



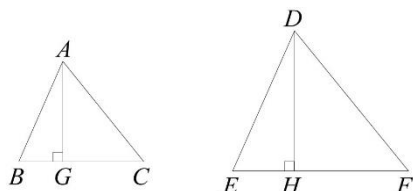
B5 1-4 相似形的應用



概念 ① 相似三角形的高與面積



☆ 若 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ，且 $A、B、C$ 的對應點分別是 $D、E、F$ ，若 $\overline{AG}、\overline{DH}$ 分別為 \overline{BC} 和 \overline{EF} 上的高，請說明： $\overline{AG} : \overline{DH} = \overline{AB} : \overline{DE}$



☆ 如果 $\overline{AB} : \overline{DE} = 2 : 3$ ，則

① $\overline{AG} : \overline{DH} =$ _____

② $\triangle ABC$ 面積： $\triangle DEF$ 面積 = _____

整理

兩相似三角形

① 對應高的比 = _____。

② 面積比 = _____。

☆ 筆記

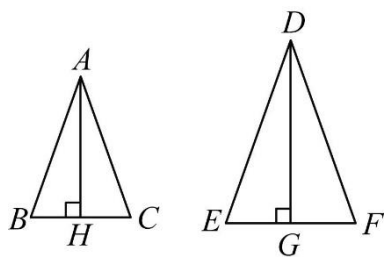


牛刀小試 ①

1. 如圖，已知 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 。

\overline{AH} 為 \overline{BC} 上的高， \overline{DG} 為 \overline{EF} 上的高。

若 $\overline{BC} = 15$ ， $\overline{EF} = 20$ ，則：



(1) $\overline{BC} : \overline{EF} =$ _____。

(最簡整數比)

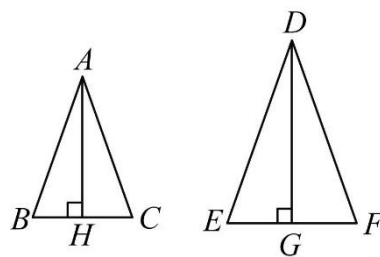
$\overline{AH} : \overline{DG} =$ _____。

(2) $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 的面積比為 _____。

2. 如圖，已知 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 。

\overline{AH} 為 \overline{BC} 上的高， \overline{DG} 為 \overline{EF} 上的高。

若 $\overline{BC} = 12$ ， $\overline{EF} = 20$ ，則：



(1) $\overline{BC} : \overline{EF} =$ _____。

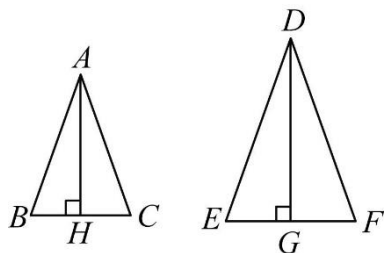
$\overline{AH} : \overline{DG} =$ _____。

(2) $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 的面積比為 _____。

3. 如圖，已知 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 。

\overline{AH} 為 \overline{BC} 上的高， \overline{DG} 為 \overline{EF} 上的高。

若 $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{DE} = 12$ ，則：

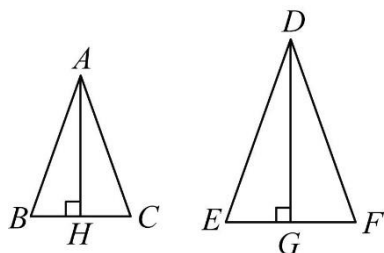


- (1) $\overline{BC} : \overline{EF} =$ _____。
- $\overline{AH} : \overline{DG} =$ _____。
- (2) $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 的面積比為_____。
- (3) 若 $\triangle ABC$ 面積是 16，則 $\triangle DEF$ 的面積為_____。

4. 如圖，已知 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 。

\overline{AH} 為 \overline{BC} 上的高， \overline{DG} 為 \overline{EF} 上的高。

若 $\overline{AC} = 5$ ， $\overline{DF} = 7$ ，則：

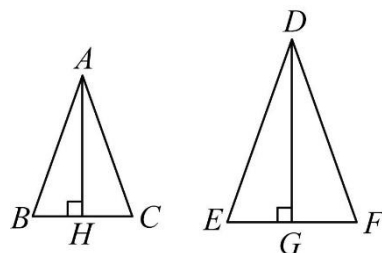


- (1) $\overline{BC} : \overline{EF} =$ _____。
- $\overline{AH} : \overline{DG} =$ _____。
- (2) $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 的面積比為_____。
- (3) 若 $\triangle ABC$ 面積是 50，則 $\triangle DEF$ 的面積為_____。

5. 如圖，已知 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 。

\overline{AH} 為 \overline{BC} 上的高， \overline{DG} 為 \overline{EF} 上的高。

若 $\overline{AH} = 3$ ， $\overline{DG} = 8$ ，則：

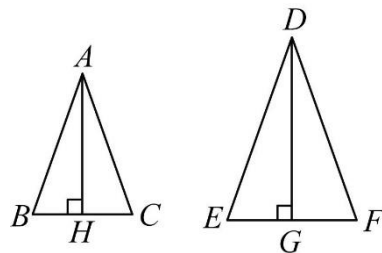


- (1) \overline{BC} 和 \overline{EF} 的長度比為_____。
- (2) 若 $\overline{EF} = 16$ ，求 $\overline{BC} =$ _____。
- (3) $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 的面積比為_____。

6. 如圖，已知 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 。

\overline{AH} 為 \overline{BC} 上的高， \overline{DG} 為 \overline{EF} 上的高。

若 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 面積比為 4 : 9，則：



- (1) $\overline{BC} : \overline{EF} =$ _____。
- (2) $\overline{AH} : \overline{DG} =$ _____。

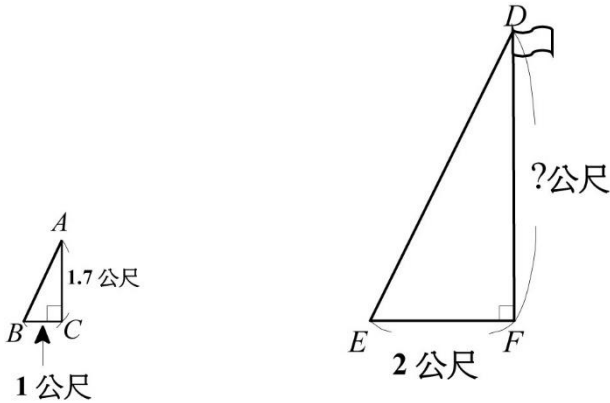


例題 1 測量旗桿的高度



羅澤想測量旗桿的高度

已知：羅澤的身高 $\overline{AC} = 1.7$ 公尺，他的影子 $\overline{BC} = 1$ 公尺
旗桿的影子 $\overline{EF} = 2$ 公尺，求旗桿的高度 $\overline{DF} = ?$



☆筆記

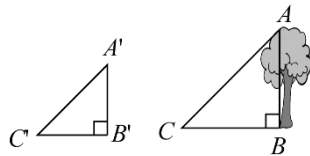
$\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 為什麼會相似？



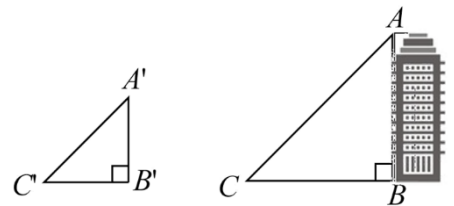
牛刀小試 2

- 秉蓁想要測量與地面垂直的樹之高度 \overline{AB} ，他先測得該樹影子 \overline{BC} 的長度為 350 [公分]，在同一時間，拿一根長 1 [公尺] 的標桿 ($\overline{A'B'}$) 垂直地面，測得影子 $\overline{B'C'}$ 的長度為 0.7 [公尺]。則該樹的高度 \overline{AB} 為 _____ 公尺。

(提示:換成同單位)



- 昱忻想要測量教學大樓的高度 \overline{AB} ，他先測得教學大樓影子 \overline{BC} 的長度為 6 公尺，在同一時間，拿一根長 15 公尺的標桿 ($\overline{A'B'}$) 垂直地面，測得影子 $\overline{B'C'}$ 的長度為 2 公尺。則教學大樓的高度 \overline{AB} 為 _____ 公尺。

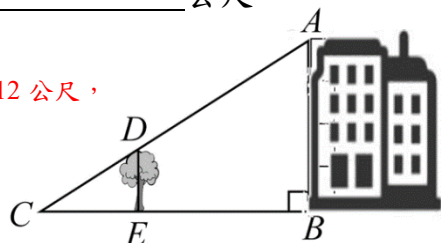


3. 如圖，瑞好想要測量自家大樓高度 \overline{AB} ，距離該大樓前方 12 公尺 E 點有一棵長為 2 公尺大樹 \overline{DE} ，大樓影子長度 \overline{BC} 和大樹影子長度 \overline{CE} 重疊交於 C 點，已知大樓影子長度 \overline{BC} 為 15 公尺，求大樓高度 \overline{AB} _____ 公尺。

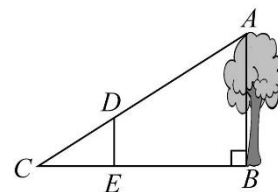
提示：

① B 點和 E 點距離 12 公尺，

② 先算出 \overline{CE} 長



4. 如圖，品希想要測量樹高 \overline{AB} ，她在樹前 15 公尺的 E 點立一根長為 4 公尺的標竿 \overline{DE} ， \overline{AD} 和 \overline{BE} 延長交於 C 點，已知樹的影子長度 \overline{BC} 是 20 公尺，求樹高 \overline{AB} 為 _____ 公尺。



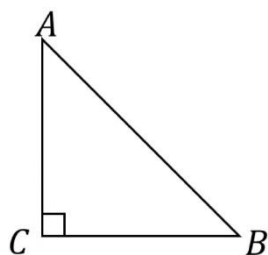


概念

② 特殊直角△的邊長關係(45°—45°—90°)

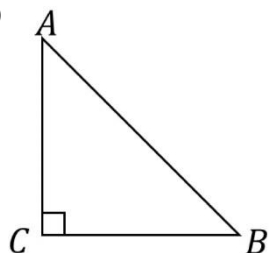


如右圖， $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形， $\angle A = \angle B = 45^\circ$ ， $\angle C = 90^\circ$ ，求 $\overline{AC} : \overline{BC} : \overline{AB} = ?$



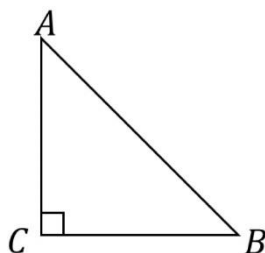
<例>

①



若 $\overline{AC} = 3$ ，則 $\overline{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$ ，
 $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$

②



若 $\overline{AB} = 6$ ，則 $\overline{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$ ，
 $\overline{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$

☆筆記

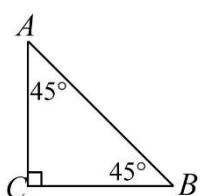


牛刀小試 3

1. 若 $\overline{AC} = 4$ ，求

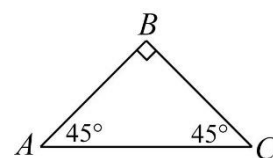
(1) $\overline{BC} =$

(2) $\overline{AB} =$

3. 若 $\overline{AB} = 8$ ，求

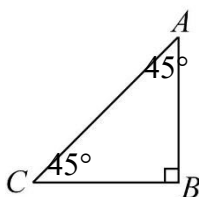
(1) $\overline{BC} =$

(2) $\overline{AC} =$

2. 若 $\overline{BC} = 5$ ，求

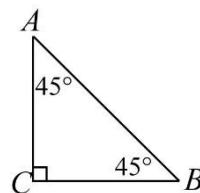
(1) $\overline{AB} =$

(2) $\overline{AC} =$

4. 若 $\overline{AB} = 3\sqrt{2}$ ，求

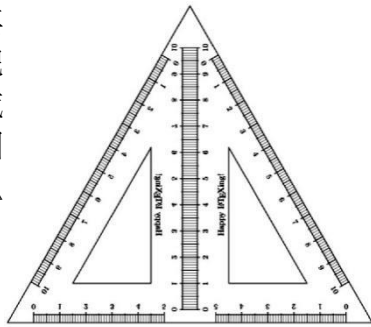
(1) $\overline{BC} =$

(2) $\overline{AC} =$

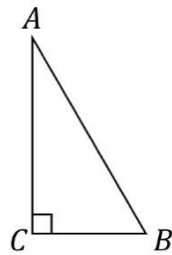




常見的兩種三角板都是直角三角形，其中一種是 30 度—60 度—90 度，我們把兩個這種三角板拼起來剛好可以拼成一個_____（如圖）我們用這個特性來探討 30 度—60 度—90 度直角△的邊長關係。

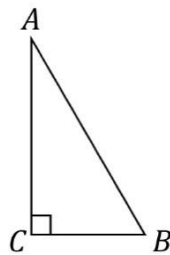


☆筆記



☆如右圖，已知 $\angle A = 30^\circ$ $\angle B = 60^\circ$ ， $\angle C = 90^\circ$

若 $\overline{BC} = a$ ，求 $\overline{BC} : \overline{AB} : \overline{AC} = ?$

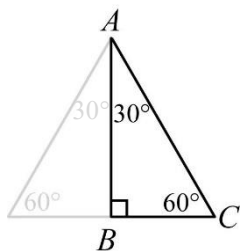


牛刀小試 4

1. 如圖

(1) $\overline{BC} : \overline{AC} : \overline{AB}$
= _____

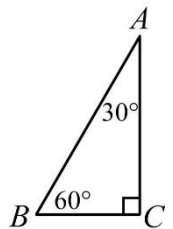
(2) 若 $\overline{BC} = 2$ ，
 $\overline{AC} =$ _____
 $\overline{AB} =$ _____



4. 如圖

(1) $\overline{BC} : \overline{AB} : \overline{AC}$
= _____

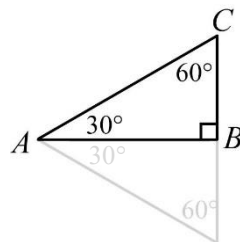
(2) 若 $\overline{AB} = 4$ ，
 $\overline{BC} =$ _____
 $\overline{AC} =$ _____



2. 如圖

(1) $\overline{BC} : \overline{AC} : \overline{AB}$
= _____

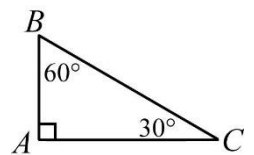
(2) 若 $\overline{BC} = 4$ ，
 $\overline{AC} =$ _____
 $\overline{AB} =$ _____



5. 如圖

(1) $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{AC}$
= _____

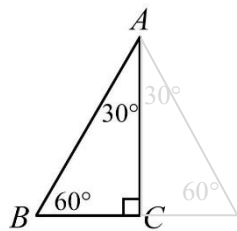
(2) 若 $\overline{BC} = 6$ ，
 $\overline{AB} =$ _____
 $\overline{AC} =$ _____



3. 如圖

(1) $\overline{BC} : \overline{AB} : \overline{AC}$
= _____

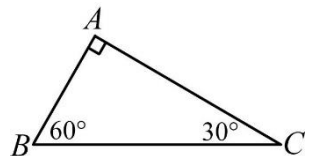
(2) 若 $\overline{BC} = 6$ ，
 $\overline{AB} =$ _____
 $\overline{AC} =$ _____



6. 如圖

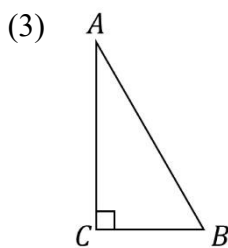
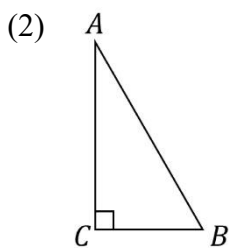
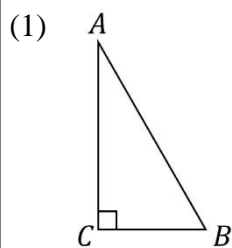
(1) $\overline{AB} : \overline{AC} : \overline{BC}$
= _____

(2) 若 $\overline{BC} = 8$ ，
 $\overline{AB} =$ _____
 $\overline{AC} =$ _____



**例題****③** **$30^\circ-60^\circ-90^\circ$ 的直角三角形的邊長比**已知： $\angle A=30^\circ$ ， $\angle B=60^\circ$ ， $\angle C=90^\circ$

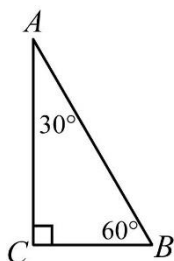
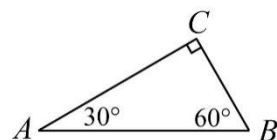
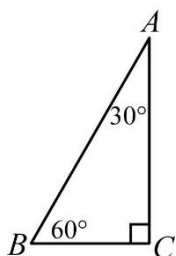
☆筆記



(2)
若 $\overline{BC}=2$ ，
求 $\overline{AB} =$ _____，
 $\overline{AC} =$ _____

若 $\overline{AB}=10$ ，
求 $\overline{BC} =$ _____，
 $\overline{AC} =$ _____

若 $\overline{AC}=6$ ，
求 $\overline{BC} =$ _____，
 $\overline{AB} =$ _____

**牛刀小試 5**1. 若 $\overline{BC}=3$ ，求 $\overline{AB} =$ $\overline{AC} =$ 3. 若 $\overline{AC}=6\sqrt{3}$ ，求 $\overline{BC} =$ $\overline{AB} =$ 2. 若 $\overline{AC}=4\sqrt{3}$ ，求 $\overline{BC} =$ $\overline{AB} =$ 



概念 4 直角△的邊長比值



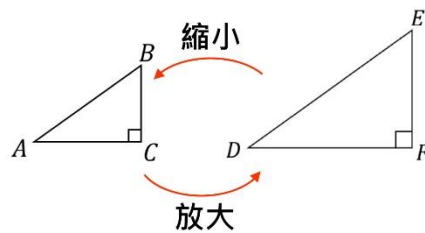
☆如果我們把直角△ABC 放大成△DEF
則_____

$$\Rightarrow \frac{BC}{EF} = \frac{AB}{DE} \quad (\text{對應邊成比例})$$

$$\Rightarrow \frac{BC}{AB} = \frac{EF}{DE}$$

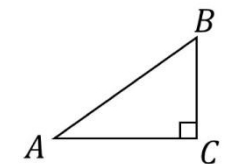
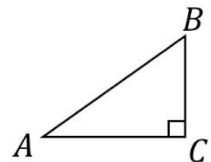
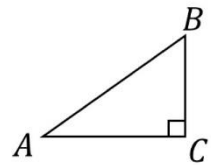
$$\Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{DF}{DE}$$

$$\Rightarrow \frac{BC}{AC} = \frac{EF}{DF}$$

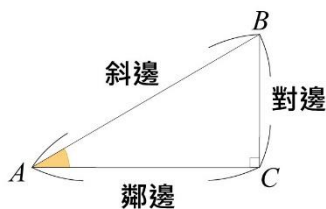


我們發現：
不管放大或縮小幾倍，這些直角△的邊長比值都是固定的！

☆筆記



☆



$$\frac{BC}{AB} = \frac{\angle A \text{ 的對邊長}}{\text{斜邊長}} = \sin A$$

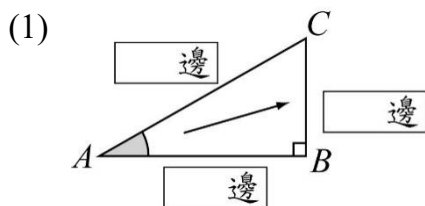
$$\frac{AC}{AB} = \frac{\angle A \text{ 的鄰邊長}}{\text{斜邊長}} = \cos A$$

$$\frac{BC}{AC} = \frac{\angle A \text{ 的對邊長}}{\angle A \text{ 的鄰邊長}} = \tan A$$



牛刀小試 6

1. 以 A 為觀察點，請在空格中填入「斜」、「對」、「鄰」

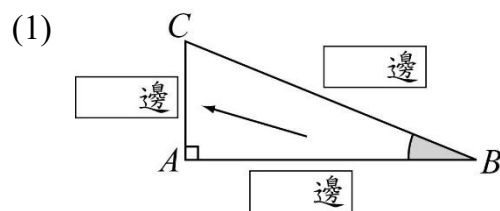


(2) $\sin A = \frac{\angle A \text{ 的 } \boxed{\text{對}} \text{ 邊長}}{\boxed{\text{斜}} \text{ 邊長}}$

$$\cos A = \frac{\angle A \text{ 的 } \boxed{\text{鄰}} \text{ 邊長}}{\boxed{\text{斜}} \text{ 邊長}}$$

$$\tan A = \frac{\angle A \text{ 的 } \boxed{\text{對}} \text{ 邊長}}{\angle A \text{ 的 } \boxed{\text{鄰}} \text{ 邊長}}$$

2. 以 B 為觀察點，請在空格中填入「斜」、「對」、「鄰」



(2) $\sin B = \frac{\angle B \text{ 的 } \boxed{\text{對}} \text{ 邊長}}{\boxed{\text{斜}} \text{ 邊長}}$

$$\cos B = \frac{\angle B \text{ 的 } \boxed{\text{鄰}} \text{ 邊長}}{\boxed{\text{斜}} \text{ 邊長}}$$

$$\tan B = \frac{\angle B \text{ 的 } \boxed{\text{對}} \text{ 邊長}}{\angle B \text{ 的 } \boxed{\text{鄰}} \text{ 邊長}}$$



例題 4 直角△的邊長比值

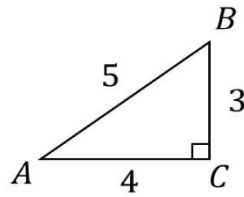


如右圖，已知： $\angle C=90^\circ$ ， $\overline{BC}=3$ ，
 $\overline{AC}=4$ ， $\overline{AB}=5$ ，求

(1) $\sin A =$ _____

(2) $\cos A =$ _____

(3) $\tan A =$ _____



☆筆記



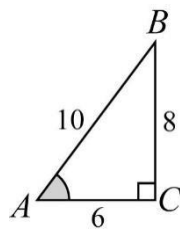
牛刀小試 7

1. 如圖，求

(1) $\sin A =$ _____

(2) $\cos A =$ _____

(3) $\tan A =$ _____

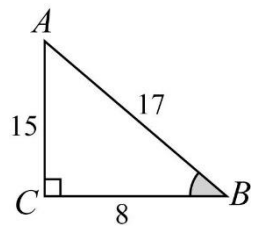


4. 如圖，求

(1) $\sin B =$ _____

(2) $\cos B =$ _____

(3) $\tan B =$ _____

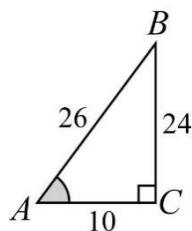


2. 如圖，求

(1) $\sin A =$ _____

(2) $\cos A =$ _____

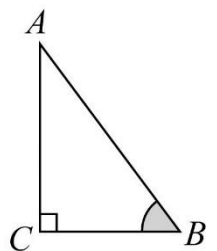
(3) $\tan A =$ _____



5. 若 $\sin B = \frac{12}{13}$ ，則

(1) $\cos B =$ _____

(2) $\tan B =$ _____

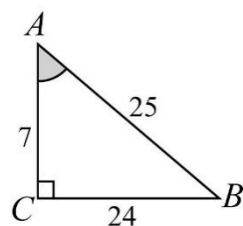


3. 如圖，求

(1) $\sin A =$ _____

(2) $\cos A =$ _____

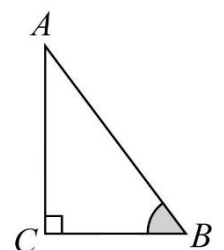
(3) $\tan A =$ _____



6. 若 $\sin B = \frac{15}{17}$ ，則

(1) $\cos B =$ _____

(2) $\tan B =$ _____

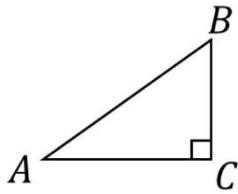




例題 5 特殊直角△的邊長比值



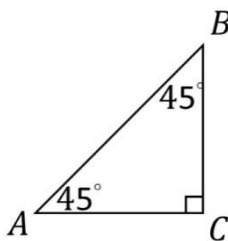
☆筆記



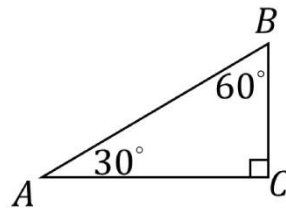
$$\sin A = \underline{\hspace{2cm}} \quad \cos A = \underline{\hspace{2cm}} \quad \tan A = \underline{\hspace{2cm}}$$

<練習>

(1)



(2)



- | | | |
|--|--|--|
| ① $\sin 45^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$ | ① $\sin 30^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$ | ① $\sin 60^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$ |
| ② $\cos 45^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$ | ② $\cos 30^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$ | ② $\cos 60^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$ |
| ③ $\tan 45^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$ | ③ $\tan 30^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$ | ③ $\tan 60^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$ |



牛刀小試 8

1. (1) $\sin 30^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) $\sin 60^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

(3) $\sin 45^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

2. (1) $\cos 30^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) $\cos 60^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

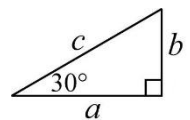
(3) $\cos 45^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

3. (1) $\tan 30^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

(3) $\tan 60^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

(3) $\tan 45^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

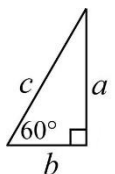
4. 若 $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$



(1) 表示圖中， $\frac{\square}{\square} = \frac{1}{2}$

(2) 若 $c = 10$ ，則 $b = \underline{\hspace{2cm}}$

5. 若 $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$



(1) 表示圖中， $\frac{\square}{\square} = \frac{1}{2}$

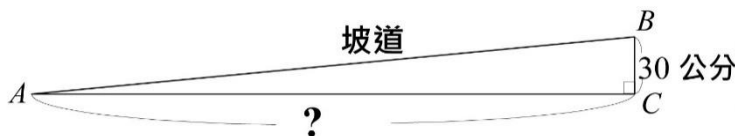
(2) 若 $c = 12$ ，則 $b = \underline{\hspace{2cm}}$



例題 6 三角比的應用



「無障礙通行空間設置坡道，其坡度不得大於 $\frac{1}{12}$ 」。其中，
 坡度 = $\frac{\text{高度}}{\text{水平距離}}$ ，蘭花國中想設置一個無障礙通行坡道，
 其中高度 BC 為 30 公分，則水平距離至少要多少公分才能符合規定？



☆筆記

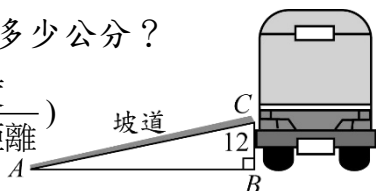
請問：題目中的 $\frac{1}{12}$ 指的是 $\sin A$ 、 $\cos A$ 還是 $\tan A$ ？



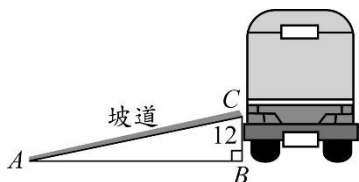
牛刀小試 9

1. 如下圖，公車的門可設置臨時殘障坡道，讓身障者的輪椅及娃娃車能輕鬆上車。已知坡度是 $\frac{1}{9}$ 且公車門到地板的垂直高度 \overline{BC} 為 12 公分，求此殘障坡道的水平距離 \overline{AB} 是多少公分？

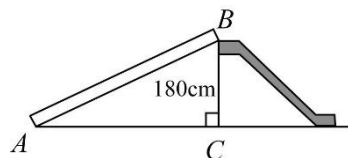
(提示：坡度 = $\frac{\text{高度}}{\text{水平距離}}$)



2. 如下圖，公車的門可設置臨時殘障坡道，讓身障者的輪椅及娃娃車能輕鬆上車。已知坡度是 $\frac{1}{10}$ 且公車門到地板的垂直高度 \overline{BC} 為 12 公分，求此殘障坡道的水平距離 \overline{AB} 是多少公分？

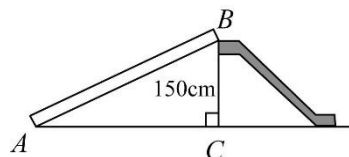


3. 如下圖，某公園有一座溜滑梯，其地面所形成的角度為 A ，已知 $\tan A = \frac{3}{4}$ ，且最高點的垂直高度為 180 公分，求此溜滑梯的水平距離 \overline{AC} 是多少公分？



(提示： $\tan A = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\angle A \text{ 的對邊長}}{\angle A \text{ 的鄰邊長}}$)

4. 如下圖，某公園有一座溜滑梯，其地面所形成的角度為 A ，已知 $\tan A = \frac{3}{4}$ ，且最高點的垂直高度為 150 公分，求此溜滑梯的水平距離 \overline{AC} 是多少公分？





解 答 篇

牛刀小試 1

- $3:4, 3:4$
 - $9:16$
- $3:5, 3:5$
 - $9:25$
- $2:3, 2:3$
 - $4:9$
- 36
- $5:7, 5:7$
 - $25:49$
- 98
- $3:8$
 - 6
- $9:64$
- $2:3$
 - $2:3$

牛刀小試 2

- 5
- 45
- 10
- 16

牛刀小試 3

- 4
 - $4\sqrt{2}$
- 5
 - $5\sqrt{2}$
- 8
 - $8\sqrt{2}$
- 3
 - 3

牛刀小試 4

- $1:2:\sqrt{3}$
 - $4:2\sqrt{3}$
- $1:2:\sqrt{3}$
 - $8:4\sqrt{3}$
- $1:2:\sqrt{3}$
 - $12:6\sqrt{3}$
- $1:2:\sqrt{3}$
 - $2:2\sqrt{3}$
- $1:2:\sqrt{3}$
 - $3:3\sqrt{3}$
- $1:\sqrt{3}:2$
 - $4:4\sqrt{3}$

牛刀小試 5

- $6, 3\sqrt{3}$
- $4, 8$
- $6, 12$

牛刀小試 6

- $$\sin A = \frac{\angle A \text{ 的對邊長}}{\text{斜邊長}}$$

$$\cos A = \frac{\angle A \text{ 的鄰邊長}}{\text{斜邊長}}$$

$$\tan A = \frac{\angle A \text{ 的對邊長}}{\angle A \text{ 的鄰邊長}}$$

- $$\sin B = \frac{\angle B \text{ 的對邊長}}{\text{斜邊長}}$$

$$\cos B = \frac{\angle B \text{ 的鄰邊長}}{\text{斜邊長}}$$

$$\tan B = \frac{\angle B \text{ 的對邊長}}{\angle B \text{ 的鄰邊長}}$$

牛刀小試 7

- $\frac{4}{5}$
 - $\frac{3}{5}$
- $\frac{4}{3}$
- $\frac{12}{13}$
 - $\frac{5}{13}$
- $\frac{12}{5}$
- $\frac{24}{25}$
 - $\frac{7}{25}$
- $\frac{24}{7}$
- $\frac{15}{17}$
 - $\frac{8}{17}$
- $\frac{15}{8}$
- $\frac{5}{13}$
 - $\frac{12}{5}$
- $\frac{8}{17}$
 - $\frac{15}{8}$

牛刀小試 8

- $\frac{1}{2}$
 - $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 - $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 - $\frac{1}{2}$
 - $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- $\frac{\sqrt{3}}{3}$
 - $\sqrt{3}$
 - 1
- $\frac{b}{c} = \frac{1}{2}$
 - 5
- $\frac{b}{c} = \frac{1}{2}$
 - 6

牛刀小試 9

- 108cm
- 120cm
- 240cm
- 200cm