



# B5 3-2 三角形的內心外心與重心



概念

## ① 認識外心 1—中垂線



☆問題 1 找一個點和  $A$ 、 $B$  兩點的距離相等

$A \bullet \text{-----} \bullet B$

$A \bullet \text{-----} \bullet B$

☆問題 2 找一個點和  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三點的距離相等

$\bullet C$

$A \bullet$

$\bullet B$

☆筆記



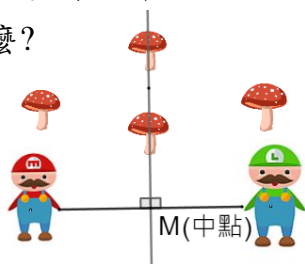
☆1. 畫  $\overline{AB}$  中垂線  $L$ ，可以得到中垂線  $L$  上的每一點到  $A$ 、 $B$  兩點的距離\_\_\_\_\_

2. 畫  $\overline{AB}$  中垂線  $L$ ， $\overline{BC}$  中垂線  $M$ ，可以得到兩條中垂線  $L$  和  $M$  的交點會\_\_\_\_\_

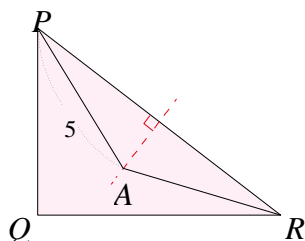


## 牛刀小試 1

1. 請問香菇要放在哪個位置才公平？  
請圈起來並說明為什麼？



2. 如圖，若  $A$  點在  $\overline{PR}$  的中垂線上，  
則  $\overline{AR} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



3.  $L$ 、 $M$  分別為  $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$  的中垂線交於  $O$  點，若  $\overline{OA} = 5$ ，試問：

(1)  $O$  點在  $\overline{AB}$  的中垂線  $L$  上， $\overline{OB} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2)  $O$  點在  $\overline{BC}$  的中垂線  $M$  上， $\overline{OC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

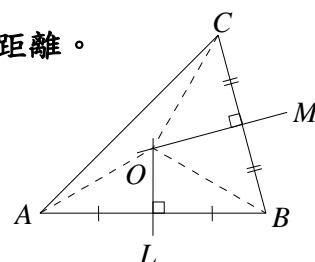
(3)  $O$  點在中垂線  $L$  和  $M$  上，

所以  $\overline{OA}$ 、 $\overline{OB}$ 、 $\overline{OC}$  的大小關係為何？

$\overline{OA} \square \overline{OB} \square \overline{OC}$

我們說兩條中垂線  $L$  和  $M$  的交點會

到\_\_\_\_\_等距離。





概念

②

認識外心 2— $\triangle$ 的三邊中垂線

1. 畫  $\overline{AB}$  中垂線  $L$ ， $\overline{BC}$  中垂線  $M$ ，可以得到兩條中垂線  $L$  和  $M$  的交點會\_\_\_\_\_

2. 如果再畫  $\overline{AC}$  中垂線  $N$ ， $L$ 、 $M$ 、 $N$  三條中垂線會交於一點嗎？為什麼？

•  $C$  $A$  ••  $B$ 

☆筆記



☆三角形三邊的中垂線會\_\_\_\_\_

這一點稱為三角形的\_\_\_\_\_



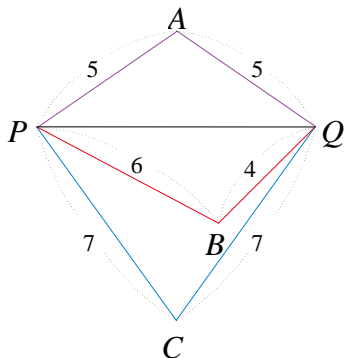
## 牛刀小試 2

1.  $\overline{PQ}$  外有無數個點，請問：

(1) 哪些點到  $\overline{PQ}$  兩端點距離相等？

(2) 哪些點在  $\overline{PQ}$  的中垂線？

(3) 請畫出  $\overline{PQ}$  的中垂線

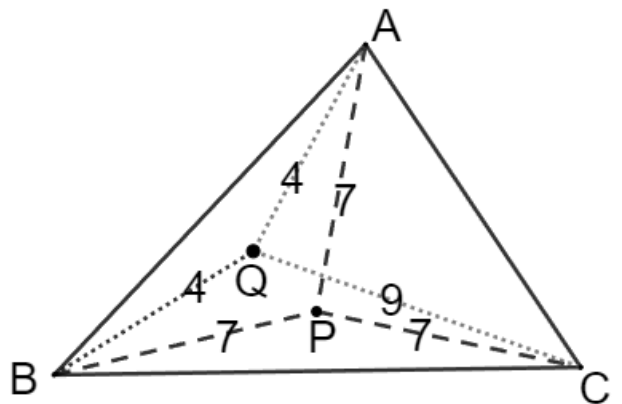


2. 如下圖，

(1) \_\_\_\_\_ 點到  $\triangle ABC$  三頂點距離相等。

(2) 這一點稱為  $\triangle ABC$  的 \_\_\_\_\_ 心。

(3) 作  $\triangle ABC$  三邊的 \_\_\_\_\_ 線會通過 P 點。



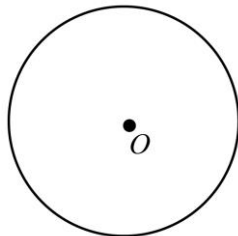


☆1. 外接圓：

- ① 如果三角形的三個頂點都在圓上  
我們說這個圓就是三角形的\_\_\_\_\_
- ② 外接圓的圓心就稱為\_\_\_\_\_

☆2. ① 請在圓  $O$  上找不同的三點  $A$ 、 $B$ 、 $C$   
並畫出  $\triangle ABC$

- ② 這個圓就是  $\triangle ABC$  的\_\_\_\_\_
- ③ 圓心  $O$  就是  $\triangle ABC$  的\_\_\_\_\_
- ④  $\triangle$  的外心到\_\_\_\_\_等距離



☆3.  $\triangle ABC$  的外心和  $\triangle ABC$  三邊的中垂線有什麼關係？

☆ $\triangle$  的外心

- ① \_\_\_\_\_ ② \_\_\_\_\_
- ③ \_\_\_\_\_

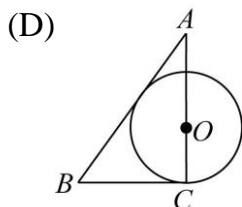
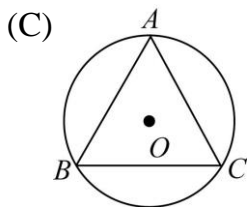
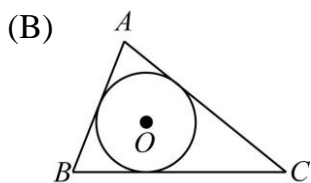
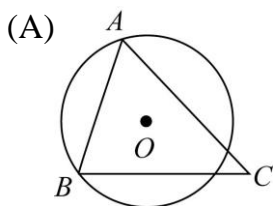
☆筆記

「外」接圓為什麼稱「外」？



### 牛刀小試 3

1. (1) 下列哪些選項中哪一個是  $\triangle ABC$  的外接圓？



(2) 三角形的三個頂點都在圓\_\_\_\_\_，  
(內、外、上)

我們說這個圓就是三角形的外接圓。

(3)  $\triangle ABC$  的外接圓的圓心，簡稱\_\_\_\_\_。

2. 請回答下列問題：

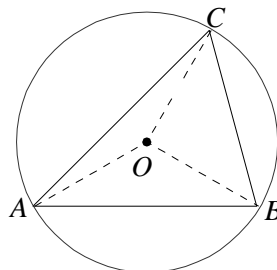
- (1) 圓  $O$  是  $\triangle ABC$  的\_\_\_\_\_圓，
- (2) 圓心  $O$  稱為是  $\triangle ABC$  的\_\_\_\_\_心
- (3)  $\overline{OA}$  是  $\triangle ABC$  外接圓的\_\_\_\_\_。
- $\overline{OB}$  是  $\triangle ABC$  外接圓的\_\_\_\_\_。
- $\overline{OC}$  是  $\triangle ABC$  外接圓的\_\_\_\_\_。

因此  $\triangle ABC$  外心到\_\_\_\_\_等距離，  
因為這些線段都是外接圓的\_\_\_\_\_。

(4) 若  $\overline{OA} = 7$ ，則

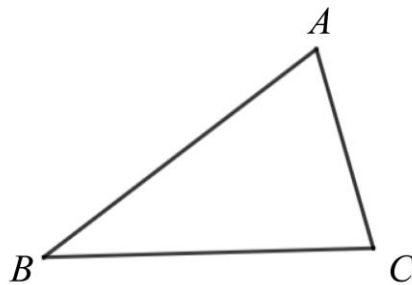
$\overline{OB} = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $\overline{OC} = \underline{\hspace{1cm}}$

(5)  $\triangle$  三邊中垂線交點會交於\_\_\_\_\_心。



**例題****①****找外心並畫出外接圓**

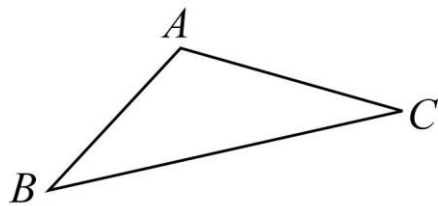
如圖，請找出 $\triangle ABC$ 的外心，並畫出 $\triangle ABC$ 的外接圓



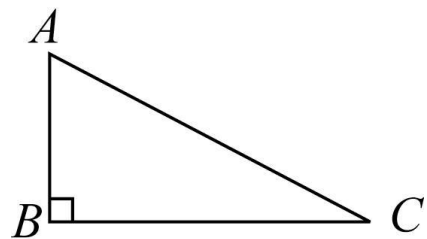
☆筆記

**牛刀小試 4**

1. 請找出鈍角 $\triangle ABC$ 的外心  $O$ ，並畫出 $\triangle ABC$ 的外接圓。



2. 請找出直角 $\triangle ABC$ 的外心  $O$ ，並畫出 $\triangle ABC$ 的外接圓。



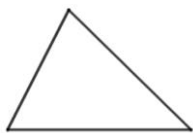
- (1) 當 $\triangle ABC$ 是鈍角三角形時，  
外心的位置在 $\triangle ABC$ \_\_\_\_\_。  
(內部，外部，邊上)
- (2) 比較  $\overline{OA}$ 、 $\overline{OB}$ 、 $\overline{OC}$  的大小關係。

- (1) 當 $\triangle ABC$ 為直角三角形時，  
外心的位置在 $\triangle ABC$ \_\_\_\_\_。  
(內部，外部，邊上)
- (2) 比較  $\overline{OA}$ 、 $\overline{OB}$ 、 $\overline{OC}$  的大小關係。

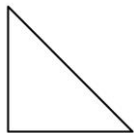


☆ 請用尺規作圖畫出下列三角形的外接圓，並觀察外接圓的圓心位置有何不同？

① 銳角三角形



② 直角三角形



③ 鈍角三角形



☆ 筆記

整理： $\triangle$  外心的位置

① 銳角三角形外心在

\_\_\_\_\_

② 直角三角形外心在

\_\_\_\_\_

③ 鈍角三角形外心在

\_\_\_\_\_



### 牛刀小試 5

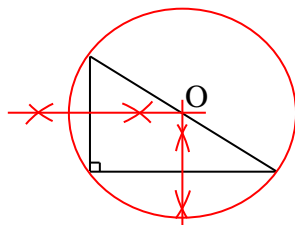
1. (1) 如圖，請問  $\triangle ABC$  是什麼三角形？

(A) 銳角 (B) 鈍角 (C) 直角 三角形

(2) 圓心  $O$  在斜邊的 \_\_\_\_\_ 點。

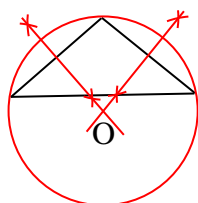
(3) 圓心  $O$  稱為  $\triangle$  外接圓的 \_\_\_\_\_ 心。

(4) 圓心  $O$  是二條 \_\_\_\_\_ 線的交點。



2. 如圖，請問  $\triangle ABC$  是什麼三角形？

(A) 銳角 (B) 鈍角 (C) 直角 三角形



3.  $\triangle ABC$  為直角三角形， $O$  點到  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三點等距離，則  $O$  點會落在  $\triangle ABC$  的哪個位置？  
(外部、內部或斜邊)

4.  $\triangle ABC$  為銳角三角形， $O$  點到  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三點等距離，則  $O$  點會落在  $\triangle ABC$  的哪個位置？  
(外部、內部或斜邊)

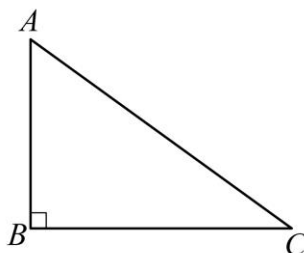
5.  $\triangle ABC$  為鈍角三角形， $O$  點到  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三點等距離，則  $O$  點會落在  $\triangle ABC$  的哪個位置？  
(外部、內部或斜邊)



## 例題 ② 直角三角形的外接圓半徑



如圖，直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle B=90^\circ$ ，若 $\overline{AB}=6$ ， $\overline{BC}=8$   
求 $\triangle ABC$  外接圓半徑是多少？



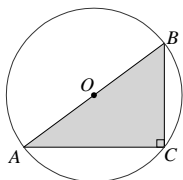
☆筆記



### 牛刀小試 6

1. 直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，兩股長分別為  
 $\overline{BC}=3$ ， $\overline{AC}=4$ ，則：

(1)  $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



(2)  $\overline{AB}$  就是 $\triangle ABC$  外接圓的 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

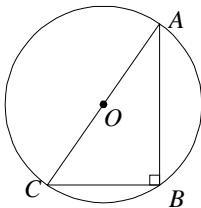
(3) 直角 $\triangle ABC$  的外接圓半徑為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 在直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle B=90^\circ$ ， $\overline{AB}=5$ ，  
 $\overline{BC}=12$ ，則

(1)  $\overline{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2)  $\overline{AC}$  就是 $\triangle ABC$  外接圓  
的 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) 直角 $\triangle ABC$  的外接圓  
半徑為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

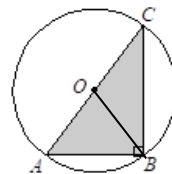


3. 設 $O$  為 $\triangle ABC$  的外心，若 $\overline{OA}=6$ ，則

(1)  $\overline{OA}$  是 $\triangle ABC$  外接圓的 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2)  $\overline{OB}$  和  $\overline{OC}$  也是 $\triangle ABC$  外接圓的 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

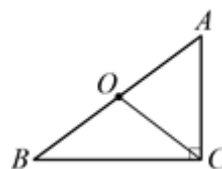
(3)  $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



4. 在直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，若 $O$  為外心，  
若 $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} = 24$ ，求

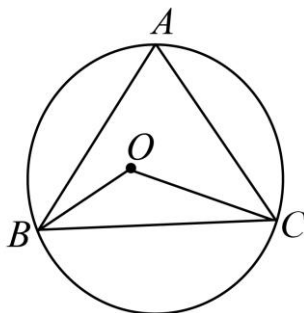
(1)  $\overline{OA} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 直角 $\triangle ABC$  的外接圓直徑為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

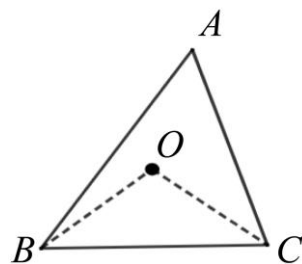


**例題****③****銳角三角形外心求角度**

如圖， $O$  點是  $\triangle ABC$  的外心，若  $\angle A = 66^\circ$ ，求  $\angle BOC$  的度數 = ?



☆筆記

**牛刀小試 7**

1.  $O$  點是  $\triangle ABC$  的外心，若  $\angle A = 75^\circ$ ，  
求  $\angle BOC = ?$

(1)  $\widehat{BC}$  度數 = \_\_\_\_\_。

$$\angle A = \frac{1}{2} \widehat{BC}$$

$$\widehat{BC} = 2 \angle A$$

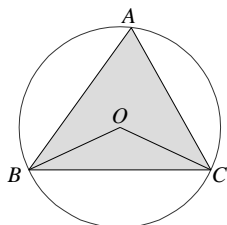
=

(2)  $\angle BOC =$  \_\_\_\_\_。

$$\angle BOC = \widehat{BC}$$

=

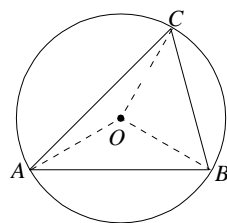
2.  $O$  點是銳角  $\triangle ABC$  的外心，若  $\angle A = 67^\circ$ ，  
求  $\angle BOC =$  \_\_\_\_\_。



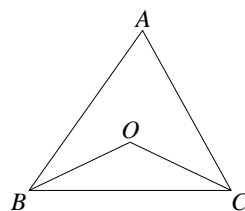
3.  $O$  點是銳角  $\triangle ABC$  的外心，  
若  $\angle BOC = 100^\circ$ ，求  $\angle BAC = ?$

(1)  $\widehat{BC}$  度數 = \_\_\_\_\_。

(2)  $\angle BAC =$  \_\_\_\_\_。



4.  $O$  點是銳角  $\triangle ABC$  的外心，  
若  $\angle BOC = 130^\circ$ ，求  $\angle A =$  \_\_\_\_\_。

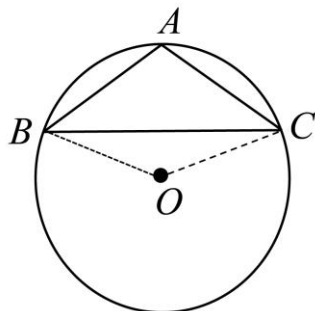




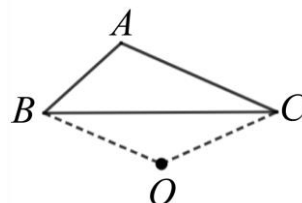
# 例題 4 鈍角三角形外心求角度



如圖， $O$  點是  $\triangle ABC$  的外心，若  $\angle A = 110^\circ$ ， $\angle BOC$  的度數？



☆筆記



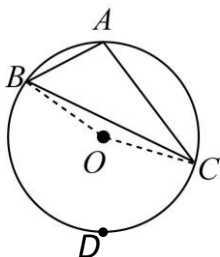
## 牛刀小試 8

1. 如圖， $O$  是鈍角  $\triangle ABC$  的外心，  
 $\angle A = 108^\circ$ ，求出下列度數：

(1)  $\widehat{BDC}$  度數 = \_\_\_\_\_。

(2)  $\widehat{BAC}$  度數 = \_\_\_\_\_。

(3)  $\angle BOC =$  \_\_\_\_\_。

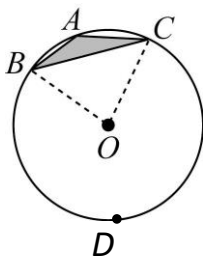


2. 如圖， $O$  是鈍角  $\triangle ABC$  的外心，  
 $\angle A = 150^\circ$ ，求出下列度數：

(1)  $\widehat{BDC}$  度數 = \_\_\_\_\_。

(2)  $\widehat{BAC}$  度數 = \_\_\_\_\_。

(3)  $\angle BOC =$  \_\_\_\_\_。

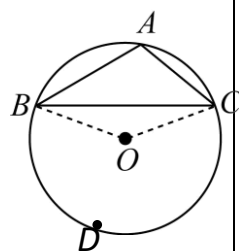


3. 如圖， $O$  是鈍角  $\triangle ABC$  的外心，  
 $\angle BOC = 160^\circ$ ，則

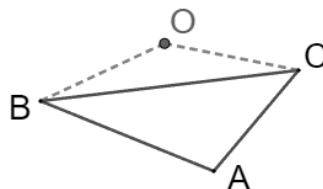
(1)  $\widehat{BAC}$  度數 = \_\_\_\_\_。

(2)  $\widehat{BDC}$  度數 = \_\_\_\_\_。

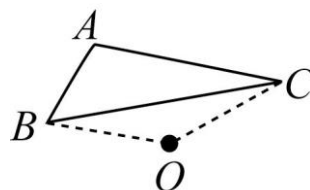
(3)  $\angle A =$  \_\_\_\_\_。



4. 如圖， $O$  是鈍角  $\triangle ABC$  的外心，  
 $\angle A = 105^\circ$ ，求  $\angle BOC =$  \_\_\_\_\_。



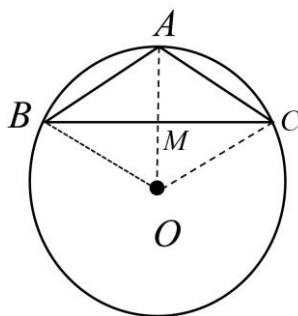
5. 如圖， $O$  是鈍角  $\triangle ABC$  的外心，  
 $\angle A = 100^\circ$ ，求  $\angle BOC =$  \_\_\_\_\_。





**例題****5****等腰三角形外接圓半徑 1—鈍角△**

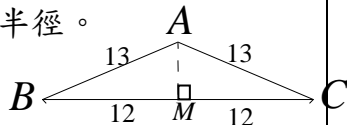
如圖， $O$  點是鈍角 $\triangle ABC$  的外心，若  $\overline{AB} = \overline{AC} = 5$ ， $\overline{BC} = 8$   
 請問： $\triangle ABC$  的外接圓半徑 = ？



☆筆記

**牛刀小試 9**

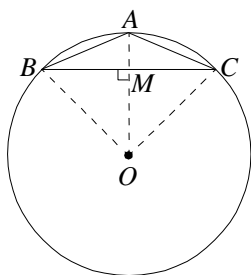
1.  $O$  點是鈍角 $\triangle ABC$  的外心，  
 $\overline{AB} = \overline{AC} = 13$ ， $\overline{BC} = 24$ ，  
 試求： $\triangle ABC$  外接圓半徑。



$$(1) \overline{AB}^2 = \overline{BM}^2 + \overline{AM}^2$$

$$(\quad)^2 = (\quad)^2 + \overline{AM}^2$$

$$\overline{AM} = \underline{\hspace{2cm}}$$



- (2) 設 $\triangle ABC$  外接圓半徑為  $x$

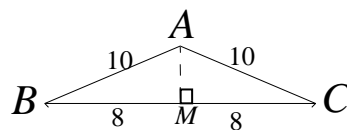
$$\overline{BO} = \underline{\hspace{2cm}}, \quad \overline{OM} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\overline{BO}^2 = \overline{BM}^2 + \overline{OM}^2$$

$$(\quad)^2 = (\quad)^2 + (\quad)^2$$

$$(x-5)^2 = (x-5)(x-5) = x^2 - 10x + 25$$

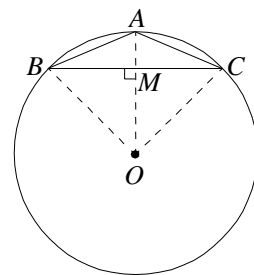
2. 已知鈍角 $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = \overline{AC} = 10$ ，  
 $\overline{BC} = 16$ ，求 $\triangle ABC$  外接圓半徑 =  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



$$(1) \overline{AB}^2 = \overline{BM}^2 + \overline{AM}^2$$

$$(\quad)^2 = (\quad)^2 + \overline{AM}^2$$

$$\overline{AM} = \underline{\hspace{2cm}}$$



- (2) 設 $\triangle ABC$  外接圓半徑為  $x$

$$\overline{BO} = \underline{\hspace{2cm}}, \quad \overline{OM} = \underline{\hspace{2cm}}$$

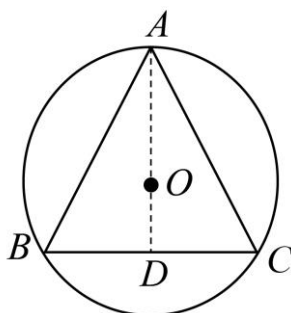
$$\overline{BO}^2 = \overline{BM}^2 + \overline{OM}^2$$

$$(\quad)^2 = (\quad)^2 + (\quad)^2$$

$$(x-6)^2 = (x-6)(x-6) = x^2 - 12x + 36$$

**例題****⑥ 等腰三角形外接圓半徑 2—銳角△**

如圖， $O$  點是銳角  $\triangle ABC$  的外心，若  $\overline{AB} = \overline{AC} = 5$ ， $\overline{BC} = 6$   
 請問： $\triangle ABC$  的外接圓半徑 = ？



☆筆記

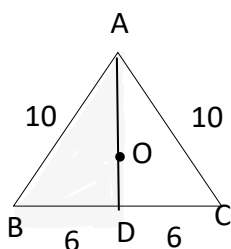
**牛刀小試 10**

1. 如圖， $O$  點是銳角  $\triangle ABC$  的外心，若  
 $\overline{AB} = \overline{AC} = 10$ ， $\overline{BC} = 12$ ，求  $\triangle ABC$  外接圓半徑。

(1) 求  $\triangle$  高

$$\overline{AB}^2 = \overline{BD}^2 + \overline{AD}^2$$

$$(\quad)^2 = (\quad)^2 + \overline{AD}^2$$



$$\overline{AD} = \underline{\hspace{2cm}}$$

(2) 設  $\triangle ABC$  外接圓半徑為  $x$ 

$$\overline{BO} = \underline{\hspace{2cm}}, \quad \overline{OD} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\overline{BO}^2 = \overline{BD}^2 + \overline{OD}^2$$

$$(\quad)^2 = (\quad)^2 + (\quad)^2$$

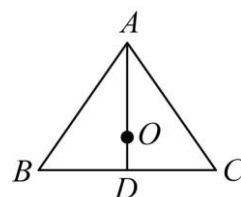
$$(8-x)^2 = 64 - 16x + x^2$$

2. 如圖， $O$  點是銳角  $\triangle ABC$  的外心，  
 若  $\overline{AB} = \overline{AC} = 13$ ， $\overline{BC} = 10$ ，求  
 $\triangle ABC$  外接圓半徑。

(1) 求  $\triangle$  高

$$\overline{AB}^2 = \overline{BD}^2 + \overline{AD}^2$$

$$(\quad)^2 = (\quad)^2 + \overline{AD}^2$$



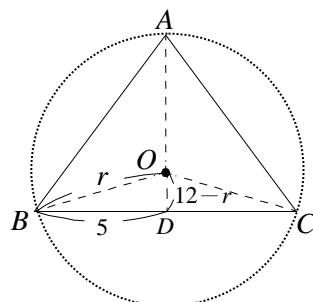
$$\overline{AD} = \underline{\hspace{2cm}}$$

(2) 設  $\triangle ABC$  外接圓半徑為  $x$ 

$$\overline{BO} = \underline{\hspace{2cm}}, \quad \overline{OD} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\overline{BO}^2 = \overline{BD}^2 + \overline{OD}^2$$

$$(\quad)^2 = (\quad)^2 + (\quad)^2$$

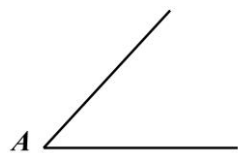


$$(12-x)^2 = 144 - 24x + x^2$$

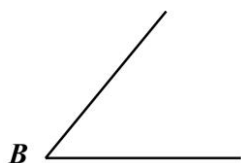


## ☆複習 角平分線性質

①

請用尺規作圖，畫出 $\angle A$ 的角平分線，若 $P$ 在 $\angle A$ 的角平分線上，則\_\_\_\_\_

②

若有一點 $Q$ 到 $\angle B$ 的兩邊等距離

則\_\_\_\_\_



## ☆整理

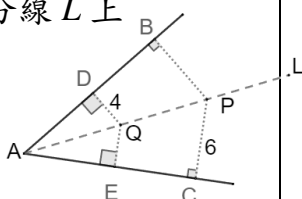
1. 角平分線上任一點到這個角的\_\_\_\_\_等距離

2. 到一個角的\_\_\_\_\_等距離的點一定在\_\_\_\_\_

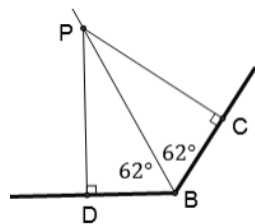
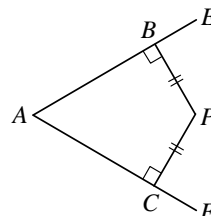
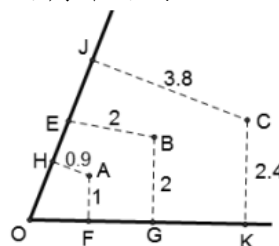
## ☆筆記



## 牛刀小試 11

1. 已知 $L$ 為 $\angle A$ 的角平分線，則：因為 $P$ 點、 $Q$ 點在角平分線 $L$ 上所以  $\overline{BP} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\overline{QE} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

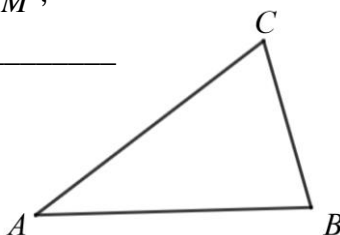
2. 如圖，

(1)  $\angle PBC = \angle \underline{\hspace{2cm}} = 62^\circ$ (2)  $\overline{PB}$  是  $\angle DBC$  的 \_\_\_\_\_ 線(3) 因為 $P$ 點在角平分線上，所以  $\overline{PD}$  等於哪一線段？答：\_\_\_\_\_。3. (1) 到一個角的兩邊等距離的點一定  
在此角的 \_\_\_\_\_ 線上。(2) 若  $\overline{PB} = \overline{PC}$ ，則 $P$ 點在 $\angle A$ 的 \_\_\_\_\_ 線上。4. 如圖，那一點在 $\angle O$ 的角平分線上？



- ☆1. 請畫出 $\angle A$ 的角平分線 $L$ ， $\angle B$ 的角平分線 $M$ ，  
 假設： $L$ 和 $M$ 交於 $P$ 點，則 $P$ 點會\_\_\_\_\_  
 為什麼？

2. 如果再畫出 $\angle C$ 的角平分線 $N$ ，請問：  
 $N$ 會不會通過 $P$ 點？為什麼？



☆筆記



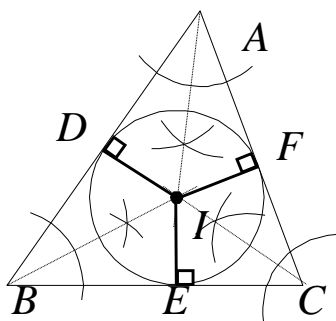
☆整理

三角形三個角的角平分線會\_\_\_\_\_  
 這一點稱為三角形的\_\_\_\_\_



## 牛刀小試 12

1.  $\triangle ABC$  中， $I$  為內心



- (1) 根據 $\angle B$ 的角平分線性質  
 $\overline{ID} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

- (2) 根據 $\angle C$ 的角平分線性質  
 $\overline{IE} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

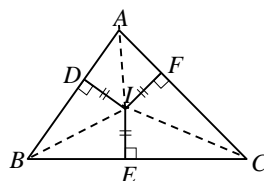
- (3) 根據 $\angle A$ 的角平分線性質  
 $\overline{IF} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

- (4) 因此可得

$$\overline{ID} \quad \square \quad \overline{IE} \quad \square \quad \overline{IF}$$

我們說內心 $I$ 點到 $\triangle$ 三邊距離\_\_\_\_\_。

- 2.



在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AI}$ 和 $\overline{BI}$ 分別是 $\angle A$ 、 $\angle B$ 的角平分線，若 $\overline{ID} = 5$ ， $\angle DAI = 35^\circ$ ，則

- (1)  $\overline{AI}$ 是 $\angle A$ 的角平分線

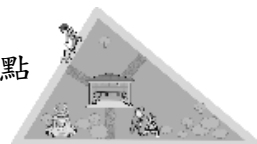
所以  $\angle FAI = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\overline{IF} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

- (2)  $\overline{BI}$ 是 $\angle B$ 的角平分線，所以 $\overline{IE} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

- (3)  $\triangle ABC$ 三個角的角平分線交於 $I$ 點，  
 $I$ 為 $\triangle ABC$ 的\_\_\_\_\_心。

3. 宜花市裡有一個三角形的公園，市政府想在內部建造一座涼亭，讓它到三條邊界道路的距離都相等，該如何選擇涼亭的位置呢？

- (A) 三條道路中垂線的交點  
 (B) 三條道路夾角角平分線的交點  
 (C) 三條道路中線的交點  
 (D) 三條道路上的高的交點



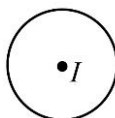


☆1. 內切圓：

- ① 如果三角形的三個邊都和圓相切  
我們說這個圓就是三角形的\_\_\_\_\_
- ② 內切圓的圓心就稱為\_\_\_\_\_

☆2. ① 請畫出一個  $\triangle ABC$ ，使得  $\triangle ABC$  的三邊都和這個圓  $I$  相切

- ② 這個圓就是  $\triangle ABC$  的\_\_\_\_\_
- ③ 圓心  $I$  就是  $\triangle ABC$  的\_\_\_\_\_
- ④  $\triangle$  的內心到  $\triangle$  的\_\_\_\_\_等距離



☆3.  $\triangle ABC$  的內心和  $\triangle ABC$  三條內角平分線有什麼關係？

☆ $\triangle$  的內心

- ① \_\_\_\_\_ ② \_\_\_\_\_
- ③ \_\_\_\_\_

☆筆記

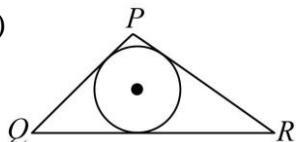
- ① 「內」切圓為什麼稱「內」？
- ② 內心的位置一定在  $\triangle$  的\_\_\_\_\_  
為什麼？



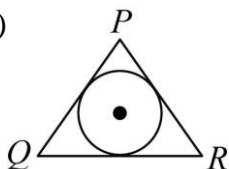
### 牛刀小試 13

1. 下列哪些選項為  $\triangle PQR$  的內切圓？

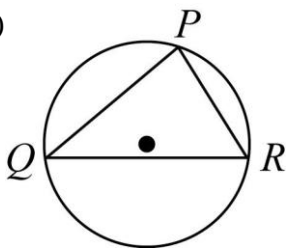
(A)



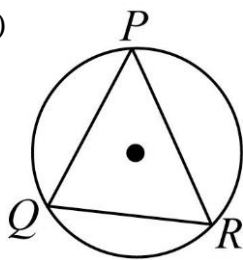
(B)



(C)

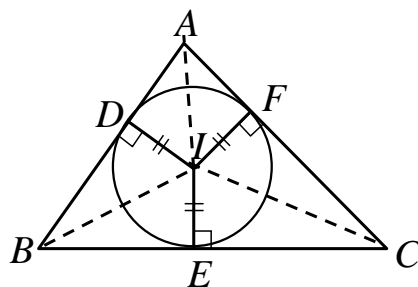


(D)



2. 已知  $I$  為  $\triangle ABC$  的內心， $D$ 、 $E$ 、 $F$  為切點

- (1) 內心就是  $\triangle ABC$  \_\_\_\_\_ 圓的圓心。
- (2) 內心是三條 \_\_\_\_\_ 線的交點。
- (3)  $\overline{AI}$  是  $\angle A$  的 \_\_\_\_\_ 線。
- (4) 圖中內切圓半徑為 \_\_\_\_\_。
- (5)  $\overline{ID}$  為內切圓的 \_\_\_\_\_。
- (6) 因為  $\overline{ID} = \overline{IE} = \overline{IF}$ ，所以  
內心到  $\triangle$  三 \_\_\_\_\_ (邊/頂點) 等距離。
- (7) 到  $\triangle ABC$  三邊距離相等的是 \_\_\_\_\_ 心。

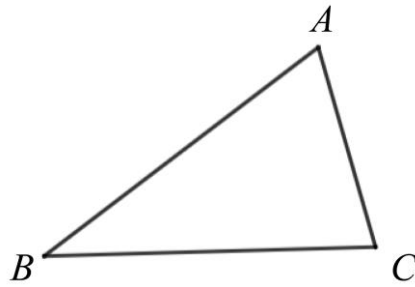




## 例題 7 找內心並畫出內切圓



如圖，請找出 $\triangle ABC$ 的內心，並畫出 $\triangle ABC$ 的內切圓



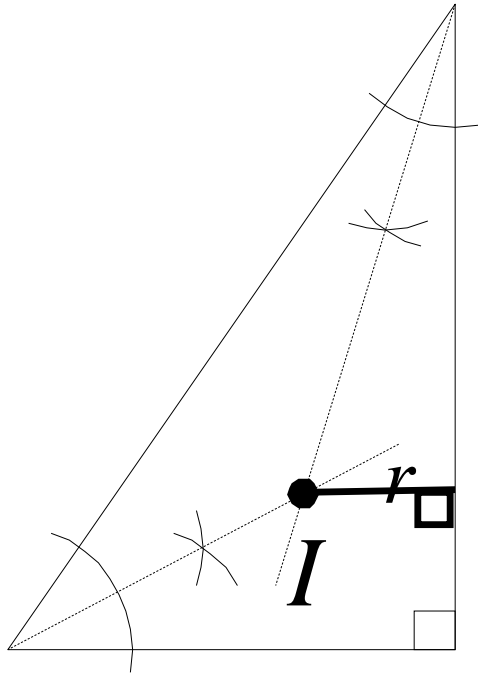
☆筆記



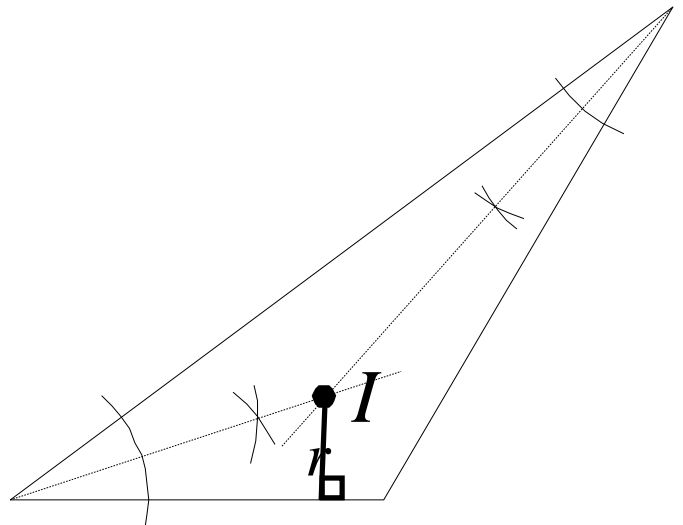
## 牛刀小試 14

1. 請用尺規作圖，畫出其內切圓。

(1) 直角 $\triangle$



(2) 鈍角 $\triangle$





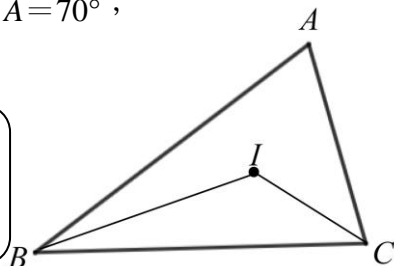
# 例題 8 內心求角度



如圖，假設  $I$  為  $\triangle ABC$  的內心，若  $\angle A = 70^\circ$ ，求  $\angle BIC$  的度數 = ？

☆提示： $\overline{BI}$  是  $\angle ABC$  的\_\_\_\_\_線

$\overline{CI}$  是  $\angle ACB$  的\_\_\_\_\_線



☆筆記



## 牛刀小試 15

1.  $I$  為  $\triangle ABC$  的內心，若  $\angle A = 86^\circ$ ，則

(1) 因為  $I$  為  $\triangle ABC$  的內心，所以  $\overline{BI}$ 、 $\overline{CI}$  是  $\angle ABC$  和  $\angle ACB$  的\_\_\_\_\_線

(2) 請在圖中( )中畫 o o x x

①  $\triangle ABC$  中

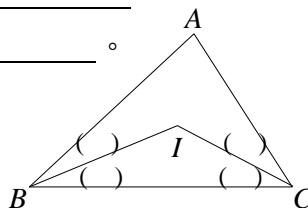
$$86 + 2\angle O + 2\angle X = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$$

$$2\angle O + 2\angle X = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$$

$$\angle O + \angle X = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$$

②  $\triangle BIC$  中

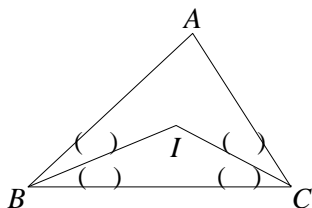
$$\angle BIC = \underline{\hspace{2cm}}$$



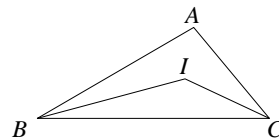
2.  $I$  為  $\triangle ABC$  的內心，若  $\angle A = 80^\circ$ ，則

(1)  $I$  為  $\triangle ABC$  的內心，請在圖中( )中畫 o o x x

(2)  $\angle BIC = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$



3. 在  $\triangle ABC$  中， $I$  點為內心，若  $\angle A = 100^\circ$ ，則  $\angle BIC$  的度數為何？



4.  $I$  為  $\triangle ABC$  的內心，若  $\angle BIC = 140^\circ$ ，則

(1)  $I$  為  $\triangle ABC$  的內心，請在圖中( )中畫 o o x x

(2)  $\triangle BIC$  中

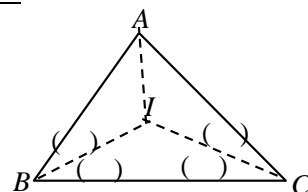
$$140^\circ + \angle O + \angle X = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$$

$$(3) \angle O + \angle X = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$$

$$(4) 2\angle O + 2\angle X = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$$

(5)  $\triangle ABC$  中

$$\angle A = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$$





如圖， $I$  為  $\triangle ABC$  的內心， $\overline{IP} = \overline{IQ} = \overline{IR} =$  內切圓半徑  $r$

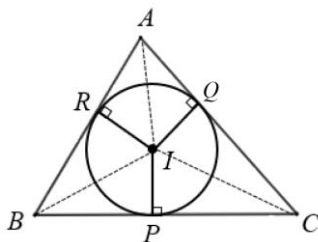
假設  $\overline{BC} = a$ ， $\overline{AC} = b$ ， $\overline{AB} = c$ ，請問：

①  $\triangle BIC$  面積 = \_\_\_\_\_

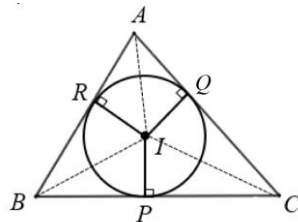
②  $\triangle AIC$  面積 = \_\_\_\_\_

③  $\triangle AIB$  面積 = \_\_\_\_\_

④  $\triangle ABC$  面積 = \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_  
= \_\_\_\_\_



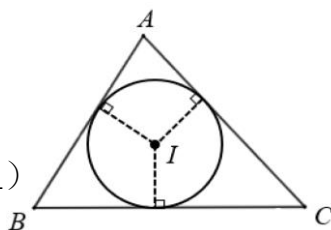
☆筆記



☆ 整理， $I$  為  $\triangle ABC$  的內心，則：

$\triangle$  面積 = \_\_\_\_\_

(其中， $r$  為 \_\_\_\_\_， $s$  為 \_\_\_\_\_)

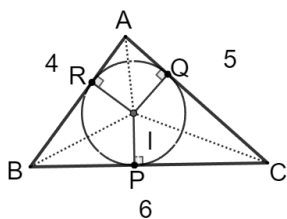


### 牛刀小試 16

1. 如圖， $I$  為  $\triangle ABC$  的內心，  
已知內切圓半徑為 2，求  $\triangle ABC$  面積。

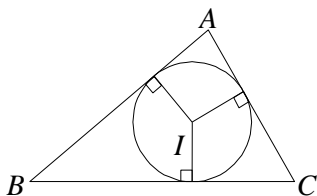
$$\triangle ABC \text{ 面積} = \frac{1}{2} \times (\text{周長}) \times (\text{內切圓半徑})$$

$$= \frac{1}{2} \times (\quad) \times (\quad)$$



2.  $I$  為  $\triangle ABC$  的內心，已知內切圓半徑為 4，  
 $\triangle ABC$  周長 = 30，求  $\triangle ABC$  面積。

$$\triangle ABC \text{ 面積} = \frac{1}{2} \times (\text{周長}) \times (\text{內切圓半徑})$$



3. 已知  $\triangle ABC$  為等腰  $\triangle$ ， $\overline{AB} = \overline{AC} = 5$ ，  
 $\overline{BC} = 6$ ，若  $I$  為內心，求

(1) 高  $\overline{AH} =$  \_\_\_\_\_。

$$(1) \overline{AB}^2 = \overline{BH}^2 + \overline{AH}^2$$

$$(\quad)^2 = (\quad)^2 + \overline{AH}^2$$

$$\overline{AH}^2 =$$

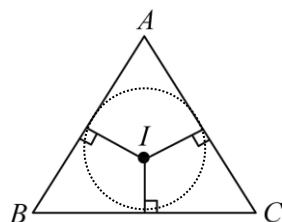
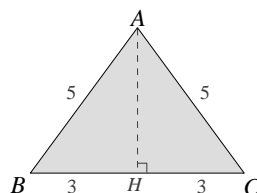
$$\overline{AH} =$$

(2)  $\triangle ABC$  的面積為 \_\_\_\_\_。

$$\triangle ABC \text{ 面積} =$$

(3)  $\triangle ABC$  的內切圓半徑為 \_\_\_\_\_。

$$\triangle ABC \text{ 面積} = \frac{1}{2} \times (\text{周長}) \times (\text{內切圓半徑})$$







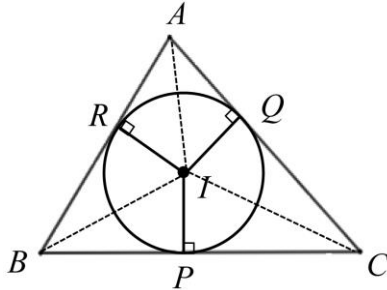
## 例題 9 內心與三角形的面積



如圖， $I$  為  $\triangle ABC$  的內心， $\overline{IP} = \overline{IQ} = \overline{IR} =$  內切圓半徑  $r$

假設  $\overline{BC} = 7$ ， $\overline{AC} = 6$ ， $\overline{AB} = 5$

求： $\triangle BIC$  面積： $\triangle AIC$  面積： $\triangle AIB$  面積 = ？



☆筆記

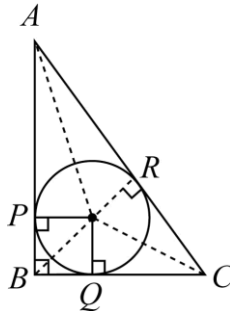


### 牛刀小試 17

1. 在直角  $\triangle ABC$  中， $I$  為內心， $P$ 、 $Q$ 、 $R$  為內切圓與三邊的切點，

若  $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{BC} = 3$ ， $\overline{AC} = 5$

求  $\triangle ABI$ ： $\triangle BIC$ ： $\triangle AIC$  = ？



2. 如右圖，已知  $I$  點為  $\triangle ABC$  的內心，若  $\triangle ABC$  面積為 45，

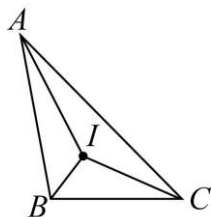
且  $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{AC} = 5 : 4 : 6$ ，則

(1)  $\triangle AIB$ ： $\triangle BIC$ ： $\triangle AIC$  = \_\_\_\_\_。

(2)  $\triangle BIC$  面積 = \_\_\_\_\_。

設  $\triangle AIB$  面積 = \_\_\_\_\_， $\triangle BIC$  面積 = \_\_\_\_\_，

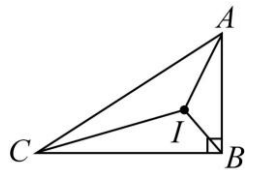
$\triangle AIC$  面積 = \_\_\_\_\_



3. 若  $I$  點為  $\triangle ABC$  的內心，

$\triangle AIB$  的面積為 13， $\triangle BIC$  的面積為 12，

$\triangle CIA$  的面積為 5，則  $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CA}$  = ？



4.  $I$  是  $\triangle ABC$  的內心，

若  $\triangle AIB$  面積： $\triangle BIC$  面積： $\triangle CIA$  面積  
=  $5 : 6 : 7$ ，且  $\triangle ABC$  周長為 36 公分。

(1)  $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{AC}$  = \_\_\_\_\_。

(2)  $\triangle ABC$  的三邊長分別為多少？

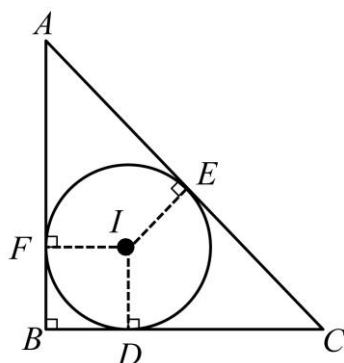
設  $\overline{AB}$  = \_\_\_\_\_， $\overline{BC}$  = \_\_\_\_\_， $\overline{AC}$  = \_\_\_\_\_



## 例題 10 直角三角形的內切圓半徑



如圖， $I$  為直角 $\triangle ABC$  的內心，假設  $\overline{BC} = 6$ ， $\overline{AB} = 8$   
求： $\triangle ABC$  的內切圓半徑是多少？



☆筆記

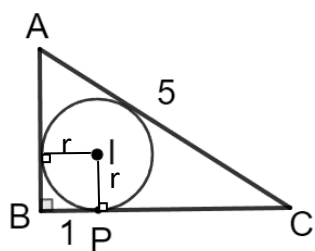
四邊形  $BDIF$  是\_\_\_\_\_形

邊長是\_\_\_\_\_



## 牛刀小試 18

1. 在直角 $\triangle ABC$  中， $I$  是內心， $P$  是  $\overline{BC}$  的切點，若  $\overline{AC} = 5$ ， $\overline{BP} = 1$ ，則  
內切圓半徑=\_\_\_\_\_。



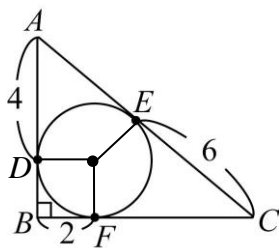
2. 在直角 $\triangle ABC$  中， $I$  是內心， $D$ 、 $E$ 、 $F$  是  $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AC}$  的切點。

(1)  $\overline{AE} =$ \_\_\_\_\_。

(2)  $\overline{BD} =$ \_\_\_\_\_。

(3)  $\overline{CF} =$ \_\_\_\_\_。

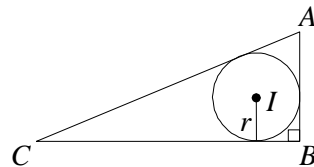
(4) 內切圓半徑=\_\_\_\_\_。



3. 直角 $\triangle ABC$  中， $I$  是內心， $O$  是外心，  
 $\overline{AC} = 8$ ， $\overline{AB} = 15$ ， $\overline{BC} = 17$ ，求

(1) 內切圓半徑=？

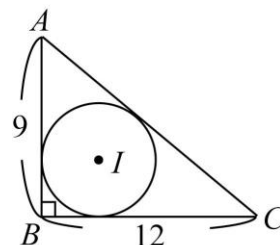
$\triangle ABC$  面積  $= \frac{1}{2} \times (\text{周長}) \times (\text{內切圓半徑})$



4. 在直角 $\triangle ABC$  中， $I$  是  
內心，若  $\overline{AB} = 9$ ，  
 $\overline{BC} = 12$ ，求

(1)  $\overline{AC} =$ \_\_\_\_\_。

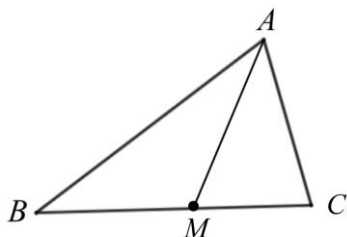
(2) 內切圓半徑=\_\_\_\_\_。



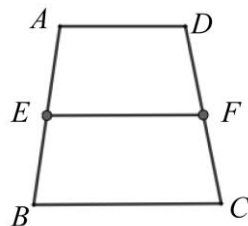
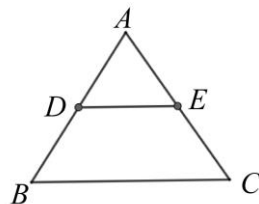


☆**1** 已知： $M$  是  $\overline{BC}$  的中點， $\overline{AM}$  稱為  $\triangle ABC$  的\_\_\_\_\_

**2**  $\triangle ABM$  和  $\triangle ACM$  的面積會不會一樣呢？為什麼？



☆筆記



☆整理

1.  $\triangle$  一邊中點和頂點的連線稱為\_\_\_\_\_

2.  $\triangle$  一條中線可以把  $\triangle$  分成兩個\_\_\_\_\_相等的  $\triangle$

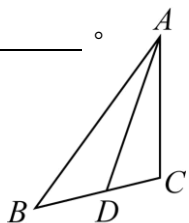


### 牛刀小試 19

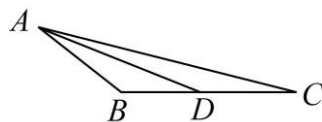
1.  $\overline{AD}$  為  $\triangle ABC$  的中線，

(1) 表示  $D$  是  $\overline{BC}$  的\_\_\_\_\_。

(2) 若  $\overline{BC} = 10$ ，則  $\overline{BD} =$ \_\_\_\_\_。



3.  $D$  為  $\overline{BC}$  的中點，若  $\triangle ABC$  的面積為 100，則  $\triangle ABD$  面積為\_\_\_\_\_。

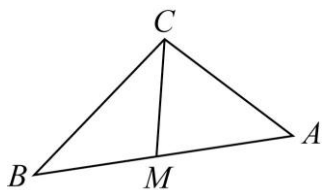


2.  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB}$  中點  $M$ ，連接  $\overline{CM}$ ，

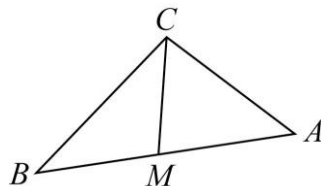
(1)  $\overline{CM}$  稱為  $\triangle ABC$  的\_\_\_\_\_線。

(2)  $\triangle ACM$  面積 = 20，

$\triangle BCM$  面積 = \_\_\_\_\_。



4.  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB}$  中點  $M$ ，連接  $\overline{CM}$   $\triangle ABM$  面積 = 5，則  $\triangle ABC$  面積 = \_\_\_\_\_。





☆1. 班上誰最會轉書？\_\_\_\_\_

鈺凡很會轉書，假設他要用 1 根手指頭轉動數學課本

請問：他的手指頭要放在哪裡才能保持平衡？

請你畫在右邊的課本上



2. 如果鈺凡要轉一本三角形的書，你覺得他的手指頭要放在哪裡才能保持平衡？

3. 靖雅想到一個方法：

她拿一條線穿過頂點  $A$  提起來另一頭綁一個石頭，

當保持平衡時，這條線和  $\overline{BC}$  的交點是  $D$

請問： $D$  是\_\_\_\_\_，

$\overline{AD}$  是\_\_\_\_\_為什麼？

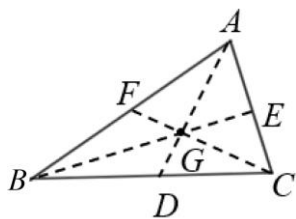
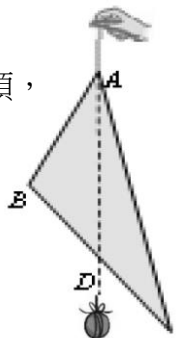
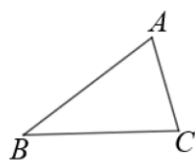
☆4. 用同樣方法可以找到

$E$  是\_\_\_\_\_， $F$  是\_\_\_\_\_

$\overline{BE}$  是\_\_\_\_\_， $\overline{CF}$  是\_\_\_\_\_

假設  $\overline{AD}$ 、 $\overline{BE}$ 、 $\overline{CF}$  交於  $G$  點， $G$  點稱為  $\triangle ABC$  的\_\_\_\_\_

鈺凡的手指頭放在\_\_\_\_\_點就可以保持平衡。



☆筆記

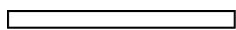
① 三角形三條\_\_\_\_\_線交於一點，這一點稱為三角形的\_\_\_\_\_也是\_\_\_\_\_

② 三角形重心位置一定在三角形的\_\_\_\_\_



## 牛刀小試 20

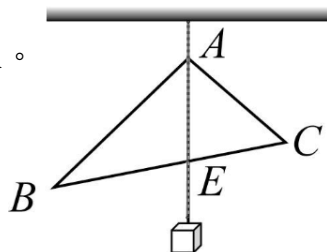
1. 下面為一個均勻木條，要撐起哪一個點才讓木條維持平衡，請用  $\triangle$  畫出來。



2. 在質地均勻的三角形木板的頂點  $A$ ，穿一個小洞懸吊起來，線的另一端綁上重物自然垂下，並以虛線畫出懸掛的鉛垂線，這條線和  $\overline{BC}$  的交點是  $E$  點，請問

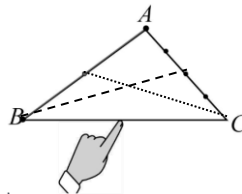
(1)  $D$  是\_\_\_\_\_點。

(2)  $\overline{AE}$  是\_\_\_\_\_線。



3. 有一質地均勻的紙片，若彩宣想用手指撐住紙片，讓紙片保持平衡，請問手指頭放在兩條\_\_\_\_\_線就可以保持平衡。

此點稱為  $\triangle ABC$  的\_\_\_\_\_

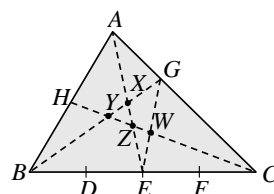


4.  $\triangle ABC$  中  $D$ 、 $E$ 、 $F$  三點將  $\overline{BC}$  分四等分  
 $\overline{AG} : \overline{AC} = 1 : 3$ ， $H$  點為  $\overline{AB}$  的中點

(1)  $\overline{AB}$  的中點是\_\_\_\_\_， $\overline{BC}$  的中點是\_\_\_\_\_

(2) 請用紅筆畫出兩條中線

(3) 圖中哪一點是  $\triangle ABC$  的重心？答：\_\_\_\_\_。





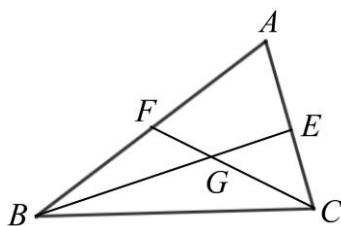
# 概念

## 11 重心到頂點的距離是中線長的三分之二



☆已知： $G$  是  $\triangle ABC$  的重心

求證： $\overline{BG} = \frac{2}{3} \overline{BE}$



☆筆記

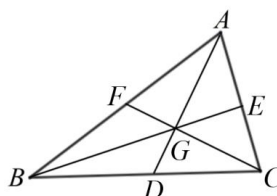


☆整理：若  $G$  是  $\triangle ABC$  的重心，則

①  $\overline{AG} = \underline{\hspace{1cm}} \overline{AD} \Rightarrow \overline{AG} : \overline{GD} = \underline{\hspace{1cm}}$

②  $\overline{BG} = \underline{\hspace{1cm}} \overline{BE} \Rightarrow \overline{BG} : \overline{GE} = \underline{\hspace{1cm}}$

③  $\overline{CG} = \underline{\hspace{1cm}} \overline{CF} \Rightarrow \overline{CG} : \overline{GF} = \underline{\hspace{1cm}}$



### 牛刀小試 21

1. 如圖， $\triangle ABC$  的兩中線  $\overline{AD}$ 、 $\overline{BE}$  交於  $G$  點。

(1)  $\overline{AG}$  是  $\overline{AD}$  的          倍

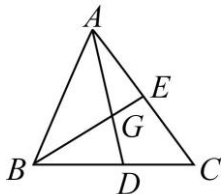
(2)  $\overline{GD}$  是  $\overline{AD}$  的          倍

(3) 若  $\overline{AD} = 21$ ， $\overline{GD} = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $\overline{AG} = \underline{\hspace{1cm}}$

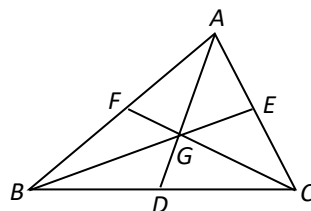
(4)  $\overline{BG}$  是  $\overline{BE}$  的          倍

(5)  $\overline{GE}$  是  $\overline{BE}$  的          倍

(6) 若  $\overline{BE} = 15$ ， $\overline{GE} = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $\overline{BG} = \underline{\hspace{1cm}}$



3. 如圖， $\triangle ABC$  中，三條中線  $\overline{AD}$ 、 $\overline{BE}$ 、 $\overline{CF}$  交於  $G$  點，若  $\overline{AD} = 6$ ， $\overline{BE} = 12$ ， $\overline{CF} = 9$  求  $\overline{AG}$ 、 $\overline{BG}$ 、 $\overline{CG}$ 。



2. 如右圖， $\triangle ABC$  的中線

$\overline{AD}$ 、 $\overline{BE}$ 、 $\overline{CF}$  交於

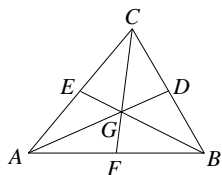
$G$  點。則

(1)  $\overline{CG}$  是  $\overline{FG}$  的          倍

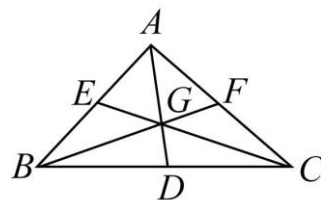
(2) 若  $\overline{FG} = 5$ ，則  $\overline{GC} = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $\overline{CF} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。

(3)  $\overline{AG}$  是  $\overline{DG}$  的          倍

(4) 若  $\overline{DG} = 7$ ，則  $\overline{AG} = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $\overline{AD} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。

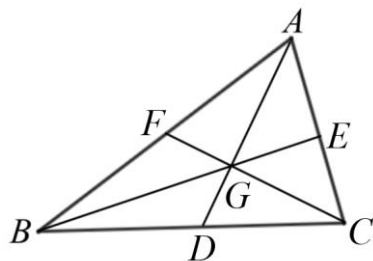


4. 如圖， $\triangle ABC$  中，三條中線  $\overline{AD}$ 、 $\overline{BE}$ 、 $\overline{CF}$  交於  $G$  點，若  $\overline{AG} = 6$ ， $\overline{BG} = 8$ ， $\overline{CG} = 10$ ，求  $\overline{AD}$ 、 $\overline{BE}$ 、 $\overline{CF}$ 。





☆已知： $G$  是  $\triangle ABC$  的重心， $\overline{AD}$ 、 $\overline{BE}$ 、 $\overline{CF}$  是三條中線，  
求證： $\triangle AFG$ 、 $\triangle BFG$ 、 $\triangle BDG$ 、 $\triangle CDG$ 、 $\triangle CEG$ 、 $\triangle AEG$   
六個小 $\triangle$ 面積相等



☆筆記



## 牛刀小試 22

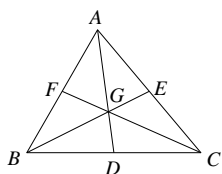
1. 如圖， $\overline{AD}$ 、 $\overline{BE}$ 、 $\overline{CF}$  三條線交於  $G$  點。

若  $\triangle GBD$  面積 = 2，求下列 $\triangle$ 面積。

(1)  $\triangle GCD$  面積 = \_\_\_\_\_。

(2)  $\triangle GAC$  面積 = \_\_\_\_\_。

(3)  $\triangle ABC$  面積 = \_\_\_\_\_。

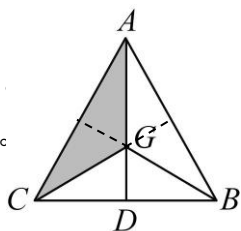


2. 如圖， $G$  是重心，若  $\triangle AGC$  面積 = 6，

求下列 $\triangle$ 面積。

(1)  $\triangle GBD$  面積 = \_\_\_\_\_。

(2)  $\triangle ABC$  面積 = \_\_\_\_\_。



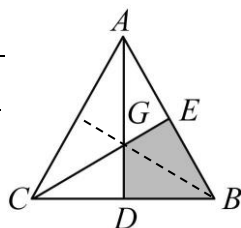
3. 如圖， $\overline{AD}$ 、 $\overline{BG}$  兩條線交於  $G$  點。

若四邊形  $DGEB$  面積 = 14，求

(1)  $\triangle BDG$  面積 = \_\_\_\_\_。

(2)  $\triangle ABD$  面積 = \_\_\_\_\_。

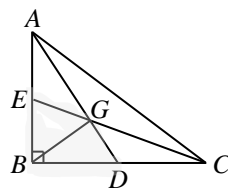
(3)  $\triangle ABC$  面積 = \_\_\_\_\_。



4. 如圖， $\triangle ABC$  中， $\angle ABC = 90^\circ$ ，兩條中線  $\overline{AD}$ 、 $\overline{BE}$  交於  $G$  點， $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{BC} = 8$ ，求：

(1)  $\triangle ABC$  面積 = \_\_\_\_\_。

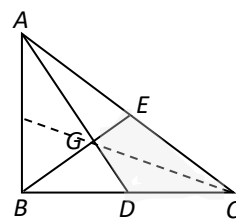
(2) 四邊形  $DGEB$  面積 = \_\_\_\_\_。



5. 如圖， $\triangle ABC$  中， $\angle ABC = 90^\circ$ ，兩條中線  $\overline{AD}$ 、 $\overline{BE}$  交於  $G$  點， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{BC} = 12$ ，求：

(1)  $\triangle ABC$  面積 = \_\_\_\_\_。

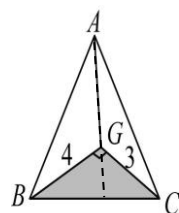
(2) 四邊形  $DGEC$  面積 = \_\_\_\_\_。



6. 如圖， $\triangle ABC$ ， $G$  是重心，且  $\overline{BG} \perp \overline{GC}$ ，求

(1)  $\triangle BGC$  面積 = \_\_\_\_\_。

(2)  $\triangle ABC$  面積 = \_\_\_\_\_。





# 例題 11 重心性質的應用 1—直角△



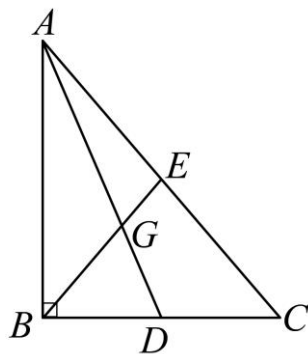
如圖，直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC=90^\circ$ 度， $\overline{AD}$ 、 $\overline{BE}$ 是中線，  
若 $\overline{AC}=10$ ，請問：

(1)  $E$  點是 $\triangle ABC$ 的\_\_\_\_\_心

(2)  $\overline{BE} =$ \_\_\_\_\_

(3)  $G$  點是 $\triangle ABC$ 的\_\_\_\_\_心

(4)  $\overline{EG} =$ \_\_\_\_\_



☆筆記



## 牛刀小試 23

1. 直角 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AD}$ 、 $\overline{BO}$ 是中線，

若 $\overline{AC}=12$ 。

(1)  $O$  點是 $\triangle ABC$ 的\_\_\_\_\_心。

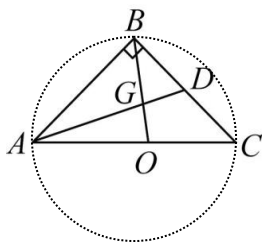
(2)  $\overline{AC}$  是圓  $O$  的\_\_\_\_\_。

$\overline{BO}$  是圓  $O$  的\_\_\_\_\_。

(3)  $\overline{BO} =$ \_\_\_\_\_。

(4)  $G$  點是 $\triangle ABC$ 的\_\_\_\_\_心。

(5)  $\overline{GO} =$ \_\_\_\_\_。



2. 直角 $\triangle ABC$ 中， $\overline{BE}$ 、 $\overline{AD}$ 是中線，

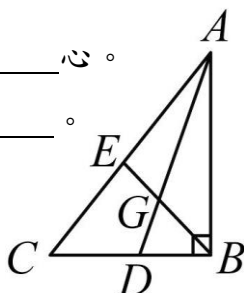
若 $\overline{AC}=30$ 。

(1)  $E$  點是 $\triangle ABC$ 的\_\_\_\_\_心。

(2)  $\overline{BE} =$ \_\_\_\_\_。

(3)  $G$  點是 $\triangle ABC$ 的\_\_\_\_\_心。

(4)  $\overline{GE} =$ \_\_\_\_\_。



3. 直角 $\triangle ABC$ 中， $\overline{BE}$ 、 $\overline{AD}$ 是中線，

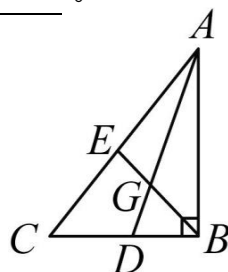
若 $\overline{AB}=6$ ， $\overline{AC}=8$ ，

(1)  $E$  點是 $\triangle ABC$ 的\_\_\_\_\_心。

(2)  $\overline{AC} =$ \_\_\_\_\_， $\overline{BE} =$ \_\_\_\_\_。

(3)  $G$  點是 $\triangle ABC$ 的\_\_\_\_\_心。

(4)  $\overline{GO} =$ \_\_\_\_\_。

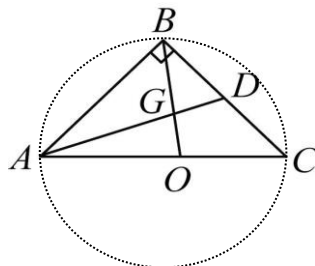


4. 直角 $\triangle ABC$ 中， $O$  是外心， $\overline{AD}$ 、 $\overline{BO}$

是中線，若 $\overline{GO}=3$ 。

(1)  $G$  是\_\_\_\_\_心。

(2)  $\overline{BO} =$ \_\_\_\_\_， $\overline{AC} =$ \_\_\_\_\_。





## 例題 12 重心性質的應用 2—平行四邊形

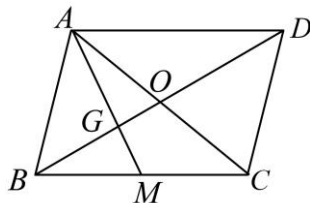


如圖，在平行四邊形  $ABCD$  中，兩對角線  $\overline{AC}$ 、 $\overline{BD}$  交於  $O$  點， $\overline{BC}$  中點為  $M$ ， $\overline{AM}$  與  $\overline{BD}$  交於  $G$  點

☆筆記

(1) 若  $\overline{OG} = 3$ ，求  $\overline{BD} = ?$

(2) 若  $\triangle AOG$  的面積是 10，求平行四邊形  $ABCD$  的面積？



### 牛刀小試 24

1. 如圖，在平行四邊形  $ABCD$  中，兩對角線  $\overline{AC}$ 、 $\overline{BD}$  交於  $O$  點， $\overline{BC}$  中點為  $M$ ， $\overline{AM}$  與  $\overline{BD}$  交於  $G$  點。

(1)  $G$  點是  $\triangle ABC$  的\_\_\_\_\_心

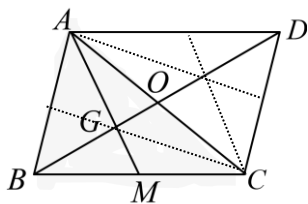
(2) 若  $\overline{GO} = 4$ ，求

$\overline{BO} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\overline{BD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) 若  $\triangle AOG$  的面積是 3，求

$\triangle ABC$  面積為\_\_\_\_\_。

平行四邊形  $ABCD$  面積為\_\_\_\_\_。



2. 如右圖，在  $\square ABCD$  中，兩對角線  $\overline{AC}$ 、 $\overline{BD}$  交於  $O$  點， $M$  點是  $\overline{BC}$  的中點， $\overline{AM}$  與  $\overline{BD}$  交於  $P$  點。

(1) 若  $\overline{PO} = 5$ ，求

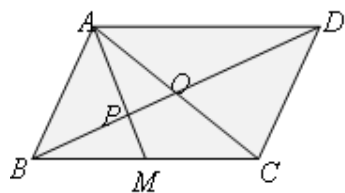
$\overline{BO} = \underline{\hspace{2cm}}$ ，

$\overline{BD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 若  $\triangle BPM$  的面積是 5，求

$\triangle ABC$  面積為\_\_\_\_\_。

平行四邊形  $ABCD$  面積為\_\_\_\_\_。



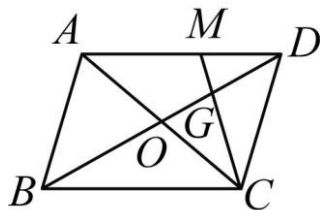
3. 如圖，在平行四邊形  $ABCD$  中，兩對角線  $\overline{AC}$ 、 $\overline{BD}$  交於  $O$  點， $\overline{BC}$  中點為  $M$ ， $\overline{AM}$  與  $\overline{BD}$  交於  $G$  點。若  $\overline{DG} = 6$ ，求

(1)  $\overline{DO} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\overline{BD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 若  $\triangle OCG$  的面積是 4，求

$\triangle ABC$  面積為\_\_\_\_\_。

平行四邊形  $ABCD$  面積為\_\_\_\_\_。



4. 如圖，在平行四邊形  $ABCD$  中，兩對角線  $\overline{AC}$ 、 $\overline{BD}$  交於  $O$  點， $E$ 、 $F$  分別是  $\overline{AB}$ 、 $\overline{AD}$  的中點。

(1) 若  $\overline{DB} = 24$ ，求

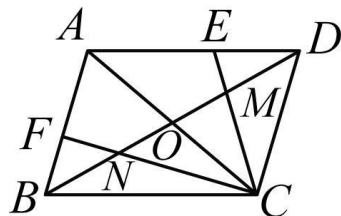
$\overline{DO} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

$\overline{MO} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 若平行四邊形  $ABCD$  的面積是 24，則

$\triangle ADC$  面積為\_\_\_\_\_。

$\triangle MOC$  面積 = \_\_\_\_\_。



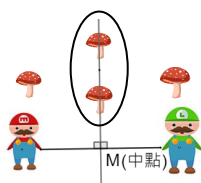




# 解 答 篇

## 牛刀小試 1

- 1.
  2. 5
  - 3.
  - (1) 5
  - (2) 5
  - (3) =, =
- 到三頂點



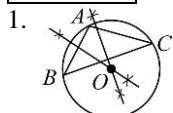
## 牛刀小試 2

1. (1) A、C
- (2) A、C
- (3) 略
2. (1) P
- (2) 外心
- (3) 中垂線

## 牛刀小試 3

1. (1) C
- (2) 上
- (3) 外心
2. (1) 外接圓
- (2) 外
- (3) 半徑, 半徑, 半徑, 三頂點, 半徑
- (4) 7, 7
- (5) 外心

## 牛刀小試 4



- (1) 外部
- (2)  $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$
- 2.
- (1) 斜邊上
- (2)  $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$

## 牛刀小試 5

1. (1) C
- (2) 中點
- (3) 外心
- (4) 中垂線

2. B
3. 斜邊上
4. 內部
5. 外部

## 牛刀小試 6

1. (1) 5 (2) 直徑 (3)  $\frac{5}{2}$
2. (1) 13 (2) 直徑 (3)  $\frac{13}{2}$

3. (1) 半徑 (2) 半徑 (3) 12
4. (1) 8 (2) 16

## 牛刀小試 7

1. (1)  $150^\circ$  (2)  $150^\circ$
2.  $134^\circ$
3. (1)  $100^\circ$  (2)  $50^\circ$
4.  $65^\circ$

## 牛刀小試 8

- 1.
- (1)  $216^\circ$
- (2)  $144^\circ$
- (3)  $144^\circ$
- 2.
- (1)  $300^\circ$
- (2)  $60^\circ$
- (3)  $60^\circ$
- 3.
- (1)  $160^\circ$
- (2)  $200^\circ$
- (3)  $100^\circ$
4.  $150^\circ$
5.  $160^\circ$

## 牛刀小試 9

1. (1)  $13^2 = 12^2 + \overline{AM}^2$
  - $\overline{AM} = 5$
  - (2)  $\overline{BO} = x, \overline{OM} = x-5$
- $$x^2 = 12^2 + (x-5)^2$$

$$x = \frac{169}{10}$$

2. (1)  $10^2 = 8^2 + \overline{AM}^2$
  - $\overline{AM} = 6$
  - (2)  $\overline{BO} = x, \overline{OM} = x-5$
- $$x^2 = 8^2 + (x-6)^2$$
- $$x = \frac{25}{3}$$

## 牛刀小試 10

1. (1)  $10^2 = 6^2 + \overline{AD}^2$
  - $\overline{AD} = 8$
  - (2)  $\overline{BO} = x, \overline{OD} = 8-x$
- $$x^2 = 6^2 + (8-x)^2$$
- $$x = \frac{25}{4}$$

2. (1)  $13^2 = 5^2 + \overline{AD}^2$
- $\overline{AD} = 12$

$$(2) \overline{BO} = x, \overline{OD} = 12-x$$

$$x^2 = 5^2 + (12-x)^2$$

$$x = 7\frac{1}{24} \left( \frac{169}{24} \right)$$

## 牛刀小試 11

1. 6, 4
2. (1)  $\angle PBD$  (2) 角平分線
- (3)  $\overline{PC}$
3. (1) 角平分線 (2) 角平分線
4. B

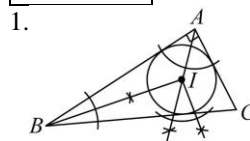
## 牛刀小試 12

- 1.
  - (1)  $\overline{IE}$
  - (2)  $\overline{IF}$
  - (3)  $\overline{ID}$
  - (4)  $\overline{ID} = \overline{IE} = \overline{IF}$
- 距離相等
2. (1)  $35^\circ, 5$
  - (2) 5
  - (3) 內心
3. B

## 牛刀小試 13

1. (A)(B)
2. (1) 內切
  - (2) 角平分
  - (3) 角平分
  - (4)  $\overline{ID}, \overline{IE}, \overline{IF}$
  - (5) 半徑
  - (6) 邊
  - (7) 內

## 牛刀小試 14



牛刀小試 15

1.
  - (1) 角平分，
  - (2)  $180^\circ$ ， $94^\circ$ ， $47^\circ$ ， $133^\circ$
2.
  - (1) 略
  - (2)  $130^\circ$
3.  $140^\circ$
4. (1)  $180^\circ$  (2)  $40^\circ$  (3)  $80^\circ$  (4)  $100^\circ$

牛刀小試 16

1. 15
2. 60
3. (1) 4 (2) 48 (3) 96
4. (1) 60 (2)  $\frac{10}{3}$
5. (1) 6 (2) 1

牛刀小試 17

1.  $4:3:5$
2. (1)  $5:4:6$   
(2) 12  
設  $\triangle AIB$  面積  $=5x$ ，  
 $\triangle BIC$  面積  $=4x$ ，  
 $\triangle AIC$  面積  $=6x$   
 $5x+4x+6x=45$
3.  $13:12:5$
4. (1)  $5:6:7$   
(2)  $\overline{AB}=10\text{cm}$ 、 $\overline{BC}=12\text{cm}$   
 $\overline{AC}=14\text{cm}$   
設  $\overline{AB}=5x$ ， $\overline{BC}=6x$ ， $\overline{AC}=7x$   
 $5x+6x+7x=36$


牛刀小試 18

1. 1
2. (1) 4  
(2) 2  
(3) 6  
(4) 2
3. 3
4. (1) 15  
(2) 3

牛刀小試 19

1. (1) 中線  
(2) 10
2. (1) 中點  
(2) 20
3. 50
4. 10

牛刀小試 20

1. 
2. (1) 中 (2) 中
3. 中線，重心
4. (1) H，E

(3) Z

牛刀小試 21

1.
  - (1)  $\frac{2}{3}$
  - (2)  $\frac{1}{3}$
  - (3) 7，14
  - (4)  $\frac{2}{3}$
  - (5)  $\frac{1}{3}$
  - (6) 5，10
2.
  - (1) 2
  - (2) 10，15
  - (3) 2
  - (4) 14，21
  3. 4，8，6
  4. 9，12，15

牛刀小試 22

1.
  - (1) 2
  - (2) 4
  - (3) 12
2.
  - (1) 3
  - (2) 18
3.
  - (1) 7
  - (2) 21
  - (3) 42
4.
  - (1) 24
  - (2) 8
5.
  - (1) 30
  - (2) 10
6.
  - (1) 6
  - (2) 18

牛刀小試 23

1.
  - (1) 外
  - (2) 直徑，半徑
  - (3) 6
  - (4) 重
  - (5) 2
2.
  - (1) 外
  - (2) 15
  - (3) 重
  - (4) 5
3.
  - (1) 外
  - (2) 10，5
  - (3) 重心
  - (4)  $\frac{5}{3}$

4.
  - (1) 重心
  - (2) 9，18

牛刀小試 24

1.
  - (1) 重
  - (2) 12，24
  - (3) 18，36
2.
  - (1) 15，30
  - (2) 30，60
3.
  - (1) 9，18
  - (2) 12，24
4.
  - (1) 12，4
  - (2) 12，2