)(x-2)=0$
 提 $(x-2)[(2x+5)-(x+2)]=0$
 去 $(x-2)(2x+5-x-2)=0$
 併 $(x-2)(x+3)=0$
 算

(2) $(3x+7)(x-4)=(x+2)(x-4)$
 移
 提
 去
 併
 算

(3) $(2x+5)(x+1)=(x-7)(x+1)$
 移
 提
 去
 併
 算

2. 解一元二次方程式

(1) $(x-3)^2=5(x-3)$

(2) $(3x+2)^2=4(3x+2)$

(3) $(2x-3)^2+4(2x-3)=0$



溫故知新 ④ 運用十字交乘法作因式分解



(1) $x^2 + 8x + 7$

(2) $x^2 - 6x + 5$

☆筆記

(3) $2x^2 + 9x - 5$

(4) $3x^2 - 2x - 5$



牛刀小試 13

1. 運用十字交乘法作因式分解

(1) $x^2 + 8x + 7$

$$\begin{array}{r} x \quad \quad \quad \square \\ x \quad \quad \quad \square \\ \hline \square x + \square x = 8x \end{array}$$

(2) $x^2 - 6x + 5$

$$\begin{array}{r} x \quad \quad \quad \square \\ x \quad \quad \quad \square \\ \hline \square x + \square x = -6x \end{array}$$

(3) $x^2 + 8x - 9$

$$\begin{array}{r} x \quad \quad \quad \square \\ x \quad \quad \quad \square \\ \hline \square x + \square x = 8x \end{array}$$

(4) $x^2 - 2x - 8$

$$\begin{array}{r} x \quad \quad \quad \square \\ x \quad \quad \quad \square \\ \hline \square x + \square x = -2x \end{array}$$

(5) $2x^2 - 3x - 5$

$$\begin{array}{r} x \quad \quad \quad \square \\ x \quad \quad \quad \square \\ \hline \square x + \square x = -3x \end{array}$$

(6) $3x^2 + 2x - 5$

$$\begin{array}{r} x \quad \quad \quad \square \\ x \quad \quad \quad \square \\ \hline \square x + \square x = 2x \end{array}$$



$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

☆筆記

因為沒有公因式，可利用十字交乘法分解成()()=0
再解一元一次方程式



牛刀小試 14

1. 利用十字交乘法解方程式

(1) $x^2 - 7x + 10 = 0$

(2) $x^2 + 7x + 12 = 0$

(3) $x^2 - 11x + 18 = 0$

2. 利用十字交乘法解方程式

(1) $x^2 - 4x - 21 = 0$

(2) $x^2 + 2x - 15 = 0$

(3) $x^2 - 5x - 24 = 0$

**例題****⑥****利用十字交乘法解一元二次方程式**

(1) $x^2 + 4x + 3 = 0$

(2) $3x^2 - 16x + 5 = 0$

(3) $3x^2 + 14x - 5 = 0$

☆筆記

**牛刀小試 15****1. 解一元二次方程式**

(1) $3x^2 + 8x + 5 = 0$

(2) $2x^2 + 11x + 15 = 0$

(3) $2x^2 - 13x + 21 = 0$

(4) $3x^2 - 10x + 8 = 0$

2. 解一元二次方程式

(1) $2x^2 + 5x - 7 = 0$

(2) $3x^2 + 7x - 20 = 0$

(3) $2x^2 - x - 6 = 0$

(4) $3x^2 - 5x - 2 = 0$



溫故知新 ⑤ 運用乘法公式作因式分解



(1) $x^2 - 5^2$

(2) $4x^2 - 9$

☆筆記

(3) $x^2 + 4x + 2^2$

(4) $4x^2 - 12x + 9$



牛刀小試 16

1. 利用乘法公式作因式分解

(1) $x^2 - 4^2$

$= (\quad + \quad) (\quad - \quad)$

(2) $x^2 - 4$

$= (\quad)^2 - (\quad)^2$

$= (\quad + \quad) (\quad - \quad)$

(3) $49x^2 - 25$

$= (\quad)^2 - (\quad)^2$

$= (\quad + \quad) (\quad - \quad)$

(4) $x^2 + 18x + 9^2$

$= x^2 + 2 \cdot x \cdot (\quad) + 9^2$

$= (\quad)^2$

(5) $x^2 + 6x + 9$

$= x^2 + 2 \cdot x \cdot (\quad) + (\quad)^2$

$= (\quad)^2$

(6) $9x^2 - 24x + 16$

$= (\quad)^2 - 2 \cdot (\quad) \cdot (\quad) + (\quad)^2$

$= (\quad)^2$



$$\blacksquare x^2 - 4 = 0$$

$$\blacksquare x^2 - 4x + 4 = 0$$

☆平—平兩相加乘兩相減

1. $(\quad)^2 - (\quad)^2 = [+ (\quad)][- (\quad)]$

2. 有些二次方程式只看見一個根，因為是二次方程式，表示 2 個解是一樣的，為了強調有兩根，所以用「重根」。



牛刀小試 17

1. 利用乘法公式解一元二次方程式

(1) $x^2 - 25 = 0$

$$(\quad)^2 - (\quad)^2 = 0$$

$$(\quad + \quad)(\quad - \quad) = 0$$

(2) $x^2 - 9 = 0$

(3) $x^2 - 16 = 0$

(4) $x^2 - 81 = 0$

2. 利用乘法公式解一元二次方程式

(1) $x^2 + 14x + 49 = 0$

$$x^2 + 2 \cdot x \cdot (\quad) + (\quad)^2 = 0$$

$$(\quad)^2 = 0$$

$$x = (\quad) \text{ or } x = (\quad)$$

(2) $x^2 + 16x + 64 = 0$

(3) $x^2 - 20x + 100 = 0$

(4) $x^2 - 12x + 36 = 0$

**例題****7****利用乘法公式解一元二次方程式**

(1) $4x^2 - 9 = 0$

(2) $x^2 - 6x + 9 = 0$

(3) $16x^2 + 24x + 9 = 0$

☆筆記

**牛刀小試 18****1. 解一元二次方程式**

(1) $64x^2 - 9 = 0$

(2) $49x^2 - 16 = 0$

(3) $25x^2 - 121 = 0$

(4) $4x^2 - 25 = 0$

2. 解一元二次方程式

(1) $9x^2 + 24x + 16 = 0$

(2) $16x^2 + 56x + 49 = 0$




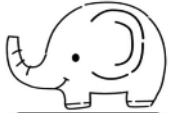
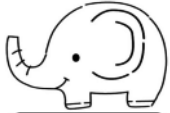
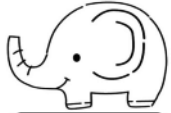
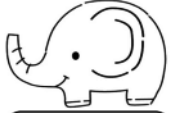
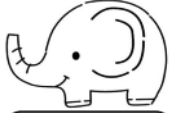
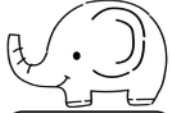




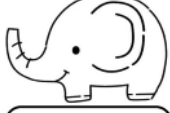
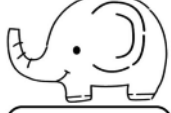
(3) $4x^2 - 4x + 1 = 0$

(4) $25x^2 - 20x + 4 = 0$

檢核區



1. 先解出方程式，將答案寫在象腿下的格子中，若答案一根是正整數請將大象著色。
2. 將著色後的大象連起來，形成一個數字，請寫下著色後的數字為_____。

$(2x-4)(2x+5)=0$  <input type="text"/>	$x^2-4x=0$  <input type="text"/>	$x(x-2)+3(x-2)=0$  <input type="text"/>
$x^2+5x-6=0$  <input type="text"/>	$3x^2+11x+6=0$  <input type="text"/>	$2x^2+9x+7=0$  <input type="text"/>
$x^2-7x-18=0$  <input type="text"/>	$3x^2-4x-4=0$  <input type="text"/>	$(x-4)(2x-7)=0$  <input type="text"/>
$x^2-7x=0$  <input type="text"/>	$9x^2+12x+4=0$  <input type="text"/>	$x^2-25=0$  <input type="text"/>
$5x^2-3x-14=0$  <input type="text"/>	$x^2-12x+20=0$  <input type="text"/>	$x^2-6x+9=0$  <input type="text"/>



牛刀小試 1

- (1) ×
(2) ○
(3) ○
(4) ○
(5) ×
- (1) ×
(2) ○
(3) ○
(4) ○
(5) ×

牛刀小試 2

- (1) A
(2) E
(3) D
(4) B
(5) C
(6) F
- (1) ○
(2) ○
(3) ×
(4) ○
(5) ○
(6) ×

牛刀小試 3

- (1) 9 (2) -9
- (1) 12 (2) -8
- (1) 16 (2) -16
- (1) 75 (2) -50

牛刀小試 4

- (1) 不是
(2) 是
- (1) 是
(2) 不是

牛刀小試 5

- (1) 是
(2) 不是
(3) -2, 5
- (1) A、D
(2) A、D
(3) 是

牛刀小試 6

- (1) $x=3$
(2) $x=-4$
(3) $x=-3$
(4) $x=\frac{4}{3}$
(5) $x=5$
(6) $x=-4$

牛刀小試 14

牛刀小試 7

- (1) $x=3$ 或 $x=-7$
(2) $x=2$ 或 $x=-11$
(3) $x=9$ 或 $x=12$
- (1) $x=4$ 或 $x=-5$
(2) $x=5$ 或 $x=-1$
(3) $x=8$ 或 $x=4$

牛刀小試 8

- (1) $x=0$ 或 -2
(2) $x=0$ 或 $-\frac{3}{2}$
(3) $x=0$ 或 $\frac{1}{4}$
(4) $x=2$ 或 -2
(5) $x=\frac{1}{2}$ 或 $-\frac{1}{2}$
(6) $x=\frac{1}{3}$ 或 $-\frac{4}{3}$

牛刀小試 9

- (1) $x(x-1)$
(2) $x(5x+4)$
(3) $(2x+1)(x+5)$
(4) $(2x+13)(x-3)$
(5) $(x-3)(x-5)$
(6) $(2x+1)(2x-3)$

牛刀小試 10

- (1) $x=0$ 或 -1
(2) $x=0$ 或 1
(3) $x=0$ 或 -4
(4) $x=0$ 或 5
- (1) $x=0$ 或 -8
(2) $x=0$ 或 7
(3) $x=0$ 或 -9
(4) $x=0$ 或 6

牛刀小試 11

- (1) $x=0$ 或 $\frac{2}{3}$
(2) $x=0$ 或 $-\frac{7}{4}$
(3) $x=0$ 或 $-\frac{1}{3}$
(4) $x=0$ 或 $\frac{1}{2}$
(5) $x=0$ 或 4
(6) $x=0$ 或 $\frac{8}{3}$

牛刀小試 12

- (1) $x=2$ 或 -3
移 $(2x+5)(x-2)-(x+2)(x-2)=0$
提 $(x-2)[(2x+5)-(x+2)]=0$
去 $(x-2)(2x+5-x-2)=0$
併 $(x-2)(2x+5-x-2)=0$
(2) $x=4$ 或 $-\frac{5}{2}$
(3) $x=-1$ 或 -12
- (1) $x=3$ 或 8
(2) $x=-\frac{2}{3}$ 或 $\frac{2}{3}$
(3) $x=\frac{3}{2}$ 或 $-\frac{1}{2}$

牛刀小試 13

$$\begin{array}{r} x \quad \quad \quad +1 \\ x \quad \quad \quad +7 \\ \hline 1x+7x=8x \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x \quad \quad \quad -1 \\ x \quad \quad \quad -5 \\ \hline (-1x)+(-5x)=-6x \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x \quad \quad \quad -1 \\ x \quad \quad \quad +9 \\ \hline (-1x)+9x=8x \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x \quad \quad \quad +2 \\ x \quad \quad \quad -4 \\ \hline +2x+(-4x)=-2x \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x \quad \quad \quad +1 \\ 2x \quad \quad \quad -5 \\ \hline +2x+(-5x)=-3x \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x \quad \quad \quad -1 \\ 3x \quad \quad \quad +5 \\ \hline (-3x)+5x=2x \end{array}$$

1. (1) $x=2$ 或 5
 (2) $x=-3$ 或 -4
 (3) $x=2$ 或 9
2. (1) $x=-3$ 或 7
 (2) $x=3$ 或 -5
 (3) $x=-3$ 或 8

牛刀小試 15

1. (1) $x=-1$ 或 $-\frac{5}{3}$
 (2) $x=-3$ 或 $-\frac{5}{2}$
 (3) $x=3$ 或 $\frac{7}{2}$
 (4) $x=2$ 或 $\frac{4}{3}$
2. (1) $x=1$ 或 $-\frac{7}{2}$
 (2) $x=-4$ 或 $\frac{5}{3}$
 (3) $x=-\frac{3}{2}$ 或 2
 (4) $x=2$ 或 $-\frac{1}{3}$

牛刀小試 16

1. (1) x^2-4^2
 $= (x+4)(x-4)$
- (2) x^2-4
 $= (x)^2-(2)^2$
 $= (x+2)(x-2)$
- (3) $49x^2-25$
 $= (7x)^2-(5)^2$
 $= (7x+5)(7x-5)$
- (4) $x^2+18x+9^2$
 $= x^2+2 \cdot x \cdot (9) + 9^2$
 $= (x+9)^2$
- (5) x^2+6x+9
 $= x^2+2 \cdot x \cdot (3) + (3)^2$
 $= (x+3)^2$
- (6) $9x^2-24x+16$
 $= (3x)^2-2 \cdot (3x) \cdot (4) + (4)^2$
 $= (3x-4)^2$

牛刀小試 17

1. (1) $x=\pm 5$
 $(x)^2-(5)^2=0$
 $(x+5)(x-5)=0$
 (2) $x=\pm 3$
 (3) $x=\pm 4$
 (4) $x=\pm 9$
2. (1) $x=-7$ (重根)
 $x^2+2 \cdot x \cdot (7) + (7)^2=0$
 $(x+7)^2=0$
 $x=(-7)$ or $x=(-7)$

(2) $x = -8$ (重根)

(3) $x = 10$ (重根)

(4) $x = 6$ (重根)

牛刀小試 18

1. (1) $x = \pm \frac{3}{8}$

(2) $x = \pm \frac{4}{7}$

(3) $x = \pm \frac{11}{5}$

(4) $x = \pm \frac{5}{2}$

2. (1) $x = -\frac{4}{3}$ (重根)

(2) $x = -\frac{7}{4}$ (重根)

(3) $x = \frac{1}{2}$ (重根)

(4) $x = \frac{2}{5}$ (重根)

檢核區

1.

$x = 2$ 或 $-\frac{5}{2}$	$x = 0$ 或 4	$x = -3$ 或 2
$x = -6$ 或 1	$x = -3$ 或 $-\frac{2}{3}$	$x = -1$ 或 $-\frac{7}{2}$
$x = -2$ 或 9	$x = -\frac{2}{3}$ 或 2	$x = 4$ 或 $\frac{7}{2}$
$x = 0$ 或 7	$x = -\frac{2}{3}$ (重根)	$x = \pm 5$
$x = -\frac{7}{5}$ 或 2	$x = 2$ 或 10	$x = 3$ (重根)

2. 6



B3 4-2 配方法及公式解



溫故知新 ① 根式化簡



最簡根式 (a 、 b 都是正整數)

$$\sqrt{a^2} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \sqrt{a^{\boxed{2}} \times b} = \underline{\hspace{2cm}}$$

集滿 2 個，換出去

① $\sqrt{4^2} =$

② $\sqrt{2^2 \times 3} =$

③ $\sqrt{25} =$

④ $\sqrt{18} =$

★筆記



牛刀小試 ①

1. 請化簡下列根式

(1) $\sqrt{6^2}$ (2) $\sqrt{8^2}$

(3) $\sqrt{49}$ (4) $\sqrt{81}$

(5) $\sqrt{121}$ (6) $\sqrt{169}$

2. 請化簡下列根式

(1) $\sqrt{3^2 \times 2}$ (2) $\sqrt{5^2 \times 3}$

(3) $\sqrt{24}$ (4) $\sqrt{50}$

(5) $\sqrt{72}$ (6) $\sqrt{90}$



概念

① 利用平方根解一元二次方程式



利用平方根解一元二次方程式

$$x^2=1$$

$$x^2=2$$

$$x^2=0$$

$$x^2=-3$$

★利用平方根解 $x^2=\square$
($\square \geq 0$)

$$\text{則 } x = \pm \sqrt{\square}$$

★什麼情況下一元二次方程式會有解？



牛刀小試 2

1. 解下列一元二次方程式

(1) $x^2=4$

(2) $x^2=9$

(3) $x^2=16$

(4) $x^2=-25$

2. 解下列一元二次方程式

(1) $x^2=5$

(2) $x^2=13$

(3) $x^2=21$

(4) $x^2=-30$

**例題****① 利用平方根解一元二次方程式 (單項)**

❶ $x^2=4$

❷ $x^2=7$

❸ $x^2-12=0$

★筆記:

**牛刀小試 3**

1. 解下列一元二次方程式

(1) $x^2=24$

(2) $x^2=45$

(3) $x^2=27$

(4) $x^2=28$

2. 解下列一元二次方程式

(1) $x^2-50=0$

(2) $x^2-54=0$

(3) $x^2-75=0$

(4) $x^2-98=0$

**例題****②****利用平方根解一元二次方程式 (二項)**

★ $\square^2 = 9$

❶ $(x-1)^2 = 9$

❷ $(x+2)^2 - 3 = 6$

★筆記

$a \pm b$ 就是 $a + b$ 和 $a - b$
兩個算式

**牛刀小試 4**

解下列一元二次方程式

1. $(x-1)^2 = 4$

2. $(x+2)^2 = 1$

3. $(x-3)^2 = 16$

4. $(x+1)^2 - 9 = 40$

5. $(x-2)^2 + 4 = 40$

6. $(x+3)^2 - 5 = 20$

**例題****③****利用平方根解一元二次方程式 (二項)**

★ $\square^2 = 7$

❶ $(x-3)^2 = 7$

❷ $(x+5)^2 = 8$

★筆記

唸法功用大不同

 $\pm\sqrt{7}$ (正負根號 7)

$$3 \pm \sqrt{7} = \begin{cases} 3 + \sqrt{7} \\ 3 - \sqrt{7} \end{cases}$$

(3 加減根號 7)

**牛刀小試 5**

解下列一元二次方程式

1. $(x-2)^2 = 3$

去平方 $x-2 = (\quad)$

移項 $x = (\quad)$

2. $(x+2)^2 = 5$

3. $(x-3)^2 = 6$

4. $(x+1)^2 = 12$

去平方 $x+1 = (\quad)$

化簡 $x+1 = (\quad)$

移項 $x = (\quad)$

5. $(x-2)^2 = 18$

6. $(x+3)^2 = 20$

**例題****④ 利用平方根解一元二次方程式 (二次項不是 1)**

$\square^2 = 6$

❶ $(3x-1)^2 = 6$

❷ $(3x+2)^2 = 6$

★筆記

**牛刀小試 6**

解下列一元二次方程式

1. $(2x-3)^2 = 6$

去平方 $2x-3 = (\quad)$

移項 $2x = (\quad)$

$x = (\quad)$

2. $(3x+2)^2 = 6$

3. $(2x+1)^2 = 7$

4. $(3x+1)^2 = 12$

去平方 $3x+1 = (\quad)$

化簡 $3x+1 = (\quad)$

移項 $3x = (\quad)$

$x = (\quad)$

5. $(5x-2)^2 = 18$

6. $(3x-2)^2 = 20$

配成完全平方 $(x \pm \square)^2$

$$(x+3)^2 = x^2 + \square x + \square$$

$$\begin{array}{r} x+3 \\ \times) \quad x+3 \\ \hline \square x + \square \\ x^2 + \square x \\ \hline x^2 + \square x + \square \end{array}$$

$$x^2 + 6x + \square = (x + \square)^2$$

$$\begin{array}{r} x + \square \\ \times) \quad x + \square \\ \hline \square x + \square \\ x^2 + \square x \\ \hline x^2 + 6x + \square \end{array}$$

★配成完全平方是有何规律？

$$x^2 \pm \boxed{2a}x + \boxed{a^2} = (x \pm a)^2$$



牛刀小试 7

在空格中填入正确的数字

1. $x^2 + 8x + \square = (x + \square)^2$

$$\begin{array}{r} x + \square \\ \times) \quad x + \square \\ \hline \square x + \square \\ x^2 + \square x \\ \hline x^2 + 8x + \square \end{array}$$

2. $x^2 + 10x + \square = (\quad)^2$

$$\begin{array}{r} x + \square \\ \times) \quad x + \square \\ \hline \square x + \square \\ x^2 + \square x \\ \hline x^2 + 10x + \square \end{array}$$

3. $x^2 - 12x + \square = (x + \square)^2$

$$\begin{array}{r} x + \square \\ \times) \quad x + \square \\ \hline \square x + \square \\ x^2 + \square x \\ \hline x^2 - 12x + \square \end{array}$$

4. $x^2 - 18x + \square = (\quad)^2$

$$\begin{array}{r} x + \square \\ \times) \quad x + \square \\ \hline \square x + \square \\ x^2 + \square x \\ \hline x^2 - 18x + \square \end{array}$$



例題 5 配成完全平方式



配成完全平方式

$$x^2 + \boxed{6}x + \boxed{3^2} = (x + 3)^2$$

★筆記

① $x^2 + 8x + \underline{\hspace{2cm}} = (x + \underline{\hspace{1cm}})^2$

② $x^2 - 2x + \underline{\hspace{2cm}} = (x - \underline{\hspace{1cm}})^2$

③ $x^2 + 10x + \underline{\hspace{2cm}} = (\underline{\hspace{1cm}})^2$

④ $x^2 - 4x + \underline{\hspace{2cm}} = (\underline{\hspace{1cm}})^2$

⑤ $x^2 + x + \underline{\hspace{2cm}} = (\underline{\hspace{1cm}})^2$

⑥ $x^2 + 3x + \underline{\hspace{2cm}} = (\underline{\hspace{1cm}})^2$



牛刀小試 8

1. 在空格內寫適當的數，配成完全平方式

(1) $x^2 + 6x + \underline{\hspace{2cm}} = (x + \underline{\hspace{1cm}})^2$

(2) $x^2 + 12x + \underline{\hspace{2cm}} = (x + \underline{\hspace{1cm}})^2$

(3) $x^2 + 5x + \underline{\hspace{2cm}} = (x + \underline{\hspace{1cm}})^2$

(4) $x^2 + 7x + \underline{\hspace{2cm}} = (x + \underline{\hspace{1cm}})^2$

2. 在空格內寫適當的數，配成完全平方式

(1) $x^2 - 16x + \underline{\hspace{2cm}} = (x - \underline{\hspace{1cm}})^2$

(2) $x^2 - 20x + \underline{\hspace{2cm}} = (x - \underline{\hspace{1cm}})^2$

(3) $x^2 - 9x + \underline{\hspace{2cm}} = (x - \underline{\hspace{1cm}})^2$

(4) $x^2 - 11x + \underline{\hspace{2cm}} = (x - \underline{\hspace{1cm}})^2$



概念

③

利用配方法解一元二次方程式



① $(x+1)^2=2$

② $x^2+2x-1=0$

★配方法使用時機



牛刀小試 9

1. 運用配方法解下列一元二次方程式

(1) $x^2+2x=1$

$x^2+2x+\square=1+\square$

$(x+\underline{\hspace{2cm}})^2=\underline{\hspace{2cm}}$

$x+\underline{\hspace{2cm}}=\underline{\hspace{2cm}}$

$x=\underline{\hspace{2cm}}$

(2) $x^2+4x=1$

$x^2+4x+\square=1+\square$

$(x+\underline{\hspace{2cm}})^2=\underline{\hspace{2cm}}$

$x+\underline{\hspace{2cm}}=\underline{\hspace{2cm}}$

$x=\underline{\hspace{2cm}}$

2. 運用配方法解下列一元二次方程式

(1) $x^2+6x=2$

$x^2+6x+\square=2+\square$

$(x+\underline{\hspace{2cm}})^2=\underline{\hspace{2cm}}$

$x+\underline{\hspace{2cm}}=\underline{\hspace{2cm}}$

$x=\underline{\hspace{2cm}}$

(2) $x^2+8x=3$

$x^2+8x+\square=3+\square$

$(x+\underline{\hspace{2cm}})^2=\underline{\hspace{2cm}}$

$x+\underline{\hspace{2cm}}=\underline{\hspace{2cm}}$

$x=\underline{\hspace{2cm}}$



例題 ⑥ 利用配方法解一元二次方程式



❶ $x^2 + 2x = 2$

❷ $x^2 - 4x + 1 = 0$

★步驟

❶ 移項：常數項移到「=」右邊

❷ 配平方：等號兩邊同加 x 項數字一半的平方

❸ 寫成 $(\quad)^2 =$

❹ 解 x



牛刀小試 10

1. 運用配方法解下列一元二次方程式

(1) $x^2 + 10x = 1$

(2) $x^2 + 12x = 3$

(3) $x^2 + 14x = 6$

2. 運用配方法解下列一元二次方程式

(1) $x^2 - 6x + 2 = 0$

移 $x^2 - 6x = (\quad)$

配 $x^2 - 6x + \square = (\quad) + \square$

平 $(\quad)^2 = (\quad) + (\quad)$

$(\quad)^2 = (\quad)$

開 $(\quad) = (\quad)$

移 $x = (\quad)$

(2) $x^2 - 8x + 3 = 0$

(3) $x^2 - 10x + 4 = 0$



例題 7 利用配方法解一元二次方程式



❶ $x^2 + 4x = 1$

❷ $x^2 - 10x + 6 = 0$

★筆記



牛刀小試 11

解一元二次方程式

1. (1) $x^2 + 16x = 2$

(2) $x^2 + 12x = 4$

(3) $x^2 + 14x = 1$

2.(1) $x^2 - 4x + 1 = 0$

(2) $x^2 - 20x + 10 = 0$

(3) $x^2 - 18x + 1 = 0$



例題 ⑧ 利用配方法解一元二次方程式



❶ $x^2 + 2x = 399$

❷ $x^2 - 8x - 884 = 0$

★筆記



牛刀小試 12

解一元二次方程式

1. $x^2 + 2x = 899$

配
平
開
移
算

2. $x^2 - 4x = 96$

3. $x^2 + 8x - 384 = 0$

移
配
平
開
移
算

4. $x^2 - 6x - 391 = 0$



根式約分及化簡

★筆記

① $\frac{6 \pm 2\sqrt{2}}{4}$

$$\frac{-9 \pm \sqrt{18}}{3}$$

② $\frac{-8 \pm \sqrt{16}}{4}$

$$\frac{6 \pm \sqrt{25}}{3}$$



牛刀小試 13

1. 根式約分及化簡

(1) $\frac{9 \pm 3\sqrt{3}}{6}$

(2) $\frac{-10 \pm \sqrt{50}}{5}$

(3) $\frac{-2 \pm \sqrt{48}}{4}$

(4) $\frac{-6 \pm \sqrt{72}}{3}$

2. 根式約分及化簡

(1) $\frac{8 \pm \sqrt{4}}{2}$

(2) $\frac{6 \pm \sqrt{9}}{6}$

(3) $\frac{-12 \pm \sqrt{81}}{3}$

(4) $\frac{-5 \pm \sqrt{36}}{5}$

 $ax^2+bx+c=0$ ($a>0$) 的公式解若 b^2-4ac _____ 0, 則 $x=$

★公式解就是配方法計算後的結果



牛刀小試 14

1. 求判別式 b^2-4ac 的值

(1) $x^2+6x+9=0$

$a=$ _____, $b=$ _____, $c=$ _____

$$b^2-4ac=(\quad)^2-4\times(\quad)\times(\quad)$$

$$=(\quad)\times(\quad)-4\times(\quad)\times(\quad)$$

$$=$$

(2) $2x^2-3x+4=0$

$a=$ _____, $b=$ _____, $c=$ _____

$$b^2-4ac=(\quad)^2-4\times(\quad)\times(\quad)$$

$$=(\quad)\times(\quad)-4\times(\quad)\times(\quad)$$

$$=$$

(3) $x^2+5x-3=0$

$a=$ _____, $b=$ _____, $c=$ _____

$$b^2-4ac=(\quad)^2-4\times(\quad)\times(\quad)$$

$$=(\quad)\times(\quad)-4\times(\quad)\times(\quad)$$

$$=$$

2. 求判別式 b^2-4ac 的值

(1) $2x^2-5x=-4$

對齊 $\Rightarrow 2x^2-5x$ _____ $=0$

(2) $5x^2-4=-3x$

對齊 $\Rightarrow 5x^2$ _____ $-4=0$

(3) $9x^2=6x-1$

對齊 \Rightarrow _____

**例題****9 利用判別式 $b^2 - 4ac$ 判別解的情形**

❶ $x^2 - 3x - 5 = 0$

❷ $9x^2 = 6x - 1$

❸ $5x^2 + 2 = 0$

★判斷解的情形

$$ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$$

❶ 對齊上面的排列方式（降冪）
找出 abc 代表的數字（缺項
代表數字 = 0）

❷ 算 $b^2 - 4ac$ 的值，確定方程式
是否有解

☐ $b^2 - 4ac > 0$ 兩個相異根

☐ $b^2 - 4ac = 0$ 兩個相等根
（有重根）

☐ $b^2 - 4ac < 0$ 無解

**牛刀小試 15**運用判別式 $b^2 - 4ac$ 判別解的情形

(1) $3x^2 - 8x + 1 = 0$

$a = \underline{\quad}, b = \underline{\quad}, c = \underline{\quad}$

$$b^2 - 4ac = (\quad)^2 - 4 \times (\quad) \times (\quad)$$

$$= (\quad) \times (\quad) - 4 \times (\quad) \times (\quad)$$

$$= \underline{\hspace{2cm}}$$

因為 $b^2 - 4ac$ ☐ 0故方程式為 根

(2) $2x^2 - x - 5 = 0$

$a = \underline{\quad}, b = \underline{\quad}, c = \underline{\quad}$

$$b^2 - 4ac = (\quad)^2 - 4 \times (\quad) \times (\quad)$$

$$= (\quad) \times (\quad) - 4 \times (\quad) \times (\quad)$$

$$= \underline{\hspace{2cm}}$$

因為 $b^2 - 4ac$ ☐ 0故方程式為 根

(3) $2x^2 + 3 = 0$

$\Rightarrow 2x^2 + \underline{\quad} + 3 = 0$

$a = \underline{\quad}, b = \underline{\quad}, c = \underline{\quad}$

$b^2 - 4ac =$

因為 $b^2 - 4ac$ ☐ 0故方程式為 根

(4) $x^2 = 2x - 1$

對齊 $\Rightarrow x^2$ ☐ $2x$ ☐ $1 = 0$

$a = \underline{\quad}, b = \underline{\quad}, c = \underline{\quad}$

$b^2 - 4ac =$

因為 $b^2 - 4ac$ ☐ 0故方程式為 根



例題 10 利用判別式 $b^2 - 4ac$ 判別解的情形



利用公式解一元二次方程式（二個相異根）

❶ $3x^2 + 5x - 1 = 0$

❷ $6x^2 - 7x = -1$

★公式解步驟

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

❶ 對齊上面的排列方式（降冪）
找出 abc 代表的數字（缺項
代表數字 = 0）

❷ 算 $b^2 - 4ac$ 的值，確定方程式
是否有解

☐ $b^2 - 4ac > 0$ 兩個相異根

☐ $b^2 - 4ac = 0$ 兩個相等根
(有重根)

☐ $b^2 - 4ac < 0$ 無解

❸ 若有解，代

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



牛刀小試 16

解一元二次方程式

(1) $x^2 - x - 1 = 0$

$a = \underline{\quad\quad}, b = \underline{\quad\quad}, c = \underline{\quad\quad}$

$$\begin{aligned} b^2 - 4ac &= (\quad)^2 - 4 \times (\quad) \times (\quad) \\ &= (\quad) \times (\quad) - 4 \times (\quad) \times (\quad) \\ &= \underline{\quad\quad\quad} \quad \square \quad 0 \end{aligned}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{(-1) \times (\quad) \pm \sqrt{(\quad)}}{2 \times (\quad)}$$

=

(2) $x^2 + 7x + 3 = 0$

$a = \underline{\quad\quad}, b = \underline{\quad\quad}, c = \underline{\quad\quad}$

$$\begin{aligned} b^2 - 4ac &= \underline{\quad\quad\quad} \\ &= \underline{\quad\quad\quad} \\ &= \underline{\quad\quad\quad} \quad \square \quad 0 \end{aligned}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{(-1) \times (\quad) \pm \sqrt{(\quad)}}{2 \times (\quad)}$$

=

(3) $4x^2 + x = 2$

對齊 $4x^2 \quad \square \quad x \quad \square \quad 2 = 0$

$a = \underline{\quad\quad}, b = \underline{\quad\quad}, c = \underline{\quad\quad}$

$$\begin{aligned} b^2 - 4ac &= \underline{\quad\quad\quad} \\ &= \underline{\quad\quad\quad} \\ &= \underline{\quad\quad\quad} \quad \square \quad 0 \end{aligned}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{(-1) \times (\quad) \pm \sqrt{(\quad)}}{2 \times (\quad)}$$

=

(4) $2x^2 - x - 4 = 0$

**例題****11****利用公式解一元二次方程式 (重根和無解)**

1 $4x^2 + 12x + 9 = 0$

(1) $a = \underline{\hspace{2cm}}$; $b = \underline{\hspace{2cm}}$; $c = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) $b^2 - 4ac =$

(3) $x =$

2 $2x^2 - 3x + 2 = 0$

(1) $a = \underline{\hspace{2cm}}$; $b = \underline{\hspace{2cm}}$; $c = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) $b^2 - 4ac =$

(3) $x =$

★筆記

**牛刀小試 17**

利用公式解一元二次方程式

(1) $x^2 + 2x + 1 = 0$

$a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$, $c = \underline{\hspace{2cm}}$

$b^2 - 4ac = (\underline{\hspace{2cm}})^2 - 4 \times (\underline{\hspace{2cm}}) \times (\underline{\hspace{2cm}})$

$= (\underline{\hspace{2cm}}) \times (\underline{\hspace{2cm}}) - 4 \times (\underline{\hspace{2cm}}) \times (\underline{\hspace{2cm}})$

$= \underline{\hspace{2cm}} \square 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{(-1) \times (\underline{\hspace{2cm}}) \pm \sqrt{(\underline{\hspace{2cm}})}}{2 \times (\underline{\hspace{2cm}})}$$

 $=$

(2) $25x^2 - 10x + 1 = 0$

$a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$, $c = \underline{\hspace{2cm}}$

$b^2 - 4ac = (\underline{\hspace{2cm}})^2 - 4 \times (\underline{\hspace{2cm}}) \times (\underline{\hspace{2cm}})$

$= (\underline{\hspace{2cm}}) \times (\underline{\hspace{2cm}}) - 4 \times (\underline{\hspace{2cm}}) \times (\underline{\hspace{2cm}})$

$= \underline{\hspace{2cm}} \square 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{(-1) \times (\underline{\hspace{2cm}}) \pm \sqrt{(\underline{\hspace{2cm}})}}{2 \times (\underline{\hspace{2cm}})}$$

(3) $3x^2 + 4x + 4 = 0$

$a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$, $c = \underline{\hspace{2cm}}$

$b^2 - 4ac = \underline{\hspace{2cm}}$

$= \underline{\hspace{2cm}}$

$= \underline{\hspace{2cm}} \square 0$

故原方程式 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

(4) $x^2 + 8 = 0$

$x^2 + \underline{\hspace{2cm}} + 8 = 0$

$a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$, $c = \underline{\hspace{2cm}}$

$b^2 - 4ac = \underline{\hspace{2cm}}$

$= \underline{\hspace{2cm}}$

$= \underline{\hspace{2cm}} \square 0$

故原方程式 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

檢核區



恭喜你完成前面試煉，老師有句話要送給你就在下列的組字任務中。

步驟：先求下列方程式的解，將每組解對應第二區的文字，請將文字組合成一個字，8 題共有 8 個字，想想看老師要告訴你什麼話語？

檢核標準：求出下列正確的解並寫出謎語

1. $x^2 - 5 = 0$ <div>答</div>	2. $(x - 3)^2 = 2$ <div>答</div>	3. $(x - 1)^2 = 9$ <div>答</div>
4. $x^2 + 2x = 2$ <div>答</div>	5. $3x^2 + 7 = 0$ <div>答</div>	6. $x^2 - 2x = 99$ <div>答</div>
7. $x^2 - 8x + 1 = 0$ <div>答</div>	8. $9x^2 + 12x + 4 = 0$ <div>答</div>	恭喜你完成了～趕緊拚拚看， 老師想告訴你的話語是什麼？

B 區：解答對應文字

$\sqrt{5}$	4	$-\frac{2}{3}$ (重根)	-9	$3 + \sqrt{2}$	無解	$4 + \sqrt{15}$
言	白	人	曰	直	子	米
$-1 + \sqrt{3}$	$3 - \sqrt{2}$	11	$-\sqrt{5}$	$4 - \sqrt{15}$	-2	$-1 - \sqrt{3}$
子	八	取	忍	之	勺	亥



牛刀小試 1

1.
(1) 6 (2) 8 (3) 7 (4) 9
(5) 11 (6) 13
2.
(1) $3\sqrt{2}$
(2) $5\sqrt{3}$
(3) $2\sqrt{6}$
(4) $5\sqrt{2}$
(5) $6\sqrt{2}$
(6) $3\sqrt{10}$

牛刀小試 2

1.
(1) ± 2
(2) ± 3
(3) ± 4
(4) 無解
2.
(1) $\pm\sqrt{5}$
(2) $\pm\sqrt{13}$
(3) $\pm\sqrt{21}$
(4) 無解

牛刀小試 3

1.
(1) $\pm 2\sqrt{6}$
(2) $\pm 3\sqrt{5}$
(3) $\pm 3\sqrt{3}$
(4) $\pm 2\sqrt{7}$
2.
(1) $\pm 5\sqrt{2}$
(2) $\pm 3\sqrt{6}$
(3) $\pm 5\sqrt{3}$
(4) $\pm 7\sqrt{2}$

牛刀小試 4

1. 3 或 -1
2. -3 或 -1
3. 7 或 -1
4. 6 或 -8
5. 8 或 -4
6. 2 或 -8

牛刀小試 5

- (1) $x = 2 \pm \sqrt{3}$
去平方 $x - 2 = \pm\sqrt{3}$
移項 $x = 2 \pm \sqrt{3}$
(2) $x = -2 \pm \sqrt{5}$
(3) $x = 3 \pm \sqrt{6}$

(4) $x = -1 \pm 2\sqrt{3}$
去平方 $x + 1 = \pm\sqrt{12}$
化簡 $x + 1 = \pm 2\sqrt{3}$
移項 $x = -1 \pm 2\sqrt{3}$

(5) $x = 2 \pm 3\sqrt{2}$
(6) $x = -3 \pm 2\sqrt{5}$

牛刀小試 6

(1) $x = \frac{3 \pm \sqrt{6}}{2}$
去平方 $2x - 3 = \pm\sqrt{6}$
移項 $2x = 3 \pm \sqrt{6}$
 $x = \frac{3 \pm \sqrt{6}}{2}$

(2) $x = \frac{-2 \pm \sqrt{6}}{3}$

(3) $x = \frac{-1 \pm \sqrt{7}}{2}$

(4) $x = \frac{-1 \pm 2\sqrt{3}}{3}$

去平方 $3x + 1 = \pm\sqrt{12}$
化簡 $3x + 1 = \pm 2\sqrt{3}$
移項 $3x = -1 \pm 2\sqrt{3}$
 $x = \frac{-1 \pm 2\sqrt{3}}{3}$

(5) $x = \frac{2 \pm 3\sqrt{2}}{5}$

(6) $x = \frac{2 \pm 2\sqrt{5}}{3}$

牛刀小試 7

1. $x^2 + 8x + 16 = (x + 4)^2$

$$\begin{array}{r} x + 4 \\ \times) \quad x + 4 \\ \hline 4x + 16 \\ x^2 + 4x \\ \hline x^2 + 8x + 16 \end{array}$$

2. $x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$

$$\begin{array}{r} x + 5 \\ \times) \quad x + 5 \\ \hline 5x + 25 \\ x^2 + 5x \\ \hline x^2 + 10x + 25 \end{array}$$

3. $x^2 - 12x + 36 = (x - 6)^2$

$$\begin{array}{r} x - 6 \\ \times) \quad x - 6 \\ \hline -6x + 36 \\ x^2 - 12x + 36 \end{array}$$

4. $x^2 - 18x + 81 = (x - 9)^2$

$$\begin{array}{r} x - 9 \\ \times) \quad x - 9 \\ \hline -9x + 81 \\ x^2 - 18x + 81 \end{array}$$

牛刀小試 8

1.
(1) $3^2; 3$
(2) $6^2; 6$
(3) $(\frac{5}{2})^2; \frac{5}{2}$
(4) $(\frac{7}{2})^2; \frac{7}{2}$
2.
(1) $8^2; 8$
(2) $10^2; 10$
(3) $(\frac{9}{2})^2; \frac{9}{2}$
(4) $(\frac{11}{2})^2; \frac{11}{2}$

牛刀小試 9

1.
(1) $x^2 + 2x = 1$
 $x^2 + 2x + 1 = 1 + 1$
 $(x + 1)^2 = 2$
 $x + 1 = \pm\sqrt{2}$
 $x = -1 \pm \sqrt{2}$
(2) $x^2 + 4x = 1$
 $x^2 + 4x + 4 = 1 + 4$
 $(x + 2)^2 = 5$
 $x + 2 = \pm\sqrt{5}$
 $x = -2 \pm \sqrt{5}$

2.
(1) $x^2 + 6x = 2$
 $x^2 + 6x + 9 = 2 + 9$
 $(x + 3)^2 = 11$
 $x + 3 = \pm\sqrt{11}$
 $x = -3 \pm \sqrt{11}$

$$(2) x^2 + 8x + \boxed{4^2} = 3 + \boxed{4^2}$$

$$(x + \underline{4})^2 = 19$$

$$x + 4 = \pm\sqrt{19}$$

$$x = -4 \pm \sqrt{19}$$

牛刀小試 10

1.

$$(1) -5 \pm \sqrt{26}$$

$$(2) -6 \pm \sqrt{39}$$

$$(3) -7 \pm \sqrt{55}$$

2.

$$(1) 3 \pm \sqrt{7}$$

$$\text{移 } x^2 - 6x = -2$$

$$\text{配 } x^2 - 6x + \boxed{3^2} = -2 + \boxed{3^2}$$

$$\text{平 } (x-3)^2 = (-2) + 9$$

$$(x-3)^2 = (7)$$

$$\text{開 } (x-3) = (\pm\sqrt{7})$$

$$\text{移 } x = 3 \pm \sqrt{7}$$

$$(2) 4 \pm \sqrt{13}$$

$$(3) 5 \pm \sqrt{21}$$

牛刀小試 11

1.

$$(1) -8 \pm 2\sqrt{66}$$

$$(2) -6 \pm 2\sqrt{10}$$

$$(3) -7 \pm 5\sqrt{2}$$

2.

$$(1) 2 \pm \sqrt{3}$$

$$(2) 10 \pm 3\sqrt{10}$$

$$(3) 9 \pm 4\sqrt{5}$$

牛刀小試 12

$$(1) x = 29 \text{ 或 } -31$$

$$\text{配 } x^2 + 2x + 1^2 = 899 + 1^2$$

$$\text{平 } (x+1)^2 = 900$$

$$\text{開 } x+1 = \pm 30$$

$$\text{移 } x = -1 \pm 30$$

$$\text{算 } x = -1 + 30 = 29$$

$$x = -1 - 30 = -31$$

$$(2) x = 12 \text{ 或 } -8$$

$$(3) x = 16 \text{ 或 } -24$$

$$\text{移 } x^2 + 8x = 384$$

$$\text{配 } x^2 + 8x + 4^2 = 384 + 4^2$$

$$\text{平 } (x+4)^2 = 400$$

$$\text{開 } x+4 = \pm 20$$

$$\text{移 } x = -4 \pm 20$$

$$\text{算 } x = -4 + 20 = 16$$

$$x = -4 - 20 = -24$$

$$(4) x = -17 \text{ 或 } 23$$

牛刀小試 13

$$(1) \frac{3 \pm \sqrt{3}}{2}$$

$$(2) -2 \pm \sqrt{2}$$

$$(3) \frac{-1 \pm 2\sqrt{3}}{2}$$

$$(4) -2 \pm 2\sqrt{2}$$

2.

$$(1) 5, 3$$

$$(2) \frac{3}{2}, \frac{1}{2}$$

$$(3) -1, -7$$

$$(4) \frac{1}{5}, -\frac{11}{5}$$

牛刀小試 14

1.

$$(1) a = 1, b = 6, c = 9$$

$$b^2 - 4ac = (6)^2 - 4 \times (1) \times (9)$$

$$= (6) \times (6) - 4 \times (1) \times (9)$$

$$= 0$$

$$(2) a = 2, b = -3, c = 4$$

$$b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times (2) \times (4)$$

$$= (-3) \times (-3) - 4 \times (2) \times (4)$$

$$= -23$$

$$(3) a = 1, b = 5, c = -3$$

$$b^2 - 4ac = (5)^2 - 4 \times (1) \times (-3)$$

$$= (5) \times (5) - 4 \times (1) \times (-3)$$

$$= 37$$

2.

$$(1) 2x^2 - 5x \boxed{+} \underline{4} = 0$$

$$a = 2, b = -5, c = 4$$

$$b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \times (2) \times (4)$$

$$= (-5) \times (-5) - 4 \times (2) \times (4)$$

$$= -7$$

$$(2) 5x^2 \boxed{+} \underline{3x} - 4 = 0$$

$$a = 5, b = 3, c = -4$$

$$b^2 - 4ac = (3)^2 - 4 \times (5) \times (-4)$$

$$= (3) \times (3) - 4 \times (5) \times (-4)$$

$$= 89$$

$$(3) 9x^2 \boxed{-} \underline{6x} \boxed{+} \underline{1} = 0$$

$$a = 9, b = -6, c = 1$$

$$b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \times (9) \times (1)$$

$$= (-6) \times (-6) - 4 \times (9) \times (1)$$

$$= 0$$

牛刀小試 15

$$(1) a = 3, b = -8, c = 1$$

$$b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4 \times (3) \times (1)$$

$$= (-8) \times (-8) - 4 \times (3) \times (1)$$

$$= 52$$

$$b^2 - 4ac \boxed{>} 0, \text{ 兩根相異}$$

$$(2) a = 2, b = -1, c = -5$$

$$b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \times (2) \times (-5)$$

$$= (-1) \times (-1) - 4 \times (2) \times (-5)$$

$$= 41$$

$$b^2 - 4ac \boxed{>} 0, \text{ 兩根相異}$$

$$(3) 2x^2 + \underline{0x} + 3 = 0$$

$$a = 2, b = 0, c = 3$$

$$b^2 - 4ac = (0)^2 - 4 \times (2) \times (3)$$

$$= (0) \times (0) - 4 \times (2) \times (3)$$

$$= -24$$

$$b^2 - 4ac \boxed{<} 0, \text{ 無解}$$

$$(4) x^2 \boxed{-} 2x \boxed{+} 1 = 0$$

$$a = 1, b = -2, c = 1$$

$$b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \times (1) \times (1)$$

$$= (-2) \times (-2) - 4 \times (1) \times (1)$$

$$= 0$$

$$b^2 - 4ac \boxed{=} 0, \text{ 兩根相等}$$

牛刀小試 16

$$(1) a = 1, b = -1, c = -1$$

$$b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \times (1) \times (-1)$$

$$= (-1) \times (-1) - 4 \times (1) \times (-1)$$

$$= 5 \boxed{>} 0$$

$$x = \frac{(-1) \times (-1) \pm \sqrt{(5)}}{2 \times (1)} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$(2) a = 1, b = 7, c = 3$$

$$b^2 - 4ac = (7)^2 - 4 \times (1) \times (3)$$

$$= (7) \times (7) - 4 \times (1) \times (3)$$

$$= 37 \boxed{>} 0$$

$$x = \frac{(-1) \times (7) \pm \sqrt{(37)}}{2 \times (1)} = \frac{-7 \pm \sqrt{37}}{2}$$

$$(3) 4x^2 \boxed{+} x \boxed{-} 2 = 0$$

$$a = 4, b = 1, c = -2$$

$$b^2 - 4ac = (1)^2 - 4 \times (4) \times (-2)$$

$$= (1) \times (1) - 4 \times (4) \times (-2)$$

$$= 33 \boxed{>} 0$$

$$x = \frac{(-1) \times (1) \pm \sqrt{33}}{2 \times (4)} = \frac{-1 \pm \sqrt{33}}{8}$$

$$(4) a = 2, b = -1, c = -4$$

$$b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \times (2) \times (-4)$$

$$= (-1) \times (-1) - 4 \times (2) \times (-4)$$

$$= 33 \boxed{>} 0$$

$$x = \frac{(-1) \times (-1) \pm \sqrt{33}}{2 \times (2)} = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{4}$$

牛刀小試 17

$$(1) a = 1, b = 2, c = 1$$

$$b^2 - 4ac = (2)^2 - 4 \times (1) \times (1)$$

$$= (2) \times (2) - 4 \times (1) \times (1)$$

$$= 0 \boxed{=} 0$$

$$x = \frac{(-1) \times (2) \pm \sqrt{0}}{2 \times (1)} = -1 \text{ (重根)}$$

$$(2) \ a = 25, b = -10, c = 1$$

$$\begin{aligned} b^2 - 4ac &= (-10)^2 - 4 \times (25) \times (1) \\ &= (-10) \times (-10) - 4 \times (25) \times (1) \\ &= 0 \quad \boxed{=} \quad 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{(-1) \times (-10) \pm \sqrt{0}}{2 \times (25)} \\ &= \frac{1}{5} \text{ (重根)} \end{aligned}$$

$$(3) \ a = 3, b = 4, c = 4$$

$$\begin{aligned} b^2 - 4ac &= (4)^2 - 4 \times (3) \times (4) \\ &= (4) \times (4) - 4 \times (3) \times (4) \\ &= -32 \quad \boxed{<} \quad 0, \text{無解} \end{aligned}$$

$$(4) \ x^2 + \underline{0x} + 8 = 0$$

$$a = 1, b = 0, c = 8$$

$$\begin{aligned} b^2 - 4ac &= (0)^2 - 4 \times (1) \times (8) \\ &= (0) \times (0) - 4 \times (1) \times (8) \\ &= -32 \quad \boxed{<} \quad 0, \text{無解} \end{aligned}$$

檢核區

$$1. \ x = \pm \sqrt{5}$$

$$2. \ x = 3 \pm \sqrt{2}$$

$$3. \ x = 4 \text{ 或 } x = -2$$

$$4. \ x = -1 \pm \sqrt{3}$$

$$5. \ \text{無解}$$

$$6. \ x = 11 \text{ 或 } x = -9$$

$$7. \ x = 4 \pm \sqrt{15}$$

$$8. \ x = \frac{-2}{3} \text{ (重根)}$$

認真的孩子最迷人



B3 4-3 應用問題



概念

① 列式——由文字語言轉為數學語言『=』



列式:由文字語言轉為數學語言『=』

- ① 爸爸和媽媽年齡和為 83 歲：

- ② 阿文的體重是小葉的兩倍：

- ③ 小魚的零用錢比小蝦多 100 元：

- ④ 小澤和阿凱買書共花了 800 元：

- ⑤ 小花的分數等於小樹的兩倍多 3 分：

★在題目中看到

就是方程式要寫『=』



牛刀小試 ①

請將關鍵文字敘述轉成數學語言『=』

1. 朱朱和小文年齡和為 23 歲，

2. 朱朱的體重是小文的 3 倍：

3. 長比寬多 3 公尺：

4. 善逸和伊支助買炭共花了 720 元：

5. 紙板長度是竹筷長度的 2 倍少 1：

6. 一個數比它的倒數多 2：



概念

② 列式—文字語言轉為數學語言『+』



列式:由文字語言轉為數學語言『+』

① 爸爸和媽媽年齡和為 83 歲。

(1) 假設爸爸 x 歲，請問媽媽_____歲

(2) 假設媽媽 y 歲，請問爸爸_____歲

② 小魚的零用錢比小明多 100 元。

(1) 假設小明有 x 元，請問：小魚有_____元

(2) 假設小魚有 y 元，請問：小明有_____元

★在題目中看到

就是方程式要寫『+』



牛刀小試 2

請將以下敘述寫成一元一次式

1. 建辰和楷博年齡和為 23 歲。

(1) 假設楷博 x 歲，則建辰_____歲

(2) 假設建辰 y 歲，則楷博_____歲

列式：

根據題目：辰+博=23

移項法則：辰=23-博

博=23-辰

2. 長比寬多 4 公分。

(1) 假設寬是 x 公分，
請問：長是_____公分

(2) 假設長是 y 公分，
請問：寬是_____公分

根據題目：

移項法則：

3. 小澤和阿凱買書共花了 800 元

(1) 假設小澤花 x 元，則
阿凱花_____元

(2) 假設阿凱花 y 元，則
小澤花_____元

4. 兩個整數和是 24。

假設一個整數是 x ，
另一個整數是_____



概念

③ 列式—文字語言轉為數學語言『—』



列式:由文字語言轉為數學語言『—』

★在題目中看到

① 媽媽的年齡比爸爸小 5 歲。

(1) 假設爸爸 x 歲，請問媽媽_____歲

(2) 假設媽媽 y 歲，請問爸爸_____歲

② 小蝦的零用錢比小魚少 100 元。

(1) 假設小魚的零用錢有 x 元，請問小蝦的零用錢有_____元

(2) 假設小蝦的零用錢有 y 元，請問小魚的零用錢有_____元

就是方程式要寫『—』



牛刀小試 3

請將以下敘述寫成一元一次式

1. 宗正的年齡比沅宸小 10 歲。

(1) 假設沅宸 x 歲，則宗正_____歲

(2) 假設宗正 y 歲，則沅宸_____歲

列式：

根據題目：正=宸-10

移項法則：宸=正+10

2. 三角形底邊比高少 3 公分

(1) 假設高是 x 公分，
請問底邊是_____公分

(2) 假設底邊是 y 公分，
請問高是_____公分

列式：

根據題目：

移項法則：

3. 去程速率比回程速率慢 2 小時。

(1) 假設回程速率是 x 公里/時，
請問去程速率是_____公里/時

(2) 假設去程速率是 y 公里/時，
請問回程速率是_____公里/時

4. 小數比大數少 5。

(1) 假設大數是 x ，請問：小數是_____

(2) 假設小數是 y ，請問：大數是_____

5. 兩個整數相差 4，假設一個整數是 x ，
另一個整數可假設為_____或

列式:由文字語言轉為數學語言『 \times 、 \div 』

- ① 阿文的年齡是小葉的兩倍。

(1) 設小葉 x 歲，請問阿文 _____ 歲

(2) 假設阿文 y 歲，請問小葉 _____ 歲

- ② 小花的身高等於小樹的三分之一。

(1) 假設小樹身高 x 公分，請問小花的身高是_____公分

(2) 假設小花身高 y 公分，請問小樹的身高是_____公分

★在題目中看到

就是方程式要寫『 \times 』

★在題目中看到

就是方程式要寫『 \div 』



牛刀小試 4

請將以下敘述寫成一元一次式

1. 聖峰的年齡是家禾的3倍。

(1) 假設家禾 x 歲，則聖峰 _____ 歲

(2) 假設聖峰 y 歲，則家禾 _____ 歲

列式：

根據題目：峰=禾 $\times 3$

移項法則：禾=()

2. 高是底的二分之一。

(1) 假設底 x 公分，
請問高是_____公分

(2) 假設高 y 公分，
請問底是_____公分

列式：

根據題目：高=()

移項法則：底=()

3. 心思的零用錢是滋滋零用錢的6倍。

(1) 假設滋滋有 x 元，則
心思有_____元

(2) 假設心思有 y 元，則
滋滋有_____元

4. 道路面積是菜園面積的 $\frac{1}{5}$ 倍。

(1) 假設菜園面積是 x 平方公尺，則
道路面積是_____平方公尺

(2) 假設道路面積是 y 平方公尺，則
菜園面積是_____平方公尺



列式——由文字語言轉為數學語言（混合）

- ① 小花的分數等於小樹的兩倍多3分。

假設小樹 x 分，請問小花 _____分

- ② 大象分數等於動起來分數的 $\frac{1}{2}$ 倍少3分。

假設動起來是 x 分，請問大象是 _____分

★在題目中看到

_____就是方程式要寫『=』

★在題目中看到

_____就是方程式要寫『+』

★在題目中看到

_____就是方程式要寫『-』

★在題目中看到

_____就是方程式要寫『 \times 』

★在題目中看到

_____就是方程式要寫『 \div 』



牛刀小試 5

請將以下敘述寫成一元一次式

1. 紙板寬度是竹筷的2倍少1公分。

假設竹筷是 x 公分，

請問紙板寬度是_____公分

列式：

根據題目：紙板=()

2. 班級數比每班人數的3倍少10。

假設每班人數 x 人，

請問：班級數_____班

3. 鬆餅數量是鬆餅單價的2倍少20元。

假設鬆餅1個 x 元，

請問鬆餅數量是_____個

4. 乙數為甲數的2倍多3。

假設甲數是 x ，乙數是_____

5. 全校男生的人數是女生的2倍少100。

假設女生人數 x 人，男生人數是_____，
全校一共_____人。



例題 1 數字問題



兩個連續的正整數，其平方和是 85，則此兩數分別為何？

★筆記

- ① 兩個連續正整數相差 1。
- ② 若設較小的整數為 x ，
另一整數就會是 $x+1$ 。
- ③ 依條件列式可算出兩數



牛刀小試 6

1. 兩個連續的正整數，其平方和是 61，
則此兩數分別為何？

答 假設一個較小整數是 x ，
則另一個整數為_____

2. 兩個連續的正偶數，其平方和 100，
則此兩數分別為何？

(提示：連續偶數差 2，
表示大偶數比小偶數多 2)

答 假設小的偶數是 x ，
則大的偶數為_____



例題 ② 幾何問題 (長方形)



有一個長方形面積為 108 平方公分，若長比寬多 3 公分，請問這個長方形的長、寬各為多少公分？



★筆記

① 長比寬多 8。

② 長 \times 寬=面積



牛刀小試 7

1. 有一個長方形面積為 12 平方公分，若長比寬多 4 公分，請問這個長方形的長、寬各為多少公分？

答 設未知數

(1) 假設寬是 x 公分，則

長是_____公分

(2) 請列出一元二次方程式：

(3) _____

2. 已知某兩整數和為 11，積為 28，請問二數各為多少？

答 設未知數

(1) 假設一個整數是 x ，

則另一個整數為_____

(2) 請列出一元二次方程式：

(3) _____



例題 3 年齡問題



善用移項法則

小文設計了一個遊戲，想要問出好朋友的年齡。小文說：「將你的年齡，先減掉 5，再平方，最後加上 25。所出現的數字將會是你今天的幸運數字喔！」阿珠說：「我的是 89」。請問阿珠今年幾歲？

★筆記



牛刀小試 8

1. 雨珊設計了一個遊戲，想要問出好朋友的年齡。

雨珊說：「將你的年齡，先減掉 4，再平方，最後加上 16，所出現的數字將會是你今天的幸運數字喔！」

欣言說：「我的是 65」。請問欣言今年幾歲？

答 設未知數

(1) 假設欣言今年 x 歲，

(2) 請列出一元二次方程式：

(3) 解方程式

(4) 答：欣言今年_____歲。

2. 某一正數的平方比這正數的 2 倍多 48，請問此正數是多少？

答 設未知數

(1) 假設此正數是 x ，

(2) 請列出一元二次方程式：

(3) 解方程式

(4) 答：此正數為_____。

檢核區



1. 兩個連續的正整數，其平方和是 25，則此兩數分別為何？
2. 有一個長方形面積為 36 平方公分，若長比寬多 5 公分，請問這個長方形的長、寬各為多少公分？



解 答 篇

牛刀小試 1

1. 朱朱 + 小文 = 23
2. 朱朱 = 小文 $\times 3$
3. 長 = 寬 + 3 公尺
4. 善逸 + 伊之助的錢 = 720
5. 紙板長度 = 竹篾 $\times 2 - 1$
6. 一個數 = 它的倒數 + 2

牛刀小試 2

1. (1) $23 - x$
(2) $23 - y$

列式：

根據題目：辰 + 博 = 23

移項法則：辰 = $23 - \text{博}$
 $= 23 - x$
 博 = $23 - \text{辰}$
 $= 23 - y$

2. (1) $x + 4$
(2) $y - 4$
長 = 寬 + 4 = $x + 4$
寬 = 長 - 4 = $y - 4$

3. (1) $800 - x$
(2) $800 - y$
4. $24 - x$

牛刀小試 3

1. (1) $x - 10$
(2) $y + 10$

根據題目：正 = 宸 - 10
 $= x - 10$

移項法則：宸 = 正 + 10
 $= y + 10$

2. (1) $x - 3$
(2) $y + 3$
底 = 高 - 3 = $x - 3$
高 = 底 + 3 = $y + 3$

3. (1) $x - 2$
(2) $y + 2$
4. (1) $x - 5$
(2) $y + 5$
5. $x + 4$ 、 $x - 4$

牛刀小試 4

1. (1) $3x$
(2) $\frac{1}{3}y$
峰 = 禾 $\times 3 = 3x$
禾 = (峰 $\times \frac{1}{3}$) = $\frac{1}{3}y$

2. (1) $\frac{1}{2}x$
(2) $2y$
高 = (底 $\times \frac{1}{2}$) = $\frac{1}{2}x$
底 = (高 $\times 2$) = $2y$

3. (1) $6x$
(2) $\frac{1}{6}y$

4. (1) $\frac{1}{5}x$
(2) $5y$

牛刀小試 5

1. $2x - 1$
紙板 = (竹篾 $\times 2 - 1$)
2. $3x - 10$
3. $2x - 20$
4. $2x + 3$
5. $2x - 100$ 、 $3x - 100$

牛刀小試 6

1. (1) $x + 1$
(2) $x^2 + (x + 1)^2 = 61$
答：二數為 5 和 6
2. (1) $x + 2$
(2) $x^2 + (x + 2)^2 = 100$
答：二數為 6 和 8

牛刀小試 7

1. (1) $x + 4$
(2) $x(x + 4) = 12$
(3) 長 2 公分；寬 6 公分
2. (1) $11 - x$
(2) $x(11 - x) = 28$
(3) 二數為 4 和 7

牛刀小試 8

1. 11 歲
(2) $(x - 4)^2 + 16 = 65$
(3) $(x - 4)^2 = 49$
 $(x - 4) = \pm 7$
 $x = 4 + 7 = 11$
 $x = 4 - 7 = -3$ (負不合)
- (4) 11 歲
2. 8
(2) $x^2 = 2x + 48$
(3) $x^2 - 2x + 48 = 0$
 $(x + 6)(x - 8) = 0$
 $x = -6$ (負不合) 或 8
- (4) 8

檢核區

1. 3 和 4
2. 長 9 公分，寬 4 公分



B3 5-1 資料整理與統計圖表



概念 ① 次數分配表



把原始資料重新分組

已知：蘭花國中八年愛班數學段考成績如下表，請製作次數分配表

座號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
分數	50	90	84	42	53	72	92	98	60	84
座號	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
分數	77	65	89	62	74	68	71	70	76	81

成績(分)	40~50	50~60	60~70	70~80	80~90	90~100
計數符號欄						
次數(人)						

★筆記

① 60 分要算哪一組？

70 分要算哪一組？

90 分要算哪一組？

② 計數符號可以怎麼寫？

③ 把資料分組的優點和缺點是什麼？



牛刀小試 1

1. 表中是芷涵班上同學身高一覽表，請依表回答問題。

芷涵班上同學身高一覽表

座號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
身高(公分)	155	182	166	145	177	151	160	148	153	179
座號	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
身高(公分)	149	169	173	159	141	154	170	157	162	186
座號	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
身高(公分)	175	150	168	142	158	181	165	153	146	167
座號	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
身高(公分)	163	184	152	166	148	151	177	159	161	144

(1) 請製作次數分配表

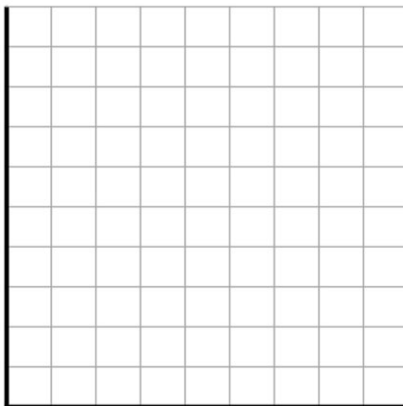
身高(公分)	計數符號欄	次數(人)
140~150		
150~160		
160~170		
170~180		
180~190		
合計		



由次數分配表製作次數分配折線圖

已知：蘭花國中八年愛班數學段考成績次數分配表如下，
請製作次數分配折線圖

成績(分)	次數(人)
40~50	1
50~60	2
60~70	4
70~80	6
80~90	4
90~100	3
總計	20



★筆記

① 50~60 分有 2 人要畫在哪裡呢？為什麼？

② 及格的一共有_____人。

不及格的一共有_____人。

③ 人數最多的是_____組。

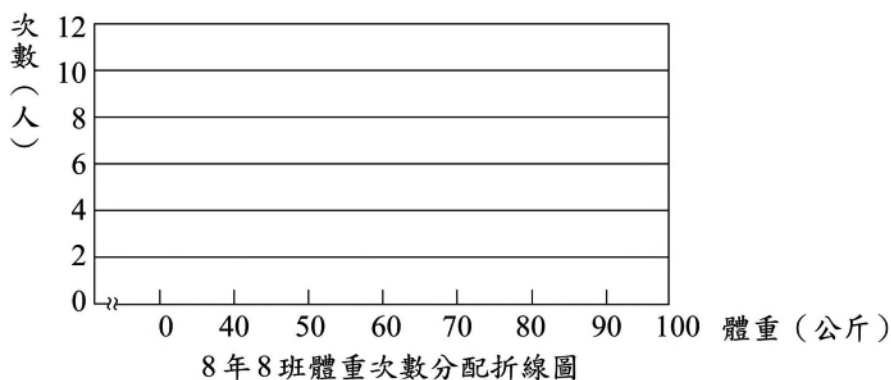
④ 80 分以上的一共有_____人。



牛刀小試 2

下表是快樂國中 8 年 8 班的體重次數分配表，請依據此表繪製體重次數分配折線圖。

體重(公斤)	次數(人)
40~50	7
50~60	11
60~70	6
70~80	5
80~90	1



請問：

(1) 全班共有多少人？

(2) 全班的體重次數分配在那一組(區間)最多人？



概念

③ 累積次數分配表



由次數分配表製作累積次數分配表

已知：蘭花國中八年愛班數學段考成績次數分配表如下，請製作累積次數分配表

成績(分)	40~50	50~60	60~70	70~80	80~90	90~100
次數(人)	1	2	4	6	4	3
累積次數(人)						

★筆記

① 50~60 分累積次數 3 人，代表什麼意思？

80~90 分累積次數 17 人，代表什麼意思？

② 累積次數分配表最後一定是多少？



牛刀小試 3

1. 請幫岱環完成班上的數學成績累積次數分配表，並回答下列問題。

分數(分)	次數(人)	累積次數(人)
30~40	5	5
40~50	9	
50~60	7	
60~70	8	
70~80	2	
80~90	7	
90~100	2	
總計	40	

(1) 該班有_____人成績不及格。

(2) 該班成績 80 分以上有_____人。

2. 下表是快樂國中隨機抽取一班的數學成績累積次數分配表，其中遺漏了幾個數值。

分數(分)	次數(人)	累積次數(人)
30~40	3	3
40~50	()	9
50~60	7	()
60~70	()	25
70~80	2	27
80~90	6	()
90~100	2	35
總計	35	

(1) 請補上遺漏數值，將表格完成。

(2) 該班有_____人成績不及格。

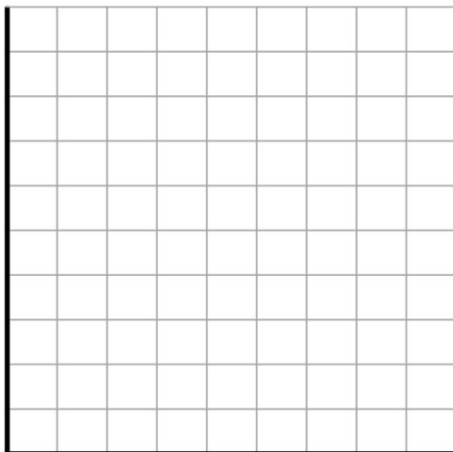
(3) 該班成績 80 分以上有_____人。



由累積次數分配表製作累積次數分配折線圖

已知：蘭花國中八年愛班數學段考成績累積次數分配表如下，請製作累積次數分配折線圖

成績(分)	累積次數(人)
40~50	1
50~60	3
60~70	7
70~80	13
80~90	17
90~100	20
總計	



★筆記

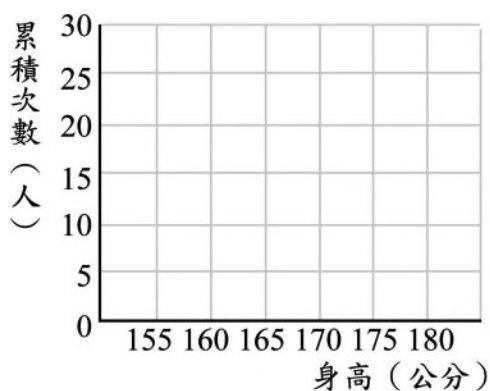
- ① 50~60 分累積有 3 人要畫在哪裡？為什麼？
- ② 80~90 分累積有 17 人要畫在哪裡？為什麼？
- ③ 60~80 分的一共有_____人。
- ④ 人數最多的是_____組。怎麼判斷？



牛刀小試 4

1. 請根據宇涵班上同學身高累積次數分配表，製作累積次數分配折線圖並回答下列問題：

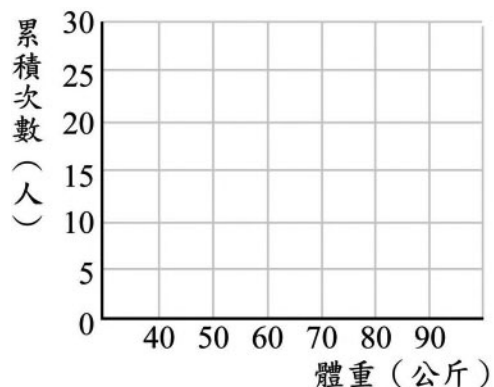
身高(公分)	累積次數(人)
155~160	4
160~165	12
165~170	17
170~175	20
總計	



- (1) 身高不到 165 公分的有_____人。
- (2) 身高 170 公分以上(含)的有_____人。
- (3) 160(含)~175(不含)公分的有_____人。
- (4) 人數最多的是_____組。

2. 請根據智傑班上同學體重累積次數分配表製作累積次數分配折線圖並回答下列問題：

體重(公斤)	累積次數(人)
40~50	2
50~60	6
60~70	14
70~80	19
80~90	20
總計	



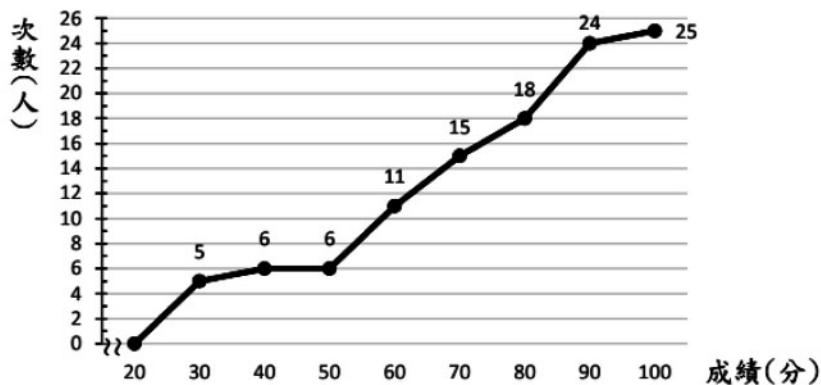
- (1) 體重不到 60 公斤的有_____人。
- (2) 體重 80 公斤以上(含)的有_____人。
- (3) 60(含)~80(不含)公斤的有_____人。
- (4) 人數最多的是_____組。



例題 1 累積次數折線圖



下圖為班上數學段考成績的累積次數分配折線圖：



★筆記

請問：

- ① 全班一共有_____人
- ② 成績不及格的有_____人；及格有_____人
- ③ 50~60分（不含60分）的有_____人
- ④ 哪一個區間人數最多？_____
- ⑤ 哪一個區間人數最少？_____

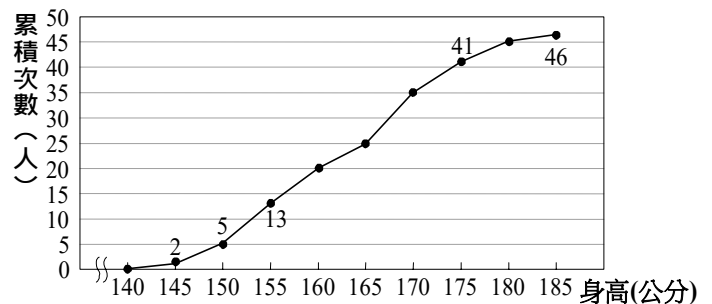


牛刀小試 5

1. 右圖為柏安班上同學的身高累積次數分配折線圖，依圖回答下列問題：

(1) 柏安全班共有多少人？

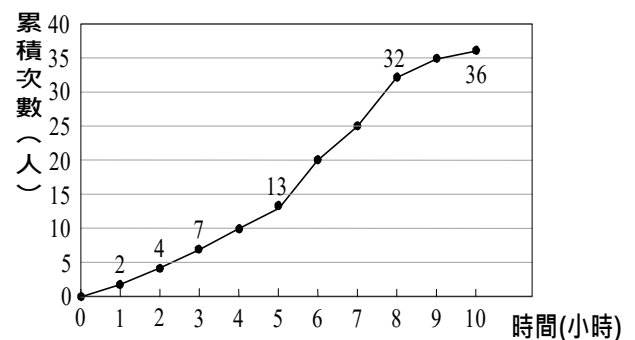
(2) 若柏安身高為175公分，則柏安的身高比全班多少人還高？



2. 下圖為悻誼班上36位同學每周使用手機的時間累積次數分配折線圖，依圖回答下列問題：

(1) 全班每週使用手機8小時以上（含）的同學有多少人？

(2) 若悻誼每週使用手機5小時，則全班每週使用手機的時間比悻誼還少的有多少人？





計算相對次數

已知：蘭花國中八年愛班數學段考成績次數分配表如下，請製作相對次數分配表

成績(分)	40~50	50~60	60~70	70~80	80~90	90~100	總計
次數(人)	1	2	4	6	4	3	20
相對次數(%)							

★筆記

①相對次數如何計算？

②為什麼要用相對次數？



牛刀小試 6

1. 請幫聖翰完成班上同學身高相對次數分配表，並回答下列問題。

聖翰班上同學身高相對次數分配表

身高(公分)	次數(人)	相對次數(%)
155~160	4	
160~165	8	
165~170	5	
170~175	3	
總計	20	

(1) 身高未達 165 公分的人數占全班人數的百分比為多少？_____

(2) 身高在 165 公分以上（含 165 公分）的人數占全班人數的百分比為多少？_____

2. 請幫彥翔完成班上同學體重相對次數分配表，並回答下列問題。

彥翔班上同學體重相對次數分配表

體重(公斤)	次數(人)	相對次數(%)
40~50	2	
50~60	4	
60~70	8	
70~80	5	
80~90	1	
總計	20	

(1) 體重未達 60 公斤的人數占全班人數的百分比為多少？_____

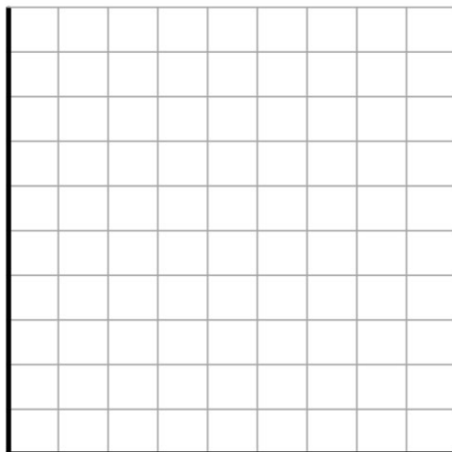
(2) 體重在 70 公斤以上（含 70 公斤）的人數占全班人數的百分比為多少？_____



由相對次數分配表製作相對分配折線圖

已知：蘭花國中八年愛班數學段考成績相對次數分配表如下，請製作相對次數分配折線圖

成績（分）	相對次數（%）
40～50	5
50～60	10
60～70	20
70～80	30
80～90	20
90～100	15
總計	



★筆記

① 50～60 分有 10% 要畫在哪裡呢？為什麼？

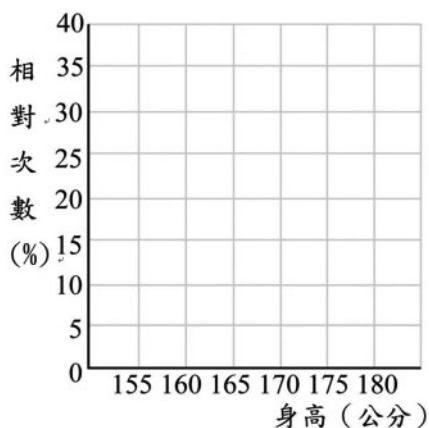
② 次數分配折線圖和相對次數折線圖最大的差別是？



牛刀小試 7

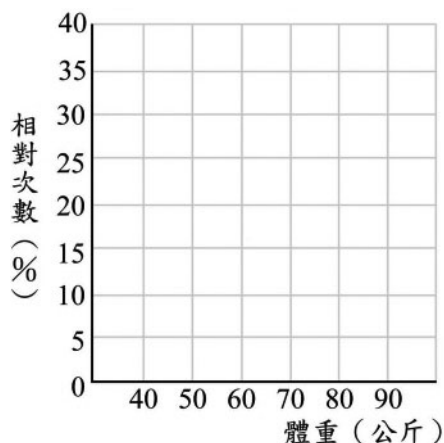
1. 請根據瑄班上同學身高相對次數分配表，製作身高相對次數分配折線圖。

身高（分）	相對次數（%）
155～160	20
160～165	40
165～170	25
170～175	15
總計	100



2. 請根據羽恩班上同學體重相對次數分配表製作相對次數分配折線圖。

體重（公斤）	相對次數（%）
40～50	10
50～60	20
60～70	40
70～80	25
80～90	5
總計	





計算累積相對次數

已知：蘭花國中八年愛班數學段考成績次數分配表如下，請製作累積相對次數分配表

成績(分)	40~50	50~60	60~70	70~80	80~90	90~100	總計
次數(人)	1	2	4	6	4	3	20
累積人數(人)							
相對次數(%)	5	10	20	30	20	15	100
累積相對次數(%)							

★筆記

① 50~60 分累積相對次數 15%，代表什麼意思？

80~90 分累積相對次數 85%，代表什麼意思？

② 累積相對次數分配表最後一定是？



牛刀小試 8

1. 請幫歆甯完成班上同學身高累積相對次數分配表

身高(公分)	次數(人)	累積人數(人)	相對次數(%)	累積相對次數(%)
155~160	4		20	
160~165	8		40	
165~170	5		25	
170~175	3		15	
總計	20		100	

2. 請幫晴瑤完成班上同學體重累積相對次數分配表

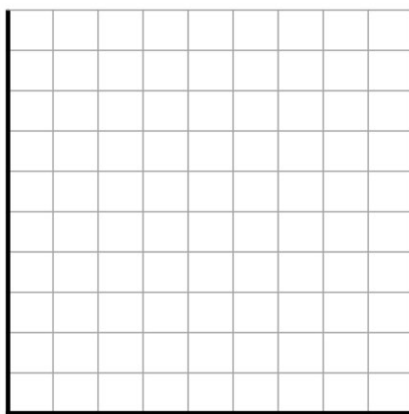
體重(公斤)	次數(人)	累積人數(人)	相對次數(%)	累積相對次數(%)
40~50	2		10	
50~60	4		20	
60~70	8		40	
70~80	5		25	
80~90	1		5	
總計	20		100	



由累積相對次數分配表製作累積相對次數分配折線圖

已知：蘭花國中八年愛班數學段考成績累積次數分配表如下，請製作累積次數分配折線圖

成績（分）	累積相對次數（%）
40～50	5
50～60	15
60～70	35
70～80	65
80～90	85
90～100	100
總計	



★筆記

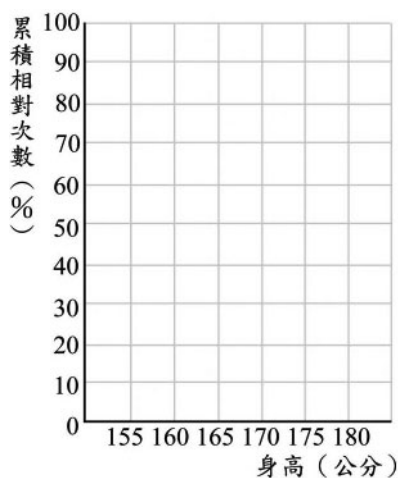
- ① 50～60 分累積有 15% 要畫在哪裡？為什麼？
- ② 80～90 分累積有 85% 要畫在哪裡？為什麼？
- ③ 60～80 分佔全班的百分比是多少？
- ④ 人數最多的是哪一組？怎麼判斷？



牛刀小試 9

1. 請根據安晴班上同學身高累積相對次數分配表，製作累積相對次數分配折線圖，並回答下列問題：

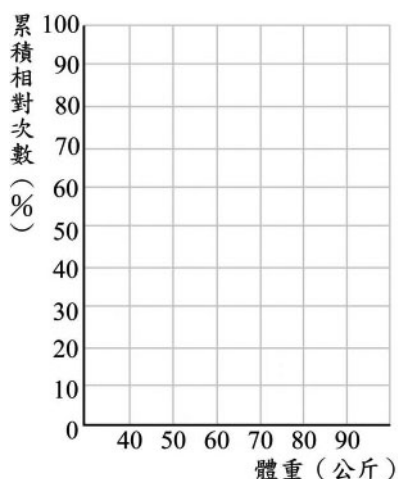
身高（公分）	累積相對次數（%）
155～160	20
160～165	60
165～170	85
170～175	100
總計	



- (1) 身高未達 165 公分的人數占全班人數的百分比為多少？
- (2) 身高在 170 公分以上（含 170 公分）的人數占全班人數的百分比為多少？

2. 請根據蓉璇班上同學體重累積相對次數分配表，製作累積相對次數分配折線圖，並回答下列問題：

體重（公斤）	累積相對次數（%）
40～50	10
50～60	30
60～70	70
70～80	95
80～90	100
總計	



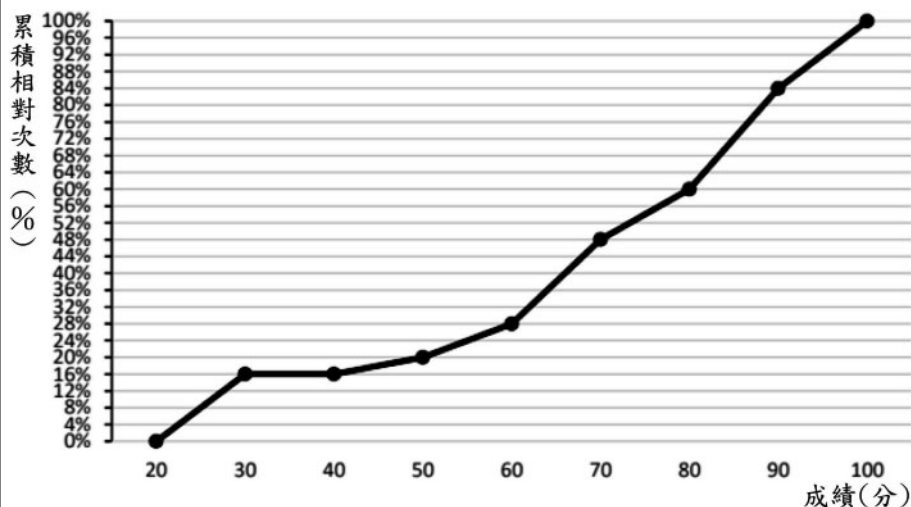
- (1) 體重未達 60 公斤的人數占全班人數的百分比為多少？
- (2) 體重在 70 公斤以上（含 70 公斤）的人數占全班人數的百分比為多少？



例題 ② 累積相對次數分配折線圖



班上有 25 位同學下，下圖為班上數學段考成績的累積次數分配折線圖：



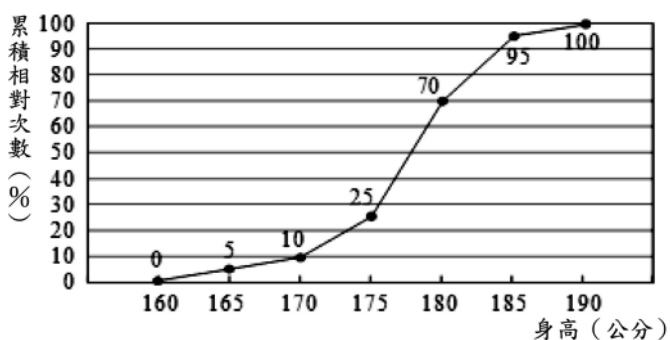
請問：

- ① 不及格的佔全班的百分比是_____
- ② 80 分以上（含 80 分）佔全班的百分比是_____
- ③ 50~60 分（不含 60 分）佔全班的百分比是_____
- ④ 60~70 分（不含 70 分）有_____人
- ⑤ 哪一個區間人數最多？_____
- 哪一個區間人數最少？_____



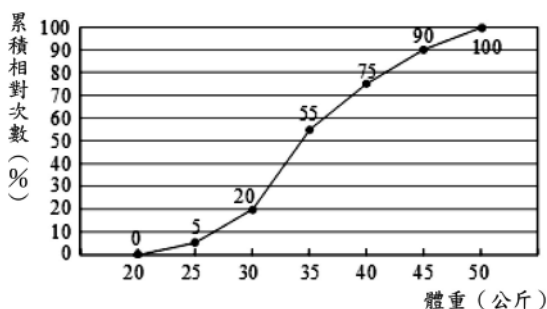
牛刀小試 10

1. 如圖是江江籃球隊 20 位球員身高的累積相對次數分配折線圖，試回答下列問題：



- (1) 身高未滿 170 公分（不含 170 公分）的球員，佔全體球員的百分比(%)是_____。
- (2) 身高在 180 公分以上（含 180 公分）的球員，佔全體球員的百分比(%)是_____。
- (3) 身高在 170 公分以上（含 170 公分）未滿 180 公分（不含 180 公分）的球員共有_____人。

2. 如圖是品蓉班上 40 位學生體重的累積相對次數分配折線圖，試回答下列問題：



- (1) 體重未滿 25 公斤（不含 25 公斤）的學生，佔全班的百分比(%)是_____。
- (2) 體重在 40 公斤以上（含 40 公斤）的學生，佔全班的百分比(%)是_____。
- (3) 體重在 25 公斤以上（含 25 公斤）、未滿 40 公斤（不含 40 公斤）的學生共有_____人。



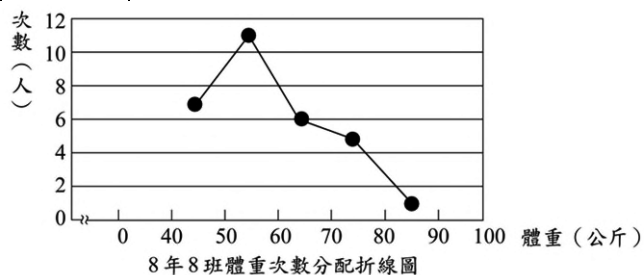
解 答 篇

牛刀小試 1

(1)

身高 (公分)	計數符號欄	次數(人)
140~150	正 下	8
150~160	正正 下	12
160~170	正正	10
170~180	正 一	6
180~190	下	4
合計		40

牛刀小試 2



(1) 30 人

(2) 50~60 公斤

牛刀小試 3

1.(1)

分數(分)	次數(人)	累積次數(人)
30~40	5	5
40~50	9	14
50~60	7	21
60~70	8	29
70~80	2	31
80~90	7	38
90~100	2	40
總計	40	

(2) 21 人 (3) 9 人

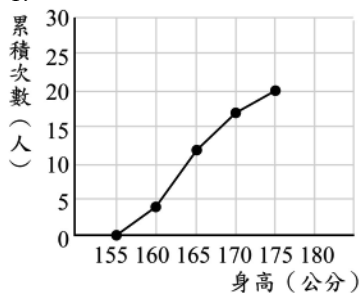
2. (1)

分數(分)	次數(人)	累積次數(人)
30~40	3	3
40~50	(6)	9
50~60	7	(16)
60~70	(9)	25
70~80	2	27
80~90	6	(33)
90~100	2	35
總計	35	

(2) 16 人 (3) 8 人

牛刀小試 4

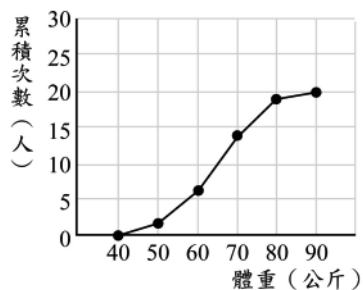
1.



(3) 12 人 (2) 3 人 (3) 16 人

(4) 160~165 公分這組

2.



(1) 6 人 (2) 1 人 (3) 13 人 (4) 60~70 公斤這組

牛刀小試 5

1. (1) 46 人 (2) 41 人

2. (1) 4 人 (2) 13 人

牛刀小試 6

1.

小文班上同學身高相對次數分配表

身高(公分)	次數(人)	相對次數(%)
155~160	4	20
160~165	8	40
165~170	5	25
170~175	3	15
總計	20	100

(1) 60% (2) 40%

2.

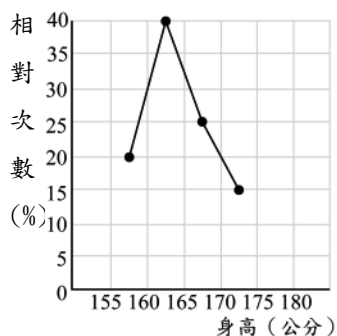
小文班上同學體重相對次數分配表

體重(公斤)	次數(人)	相對次數(%)
40~50	2	10
50~60	4	20
60~70	8	40
70~80	5	25
80~90	1	5
總計	20	100

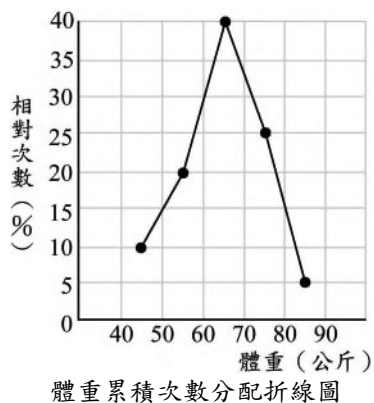
(1) 30% (2) 30%

牛刀小試 7

1.



2.



牛刀小試 8

1.

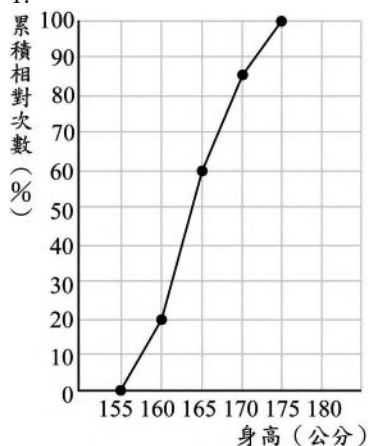
身高 (公分)	次數 (人)	累積人數 (人)	相對次數 (%)	累積相對 次數(%)
155~160	4	4	20	20
160~165	8	12	40	60
165~170	5	17	25	85
170~175	3	20	15	100
總計	20		100	

2.

體重 (公斤)	次數 (人)	累積人數 (人)	相對次數 (%)	累積相對 次數(%)
40~50	2	2	10	10
50~65	4	6	20	30
60~70	8	14	40	70
70~85	5	19	25	95
80~90	1	20	5	100
總計	20		100	

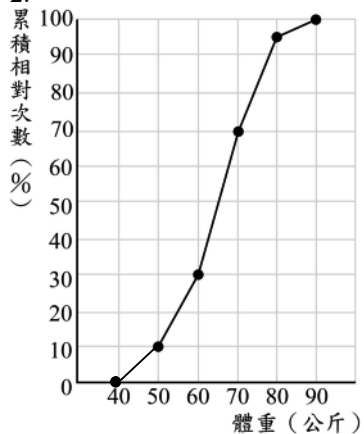
牛刀小試 9

1.



(1) 60% (2) 15%

2.



(1) 30% (2) 30%

牛刀小試 10

1. (1) 10%

(2) 30%

(3) 12 人

2. (1) 5%

(2) 25%

(3) 28 人