



B3 1-3 多項式的乘法與除法



概念 ① 單項式 \times 單項式



☆指數律：

若 $a \neq 0$ ，則 $a^2 \times a^3 = a^{2+3}$

① 複習指數律

(1) $x \cdot x$

(2) $x \cdot x^2$

(3) $x^3 \cdot x^4$

(4) $(x^3)^2$

② 單項式 \times 單項式

(1) $4x \cdot x$

(2) $2x \cdot 3x^2$

(3) $(-2x^3) \cdot 5x^4$

(4) $(-3x)^2$

☆筆記



牛刀小試 ①

1. 計算下列各題

(1) $x \cdot x^3$

(2) $x \cdot x^4$

(3) $x^2 \cdot x^3$

(4) $x^3 \cdot x^4$

(5) $(x^2)^3$

(6) $(-x^4)^2$

2. 計算下列各題

(1) $3x \cdot x$

(2) $3x \cdot 4x^2$

(3) $(-3x) \cdot (-2x^2)$

(4) $4x^2 \cdot (-7x)$

(5) $(-5x)^2$

(6) $(-4x)^3$



概念



② 單項式 × 多項式



☆分配律：

$$a(b+c)=ab+ac$$

$$(b+c)\times a=b\times a+c\times a$$

☆筆記

☆計算下列各式

① $3(x+4)$

② $-3(x-4)$

③ $3x(x-4)$

④ $(-x+4)\times 3$

⑤ $(-x-4)\times(-5)$

⑥ $(2x-7)\cdot x^2$



牛刀小試 2

1. 計算下列各題

(1) $5(x+3)$

(2) $-5(x-3)$

(3) $-5x(x-3)$

(4) $(-x+7)\times 4$

(5) $(-x-7)\times(-4)$

2. 計算下列各題

(1) $(-x)(2x+1)$

(2) $-6(x^2-4)$

(3) $-6x(x-4)$

(4) $(-5x+3)\times 6$

(5) $(-2x-7)\times(-6x)$



概念

③ 多項式×多項式



☆分配律：

$$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$$

☆計算 $(x+3)(x+2)$

①橫式

②直式

☆筆記



牛刀小試 ③

1. 計算下列各題

(1) $(x+4)(x+5)$

①橫式

②直式

(2) $(x+6)(x+7)$

①橫式

②直式

(3) $(3x+4)(2x+3)$

①橫式

②直式

2. 計算下列各題

(1) $(x-1)(x+4)$

①橫式

②直式

(2) $(x-3)(4x+1)$

①橫式

②直式

(3) $(2x-5)(4x+1)$

①橫式

②直式



例題 ① 多項式的乘法練習



① $(x-3)(x-4)$

② $(x^2-3x+2)(x-5)$

☆筆記



牛刀小試 ④

1. 計算下列各題

(1) $(x-5)(x-6)$

(2) $(2x-9)(x-6)$

(3) $(8x+3)(4x-3)$

2. 計算下列各題

(1) $(x^2-3x+4)(x+2)$

(2) $(2x^2-x-1)(x-3)$

(3) $(2x^2-x+3)(4x-5)$



例題 ② 多項式的乘法—有缺項練習



計算 $(5x^2 - 4)(3x - 1)$

☆筆記

①橫式

②直式



牛刀小試 5

1. 計算下列各題

(1) $(7x^2 + 3)(x + 8)$

①橫式

②直式

(2) $(4x^2 + 5)(2x + 1)$

①橫式

②直式

(3) $(3x^2 + 4)(3x - 2)$

①橫式

②直式

2. 計算下列各題

(1) $(2x^2 - 5)(x - 4)$

①橫式

②直式

(2) $(3x^2 - 5)(2x - 1)$

①橫式

②直式

(3) $(4x^2 - 7)(3x + 5)$

①橫式

②直式

**例題****③****多項式的乘法—利用乘法公式**

計算下列各式

① $(2x+3)^2$

② $(5x-4)^2$

③ $(x+7)(x-7)$

☆筆記

**牛刀小試****6**

計算下列各題

(1) $(3x+1)^2$

(2) $(7x+2)^2$

(3) $(4x-6)^2$

(4) $(3x-2)^2$

(5) $(x+6)(x-6)$

(6) $(2x+3)(2x-3)$



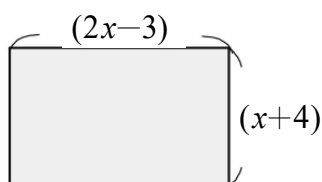
例題 4 多項式的乘法應用



如右圖是一個長方形，長方形的長是 $(2x-3)$

寬是 $(x+4)$

請問：這個長方形的面積是多少？



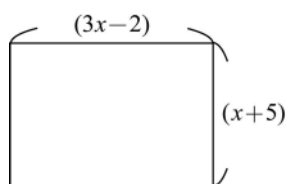
☆筆記



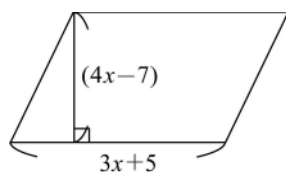
牛刀小試 7

1. 計算各題面積

(1)

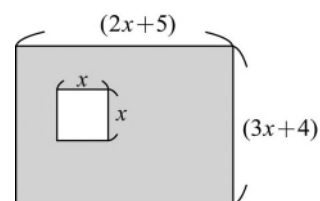


(2)

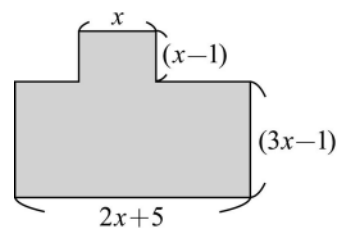


2. 計算各題灰色部份的面積

(1)



(2)





☆指數律：

若 $a \neq 0$ ，則 $a^5 \div a^2 = a^{5-2}$

①複習指數律

(1) $x^3 \div x$

(2) $x^5 \div x^3$

(3) $x \div x$

②單項式 ÷ 單項式

(1) $6x^2 \div 3x$

(2) $(-8x^2) \div 2x$

(3) $(-15x) \div (-3x)$

☆筆記



牛刀小試 8

1. 計算下列各題

(1) $x^2 \div x$

(2) $x^4 \div x^2$

(3) $8x^2 \div 2x$

(4) $(-9x^3) \div 3x$

(5) $(-18x^2) \div (-9x)$

2. 在空格中填入正確文字符號或數字

(1) $x \cdot \underline{\hspace{2cm}} = 3x$

(2) $2x \cdot \underline{\hspace{2cm}} = -4x$

(3) $3x \cdot \underline{\hspace{2cm}} = 6x^2$

(4) $(-4x) \cdot \underline{\hspace{2cm}} = -12x^2$

(5) $(-6x^2) \cdot \underline{\hspace{2cm}} = 24x^2$



概念

5 多項式 ÷ 單項式 (整除)



計算 $(x^2 + 3x) \div x$

☆筆記

① $28 \div 7$

② 整除



牛刀小試 9

1. 計算下列各題

(1) $(x^2 + 4x) \div x$

(2) $(x^2 - 6x) \div x$

(3) $(6x^2 + 8x) \div 2x$

(4) $(10x^2 - 5x) \div 5x$

2. 計算下列各題

(1) $(x^2 + 4x) \div (-x)$

(2) $(x^2 - 8x) \div (-x)$

(3) $(6x^2 + 9x) \div (-3x)$

(4) $(12x^2 - 4x) \div (-2x)$



概念

⑥ 多項式 ÷ 單項式 (有餘式)

計算 $(-12x^2 + 6x - 5) \div 3x$

☆筆記

$$\begin{array}{r}
 1. \quad \quad 4 \\
 5 \overline{) 28} \\
 \underline{20} \\
 8
 \end{array}$$

① 這樣子做對嗎？

② 錯在哪裡？

2. ① 整數的除法

② 多項式的除法



牛刀小試 10

1. 計算下列各題，寫出商式和餘式

(1) $(-12x^2 + 6x - 3) \div 2x$

(2) $(-4x^2 - 20x + 5) \div 4x$

(3) $(-6x^2 - 9x - 7) \div 3x$

2. 計算下列各題，寫出商式和餘式

(1) $(8x^2 + 6x - 5) \div (-2x)$

(2) $(10x^2 - 5x + 4) \div (-5x)$

(3) $(-6x^2 + 9x - 2) \div (-3x)$



概念

7 多項式 ÷ 多項式



計算 $(x^2 + 3x + 4) \div (x + 1)$

☆筆記



牛刀小試 11

1. 計算下列各題，寫出商式和餘式

(1) $(x^2 + 5x + 6) \div (x + 1)$

(2) $(x^2 + 3x + 2) \div (x + 2)$

(3) $(x^2 + 3x + 4) \div (x + 3)$

2. 計算下列各題，寫出商式和餘式

(1) $(2x^2 + 5x + 3) \div (x + 1)$

(2) $(2x^2 + 7x + 7) \div (x + 2)$

(3) $(2x^2 + 9x + 8) \div (x + 3)$



例題 5 多項式除以多項式練習



計算 $(2x^2 - 7x - 5) \div (x - 3)$

☆筆記



牛刀小試 12

1. 計算下列各題，寫出商式和餘式

(1) $(4x^2 - 3x + 2) \div (x - 1)$

(2) $(3x^2 - 2x + 5) \div (x - 2)$

(3) $(5x^2 - 8x - 6) \div (x - 3)$

2. 計算下列各題，寫出商式和餘式

(1) $(4x^2 + 6x + 2) \div (2x - 1)$

(2) $(6x^2 + 5x - 1) \div (2x + 5)$

(3) $(15x^2 - 11x + 9) \div (5x - 2)$



例題 ⑥ 多項式 \div 多項式 (有缺項)



計算 $(2x^2 - 5) \div (x - 3)$

☆筆記



牛刀小試 13

1. 計算下列各題，寫出商式和餘式

(1) $(4x^2 - 5) \div (x - 1)$

(2) $(5x^2 + 8) \div (x - 3)$

(3) $(x^2 - 1) \div (-x + 1)$

2. 計算下列各題，寫出商式和餘式

(1) $(12x^2 + 7) \div (2x + 3)$

(2) $(4x^2 - 3) \div (2x + 3)$

(3) $(8x^2 - 3) \div (2x - 1)$



概念

⑧ 被除式 = 除式 \times 商式 + 餘式

- ① $34 \div 5$ 計算過程如下，
請問：如何驗算？

$$\begin{array}{r} 6 \\ 5 \overline{) 34} \\ \underline{30} \\ 4 \end{array}$$

- ② $(x^2 + 2x - 4) \div (x - 3)$ 計算過程
如下，請問：如何驗算？

$$\begin{array}{r} x+5 \\ x-3 \overline{) x^2+2x-4} \\ \underline{x^2-3x} \\ 5x-4 \\ \underline{5x-15} \\ 11 \end{array}$$

☆筆記

☆結論：



牛刀小試 14

1. 透過驗算求出框框中正確的數字或式子

(1) $\square \div 3 = 2 \cdots 0$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 3 \overline{) \square} \\ \underline{\square} \\ 0 \end{array}$$

(2) $\square \div 5 = 4 \cdots 0$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 5 \overline{) \square} \\ \underline{\square} \\ 0 \end{array}$$

(3) $\square \div (x+2) = (x+1) \cdots 0$

$$\begin{array}{r} x+1 \\ x+2 \overline{) x^2 + \square x + \square} \\ \underline{x^2 + \square x} \\ \square x + \square \\ \underline{\square x + \square} \\ 0 \end{array}$$

(4) $\square \div (2x+3) = (3x+2) \cdots 0$

2. 在框框中填入正確的數字

(1) $\square \div 3 = 2 \cdots 1$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 3 \overline{) \square} \\ \underline{\square} \\ 1 \end{array}$$

(2) $\square \div 5 = 4 \cdots 2$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 5 \overline{) \square} \\ \underline{\square} \\ 2 \end{array}$$

(3) $\square \div (x+2) = (x+1) \cdots 3$

$$\begin{array}{r} x+1 \\ x+2 \overline{) x^2 + \square x + \square} \\ \underline{x^2 + \square x} \\ \square x + \square \\ \underline{\square x + \square} \\ 3 \end{array}$$

(4) $\square \div (2x+3) = (3x+2) \cdots 3$

**例題****7****被除式、除式、商式及餘式的關係**

若多項式 A 除以 $(2x+1)$ 得商式為 $(3x-2)$ ，餘式為 5 ，
求多項式 A 。

☆筆記

**牛刀小試 15**

1. 若多項式 A 除以 $(x-4)$ 的商式為 $(x+5)$ ，
餘式為 6 ，求多項式 A 。
2. 若多項式 B 除以 $(2x+3)$ 的商式為 $(2x-1)$ ，
餘式為 8 ，求多項式 B 。
3. 若多項式 C 除以 $(3x-1)$ 的商式為 $(2x+5)$ ，
餘式為 0 ，求多項式 C 。
4. 若多項式 D 除以 $(4x+3)$ 的商式為 $(2x-3)$ ，
餘式為 0 ，求多項式 D 。
5. 若多項式 E 除以 $(2x-3)$ 的商式為 $(3x-5)$ ，
餘式為 -4 ，求多項式 E 。
6. 若多項式 F 除以 $(4x-3)$ 的商式為 $(5x-2)$ ，
餘式為 -5 ，求多項式 F 。



牛刀小試 1

1.
 - (1) x^4
 - (2) x^5
 - (3) x^5
 - (4) x^7
 - (5) x^6
 - (6) x^8
2.
 - (1) $3x^2$
 - (2) $12x^3$
 - (3) $6x^3$
 - (4) $-28x^3$
 - (5) $25x^2$
 - (6) $-64x^3$

牛刀小試 2

1.
 - (1) $5x+15$
 - (2) $-5x+15$
 - (3) $-5x^2+15x$
 - (4) $-4x+28$
 - (5) $4x+28$
2.
 - (1) $-2x^2-x$
 - (2) $-6x^2+24$
 - (3) $-6x^2+24x$
 - (4) $-30x+18$
 - (5) $12x^2+42x$

牛刀小試 3

1.
 - (1) $x^2+9x+20$
 - (2) $x^2+13x+42$
 - (3) $6x^2+17x+12$
2.
 - (1) x^2+3x-4
 - (2) $4x^2-11x-3$
 - (3) $8x^2-18x-5$

牛刀小試 4

1.
 - (1) $x^2-11x+30$
 - (2) $2x^2-21x+54$
 - (3) $32x^2-12x-9$
2.
 - (1) x^3-x^2-2x+8
 - (2) $2x^3-7x^2+2x+3$
 - (3) $8x^3-14x^2+17x-15$

牛刀小試 5

1.
 - (1) $7x^3+56x^2+3x+24$
 - (2) $8x^3+4x^2+10x+5$
 - (3) $9x^3-6x^2+12x-8$
2.
 - (1) $2x^3-8x^2-5x+20$

- (2) $6x^3-3x^2-10x+5$
- (3) $12x^3+20x^2-21x-35$

牛刀小試 6

1. $9x^2+6x+1$
2. $49x^2+28x+4$
3. $16x^2-48x+36$
4. $9x^2-12x+4$
5. x^2-36
6. $4x^2-9$

牛刀小試 7

1.
 - (1) $3x^2+13x-10$
 - (2) $12x^2-x-35$
2.
 - (1) $5x^2+23x+20$
 - (2) $7x^2+12x-5$

牛刀小試 8

1.
 - (1) x
 - (2) x^2
 - (3) $4x$
 - (4) $-3x^2$
 - (5) $2x$
2.
 - (1) 3
 - (2) -2
 - (3) $2x$
 - (4) $3x$
 - (5) -4

牛刀小試 9

1.
 - (1) $x+4$
 - (2) $x-6$
 - (3) $3x+4$
 - (4) $2x-1$
2.
 - (1) $-x-4$
 - (2) $-x+8$
 - (3) $-2x-3$
 - (4) $-6x+2$

牛刀小試 10

1.
 - (1) 商式： $-6x+3$
餘式： -3
 - (2) 商式： $-x-5$
餘式： 5

- (3) 商式： $-2x-3$
餘式： -7

2.
 - (1) 商式： $-4x-3$
餘式： -5
 - (2) 商式： $-2x+1$
餘式： 4
 - (3) 商式： $2x-3$
餘式： -2

牛刀小試 11

1.
 - (1) 商式： $x+4$
餘式： 2
 - (2) 商式： $x+1$
餘式： 0
 - (3) 商式： x
餘式： 4
2.
 - (1) 商式： $2x+3$
餘式： 0
 - (2) 商式： $2x+3$
餘式： 1
 - (3) 商式： $2x+3$
餘式： -1

牛刀小試 12

1.
 - (1) 商式： $4x+1$
餘式： 3
 - (2) 商式： $3x+4$
餘式： 13
 - (3) 商式： $5x+7$
餘式： 15
2.
 - (1) 商式： $2x+4$
餘式： 6
 - (2) 商式： $3x-5$
餘式： 24
 - (3) 商式： $3x-1$
餘式： 7

牛刀小試 13

1.
 - (1) 商式： $4x+4$
餘式： -1
 - (2) 商式： $5x+15$
餘式： 53
 - (3) 商式： $-x-1$
餘式： 0

2.

(1) 商式： $6x-9$

餘式：34

(2) 商式： $2x-3$

餘式：6

(3) 商式： $4x+2$

餘式： -1

牛刀小試 14

1. (1) 6

$$\begin{array}{r} 2 \\ 3 \overline{) \boxed{6}} \\ \underline{\boxed{6}} \\ 0 \end{array}$$

(2) 20

$$\begin{array}{r} 4 \\ 5 \overline{) \boxed{20}} \\ \underline{\boxed{20}} \\ 0 \end{array}$$

(3) x^2+3x+2

$$\begin{array}{r} x+1 \\ x+2 \overline{) x^2 + \boxed{3}x + \boxed{2}} \\ \underline{x^2 + \boxed{2}x} \\ \boxed{1}x + \boxed{2} \\ \underline{\boxed{1}x + \boxed{2}} \\ 0 \end{array}$$

(4) $6x^2+13x+6$

2. (1) 7

$$\begin{array}{r} 2 \\ 3 \overline{) \boxed{7}} \\ \underline{\boxed{6}} \\ 1 \end{array}$$

(2) 22

$$\begin{array}{r} 4 \\ 5 \overline{) \boxed{22}} \\ \underline{\boxed{20}} \\ 2 \end{array}$$

(3) x^2+3x+5

$$\begin{array}{r} x+1 \\ x+2 \overline{) x^2 + \boxed{3}x + \boxed{5}} \\ \underline{x^2 + \boxed{2}x} \\ \boxed{1}x + \boxed{5} \\ \underline{\boxed{1}x + \boxed{2}} \\ 3 \end{array}$$

(4) $6x^2+13x+9$

牛刀小試 15

1. x^2+x-14

2. $4x^2+4x+5$

3. $6x^2+13x-5$

4. $8x^2-6x-9$

5. $6x^2-19x+11$

6. $20x^2-23x+1$