



B5 3-2 三角形的內心外心與重心



概念

① 認識外心 1—中垂線

☆問題 1 找一個點和 A 、 B 兩點的距離相等

$A \bullet \text{-----} \bullet B$

$A \bullet$

$\bullet B$

☆問題 2 找一個點和 A 、 B 、 C 三點的距離相等

$\bullet C$

$A \bullet$

$\bullet B$

☆筆記



☆1. 畫 \overline{AB} 中垂線 L ，可以得到中垂線 L 上的每一點到 A 、 B 兩點的距離_____

2. 畫 \overline{AB} 中垂線 L ， \overline{BC} 中垂線 M ，可以得到兩條中垂線 L 和 M 的交點會_____

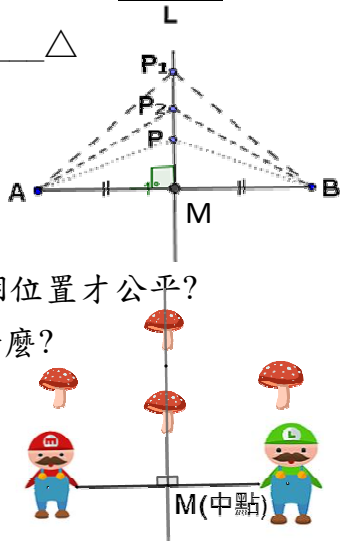


牛刀小試 1

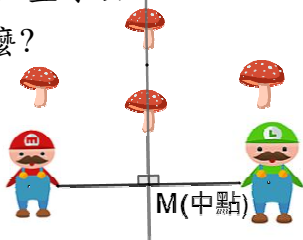
1.(1)如圖， $\overline{AM} = \underline{\hspace{2cm}} = 5$ ，
且 $\angle PMA = \underline{\hspace{2cm}} = 90^\circ$ ，
因此直線 L 是 \overline{AB} 的 _____ 線。

(2) 若 $\overline{AP_1} = 7$ ， $\overline{BP_2} = 5$ ，則
 $\overline{BP_1} = \underline{\hspace{2cm}}$ 、 $\overline{AP_2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) $\triangle APB$ 是 _____ \triangle



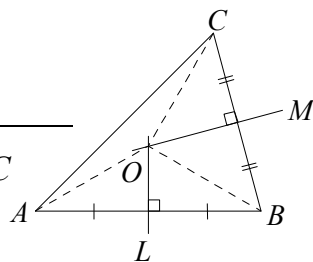
2. 請問香菇要放在哪個位置才公平？
請圈起來並說明為什麼？



3. L 、 M 分別為 \overline{AB} 、 \overline{BC} 的中垂線交於 O 點，若 $\overline{OA} = 5$ ，求

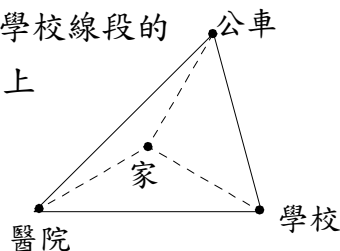
(1) $\overline{OB} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\overline{OC} = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) $\triangle AOB$ 、 $\triangle BOC$ 、 $\triangle AOC$ 都是 _____ \triangle



4. 如圖，瑞好一家人想搬家，選擇地點希望從家裡到火車站、醫院、學校距離相同，則：他們家的位置應該在醫院公車線段、公車學校線段、醫院學校線段的 _____ 線交點上

(2)為什麼？





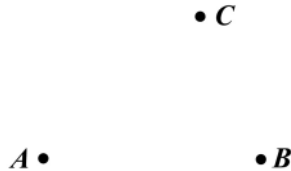
概念

② 認識外心 2— \triangle 的三邊中垂線



1. 畫 \overline{AB} 中垂線 L ， \overline{BC} 中垂線 M ，可以得到兩條中垂線 L 和 M 的交點會_____

2. 如果再畫 \overline{AC} 中垂線 N ， L 、 M 、 N 三條中垂線會交於一點嗎？為什麼？



☆三角形三邊的中垂線會_____

這一點稱為三角形的_____

☆筆記

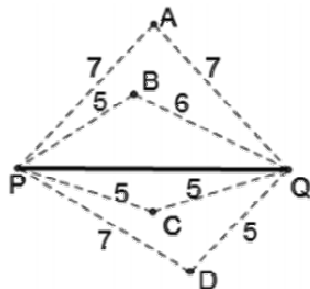


牛刀小試 2

1. \overline{PQ} 外有無數個點，請問：

(1) 哪些點到 \overline{PQ} 兩端點距離相等？

(2) 連哪些點可以作出 \overline{PQ} 垂直平分線？

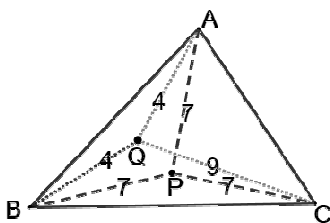


2. 如圖，

(1) _____ 點到 $\triangle ABC$ 三頂點距離相等。

(2) 這一點稱為 $\triangle ABC$ 的 _____ 心。

(3) 作 $\triangle ABC$ 三邊的 _____ 線會通過 P 點。



3. 如圖， $\triangle ABC$ 中， L 、 M 、 N 分別

為 \overline{AB} 、 \overline{BC} 、 \overline{CA} 的中垂線。

若 L 、 M 交於 O 點，

連接 \overline{OA} 、 \overline{OB} 、 \overline{OC} ，

$\because O$ 在 \overline{AB} 的中垂線 L 上，

$\therefore \overline{OA} = \underline{\hspace{2cm}}$ (中垂線性質)……①

$\because \overline{OA}$ 在 \overline{BC} 的中垂線 M 上，

$\therefore \overline{OB} = \underline{\hspace{2cm}}$ (中垂線性質)……②

由①、②可知 $\overline{OA} = \underline{\hspace{2cm}}$ ，

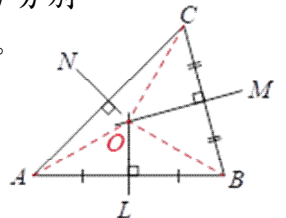
$\therefore O$ 必在 \overline{AC} 的中垂線 N 上

(中垂線判別性質)，

故三條中垂線 L 、 M 、 N 交於 _____ 點，

且 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$

即 L 、 M 、 N 的交點 O 到 $\triangle ABC$ 三頂點等距離。



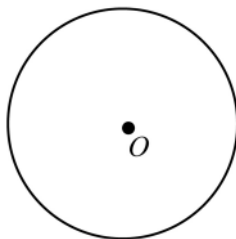


☆1. 外接圓：

- ① 如果三角形的三個頂點都在圓上
我們說這個圓就是三角形的_____
- ② 外接圓的圓心就稱為_____

☆2. ① 請在圓 O 上找不同的三點 A 、 B 、 C
並畫出 $\triangle ABC$

- ② 這個圓就是 $\triangle ABC$ 的_____
- ③ 圓心 O 就是 $\triangle ABC$ 的_____
- ④ \triangle 的外心到_____等距離

☆3. $\triangle ABC$ 的外心和 $\triangle ABC$ 三邊的中垂線有什麼關係？

☆△的外心

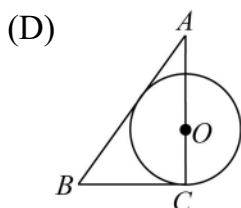
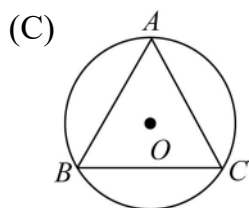
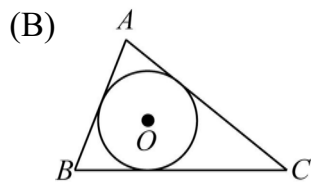
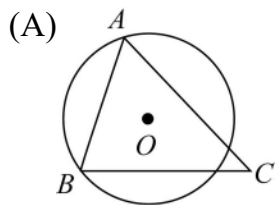
- ① _____
- ② _____
- ③ _____

☆筆記

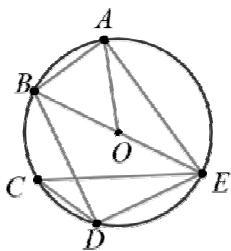
「外」接圓為什麼稱「外」？



牛刀小試 3

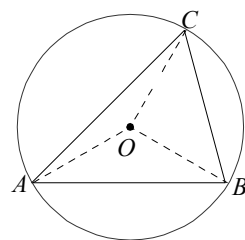
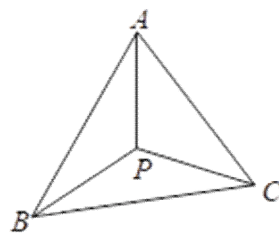
1. 下列哪些選項中的圓是 $\triangle ABC$ 的外接圓？2. 如圖， A 、 B 、 C 、 D 四點皆
在圓 O 上，其中 \overline{BE} 通過 O
點，下列哪些錯誤？

- (A) O 點為 $\triangle ABE$ 的外心
- (B) O 點為 $\triangle ABO$ 的外心
- (C) O 點為 $\triangle BDE$ 的外心
- (D) O 點為 $\triangle CDE$ 的外心
- (E) O 點為 $\triangle AOE$ 的外心



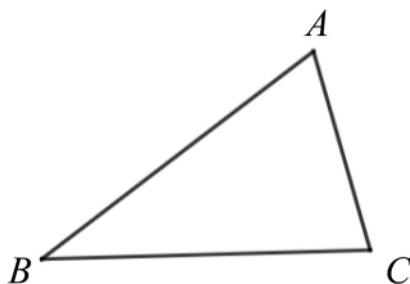
3. 請回答下列問題：

- (1) \triangle 三邊中垂線交點是_____心。
- (2) \overline{OB} 是 $\triangle ABC$ 外接圓的_____
- (3) 若 $\overline{OA} = 7$ ，則
 $\overline{OB} = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $\overline{OC} = \underline{\hspace{1cm}}$

4. 如圖， $\triangle ABC$ 是由三個等腰三角形所拼成的，
其三個頂點的會合處為 P 點，則 P 點必
為 $\triangle ABC$ 的_____心，為什麼？

**例題****1****找外心並畫出外接圓**

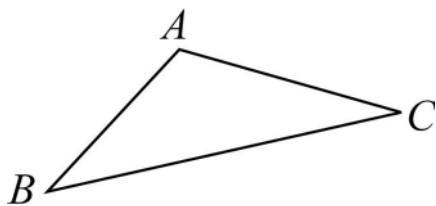
如圖，請找出 $\triangle ABC$ 的外心，並畫出 $\triangle ABC$ 的外接圓



☆筆記

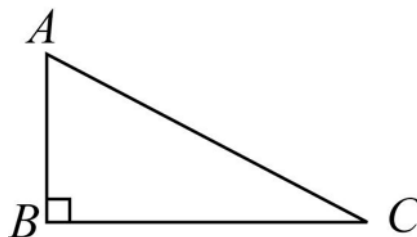
**牛刀小試 4**

1. 請找出鈍角 $\triangle ABC$ 的外心 O ，並畫出 $\triangle ABC$ 的外接圓。



- (1) 當 $\triangle ABC$ 為_____三角形時，
外心的位置在 $\triangle ABC$ _____。
- (2) 比較 \overline{OA} 、 \overline{OB} 、 \overline{OC} 的大小關係。

2. 請找出直角 $\triangle ABC$ 的外心 O ，並畫出 $\triangle ABC$ 的外接圓。



- (1) 當 $\triangle ABC$ 為_____三角形時，
外心的位置在 $\triangle ABC$ _____。
- (2) 比較 \overline{OA} 、 \overline{OB} 、 \overline{OC} 的大小關係。

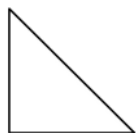


☆ 請用尺規作圖畫出下列三角形的外接圓，並觀察外接圓的圓心位置有何不同？

① 銳角三角形



② 直角三角形



③ 鈍角三角形



☆ 筆記

整理： \triangle 外心的位置

① 銳角三角形外心在

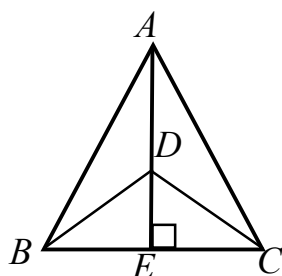
② 直角三角形外心在

③ 鈍角三角形外心在



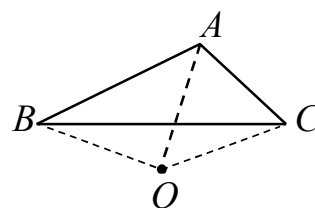
牛刀小試 5

1. 如圖，已知 $\triangle ABC$ 為等腰三角形， $\angle A = 50^\circ$ ， $\angle BDC$ 是鈍角，請問下列三角形的外心位置。
2. 請問直角三角形的任兩邊中垂線交點會相交於三角形的_____。

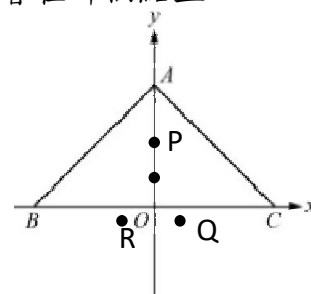


- (1) $\triangle ABC$ 的外心在 $\triangle ABC$ 的_____。
- (2) $\triangle ABD$ 的外心在 $\triangle ABD$ 的_____。
- (3) $\triangle DEC$ 的外心在 $\triangle DEC$ 的_____。
- (4) $\triangle AEC$ 的外心在 $\triangle AEC$ 的_____。
- (5) $\triangle BDC$ 的外心在 $\triangle BDC$ 的_____。

3. 如圖，請問 $\triangle ABC$ 是什麼三角形？
(A) 銳角 (B) 鈍角 (C) 直角 三角形



4. $\overline{OB} = 9$ ， $\overline{OC} = 10$ ，若 $\angle BAC = 95^\circ$ ，則 $\triangle ABC$ 的外心大約會在哪個點上？

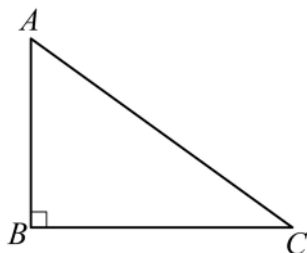




例題 ② 直角三角形的外接圓半徑



如圖，直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle B=90^\circ$ ，若 $\overline{AB}=6$ ， $\overline{BC}=8$ ，求 $\triangle ABC$ 外接圓半徑是多少？

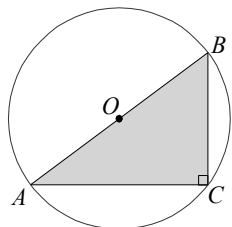


☆筆記

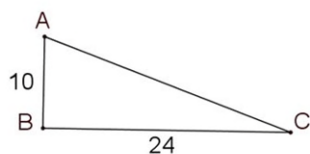


牛刀小試 6

1. 直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，兩股長分別為5，12，求直角 $\triangle ABC$ 的外接圓半徑為何？



2. 在直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle A=90^\circ$ ， $\overline{AB}=10$ ， $\overline{AC}=24$ ，求直角 $\triangle ABC$ 的外接圓半徑為何？



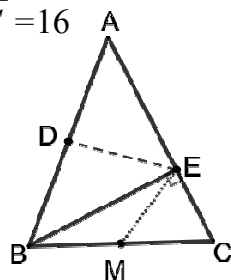
3. 直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle A=90^\circ$ ， $\overline{AB}=3$ ， $\overline{BC}=4$ ，若 O 為外心，則 $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} =$ _____。

4. 在直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle A=90^\circ$ ，若 O 為外心，若 $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} = 24$ ，求
(1) 直角 $\triangle ABC$ 的外接圓半徑為_____。
(2) 斜邊長為_____。

5. 在直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle A=90^\circ$ ，若 O 為外心，若 $\overline{OA}=5$ ， $\overline{AB}=8$ ，求
(1) 直角 $\triangle ABC$ 的外接圓半徑為_____。
(2) 斜邊長為_____。
(3) $\triangle ABC$ 面積為_____。

6. 如圖 $\triangle ABC$ 中， D 和 M 分別為 \overline{AB} 、 \overline{BC} 中點，且 $\overline{DE}=10$ 、 $\overline{BC}=16$

- (1) D 是 $\triangle ABE$ 的_____心。
(2) $\overline{AB} =$ _____。
(3) $\overline{EM} =$ _____。

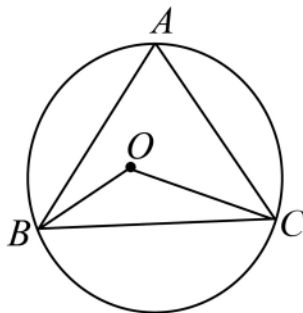




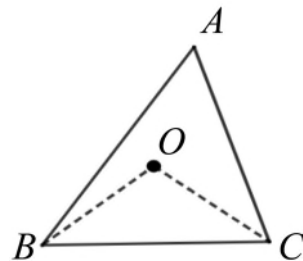
例題 ③ 銳角三角形外心求角度



如圖， O 點是 $\triangle ABC$ 的外心，若 $\angle A = 66^\circ$ ，求 $\angle BOC$ 的度數 = ？

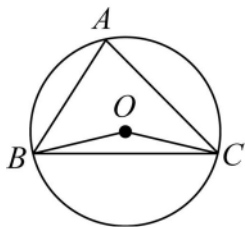


☆筆記

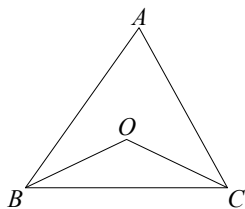


牛刀小試 7

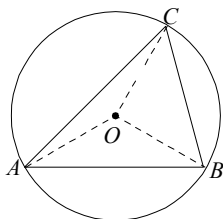
1. O 點是 $\triangle ABC$ 的外心，若 $\angle A = 75^\circ$ ，
求 $\angle BOC =$ _____。



2. O 點是銳角 $\triangle ABC$ 的外心，若 $\angle A = 67^\circ$ ，
求 $\angle BOC =$ _____。



3. O 點是銳角 $\triangle ABC$ 的外心，
若 $\angle BOC = 100^\circ$ ，
求 $\angle BAC =$ _____。



4. 請依照提示，找出所有角度。已知： O 點是 $\triangle ABC$ 外心， $\angle 1 = 24^\circ$ ， $\angle 2 = 38^\circ$

(1) $\angle BAC =$ _____。

(2) \widehat{BC} 度數 = _____。

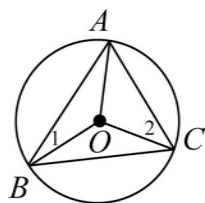
(3) $\angle BOC =$ _____。

(4) \widehat{AC} 度數 = _____。

(5) $\angle AOC =$ _____。

(6) \widehat{AB} 度數 = _____。

(7) $\angle AOB =$ _____。



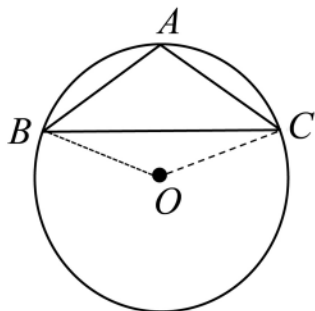
Tips：外心將 $\triangle ABC$ 分成
3 個 _____ 三角形。



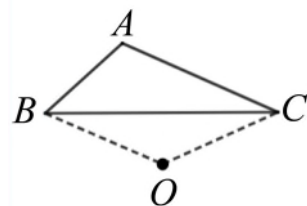
例題 4 鈍角三角形外心求角度



如圖， O 點是 $\triangle ABC$ 的外心，若 $\angle A = 110^\circ$ ， $\angle BOC$ 的度數？



☆筆記



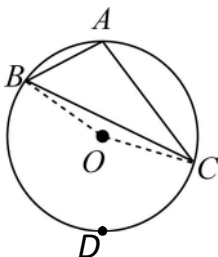
牛刀小試 8

1. 如圖， O 是鈍角 $\triangle ABC$ 的外心，
 $\angle A = 108^\circ$ ，求出下列度數：

(1) \widehat{BDC} 度數 = _____。

(2) \widehat{BAC} 度數 = _____。

(3) $\angle BOC =$ _____。

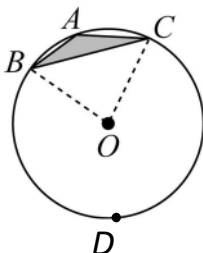


2. 如圖， O 是鈍角 $\triangle ABC$ 的外心，
 $\angle A = 150^\circ$ ，求出下列度數：

(1) \widehat{BDC} 度數 = _____。

(2) \widehat{BAC} 度數 = _____。

(3) $\angle BOC =$ _____。

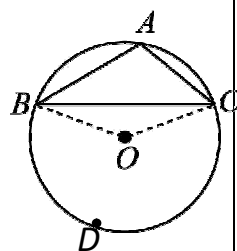


3. 如圖， O 是鈍角 $\triangle ABC$ 的外心，
 $\angle BOC = 160^\circ$ ，則

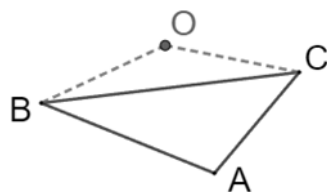
(1) \widehat{BAC} 度數 = _____。

(2) \widehat{BDC} 度數 = _____。

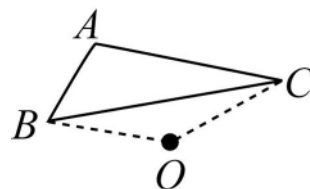
(3) $\angle A =$ _____。



4. 如圖， O 是鈍角 $\triangle ABC$ 的外心，
 $\angle A = 105^\circ$ ，求 $\angle BOC =$ _____。



5. 如圖， O 是鈍角 $\triangle ABC$ 的外心，
 $\angle BOC = 160^\circ$ ，則 $\angle A =$ _____。

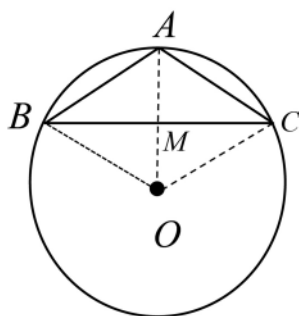


7. O 是 $\triangle ABC$ 的外心， $\angle BOC = 140^\circ$ ，則
 $\angle A =$ _____。($\angle A$ 可能是銳角或鈍角)

,

**例題****5****等腰三角形外接圓半徑 1—鈍角△**

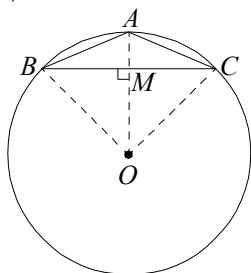
如圖， O 點是鈍角 $\triangle ABC$ 的外心，若 $\overline{AB} = \overline{AC} = 5$ ， $\overline{BC} = 8$
 請問： $\triangle ABC$ 的外接圓半徑 = ？



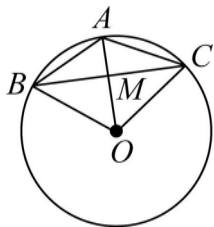
☆筆記

**牛刀小試 9**

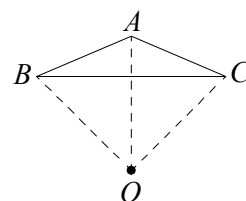
1. O 點是鈍角 $\triangle ABC$ 的外心，
 $\overline{AB} = \overline{AC} = 13$ ， $\overline{BC} = 24$ ，
 試求： $\triangle ABC$ 外接圓半徑。



2. O 點是鈍角 $\triangle ABC$ 的外心，
 $\overline{AB} = \overline{AC} = 15$ ， $\overline{BC} = 24$ ，
 求 $\triangle ABC$ 外接圓半徑。



3. 已知鈍角 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC} = 25$ ，
 $\overline{BC} = 40$ ，求 $\triangle ABC$ 外接圓半徑 = _____。

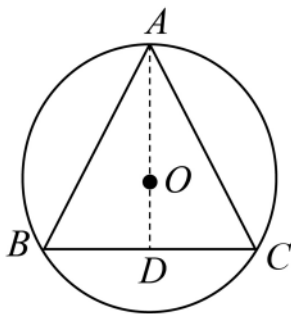


4. 已知鈍角 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC} = 10$ ，
 $\overline{BC} = 16$ ，求 $\triangle ABC$ 外接圓半徑 = _____。

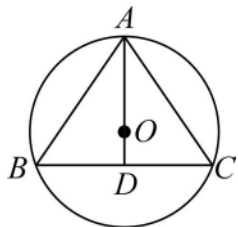
**例題****⑥ 等腰三角形外接圓半徑 2—銳角△**

如圖， O 點是銳角 $\triangle ABC$ 的外心，若 $\overline{AB} = \overline{AC} = 5$ ， $\overline{BC} = 6$
 請問： $\triangle ABC$ 的外接圓半徑 = ？

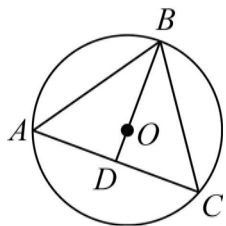
☆筆記

**牛刀小試 10**

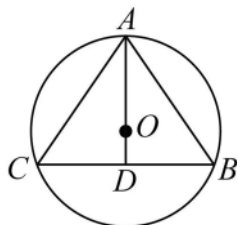
1. 如圖， O 點是銳角 $\triangle ABC$ 的外心，若 $\overline{AB} = \overline{AC} = 10$ ， $\overline{BC} = 12$ ，求 $\triangle ABC$ 外接圓半徑。



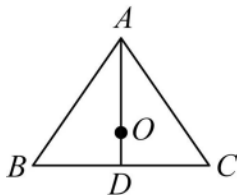
2. 如圖， O 點是銳角 $\triangle ABC$ 的外心，若 $\overline{AB} = \overline{BC} = 13$ ， $\overline{AC} = 10$ ，求 $\triangle ABC$ 外接圓半徑。



3. 如圖， O 點是銳角 $\triangle ABC$ 的外心，若 $\overline{AB} = \overline{AC} = 25$ ， $\overline{BC} = 30$ ，求 $\triangle ABC$ 外接圓半徑。



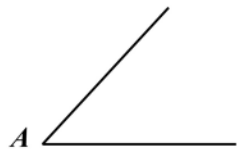
4. 已知： $\overline{AB} = \overline{AC} = 17$ ， $\overline{BC} = 16$ ， O 為 $\triangle ABC$ 的外心，求 \overline{OC} 。



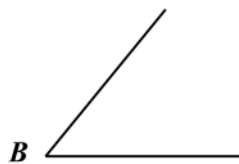


☆複習 角平分線性質

①

請用尺規作圖，畫出 $\angle A$ 的角平分線，若 P 在 $\angle A$ 的角平分線上，則_____

②

若有一點 Q 到 $\angle B$ 的兩邊等距離

則_____



☆整理

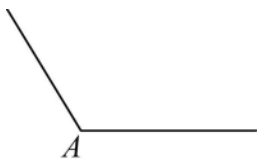
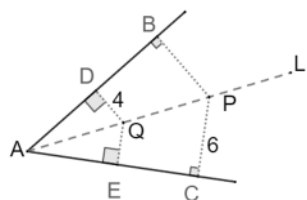
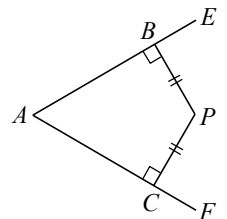
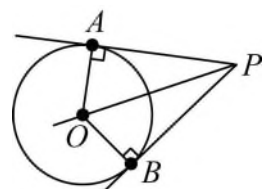
1. 角平分線上任一點到這個角的_____等距離

2. 到一個角的_____等距離的點一定在_____

☆筆記



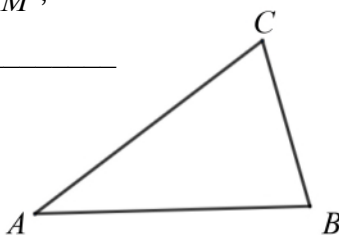
牛刀小試 11

1. 請用尺規作圖，畫出 $\angle A$ 的角平分線。2. 已知 L 為 $\angle A$ 的角平分線，試問： $\overline{BP} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\overline{QE} = \underline{\hspace{2cm}}$ 3. 若 $\overline{PB} = \overline{PC}$ ，則 P 點在 $\angle A$ 的_____線上。4. \overline{PA} 和 \overline{PB} 與 O 點相切於 A 、 B 兩點，若過 P 點想作一條直線通過圓心，則 \overline{PO} 是_____線



- ☆1. 請畫出 $\angle A$ 的角平分線 L ， $\angle B$ 的角平分線 M ，
 假設： L 和 M 交於 P 點，則 P 點會_____
 為什麼？

2. 如果再畫出 $\angle C$ 的角平分線 N ，請問：
 N 會不會通過 P 點？為什麼？



☆筆記



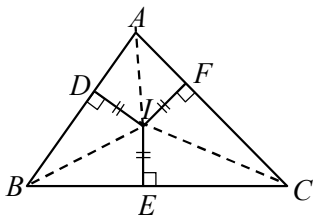
☆整理

三角形三個角的角平分線會_____
 這一點稱為三角形的_____



牛刀小試 12

1. $\triangle ABC$ 中， I 為內心



- (1) 根據 $\angle B$ 的角平分線性質

$$\overline{ID} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

- (2) 根據 $\angle C$ 的角平分線性質

$$\overline{IE} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

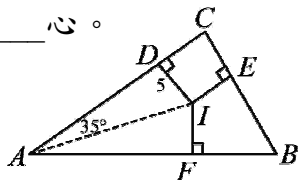
- (3) 根據 $\angle A$ 的角平分線性質

$$\overline{IF} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

- (4) 因此可得_____。

也就是說內心到 \triangle 三邊_____。

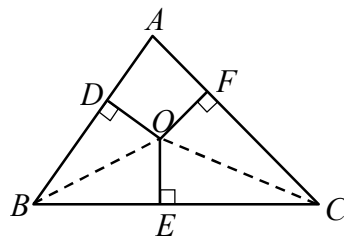
2. 在 $\triangle ABC$ 中， \overline{AI} 和 \overline{BI} 分別是 $\angle A$ 、 $\angle B$ 的角平分線，若 $\overline{ID} = 5$ ， $\angle DAI = 35^\circ$ ，則
 $\overline{IF} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\overline{IE} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\angle FAI = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
 I 為 $\triangle ABC$ 的_____心。



3. 已知 $\triangle ABC$ 中， O 點是內心，使

$\overline{OD} \perp \overline{AB}$ 、 $\overline{OE} \perp \overline{BC}$ 、 $\overline{OF} \perp \overline{AC}$ ，則

- (1) \overline{BO} 和 \overline{CO} 是 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的_____線
 (2) \overline{OD} 、 \overline{OE} 、 \overline{OF} 的大小關係為何？



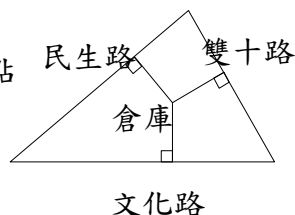
4. 板橋地區有三條直線公路，如下圖，如果想在中間的這塊空地蓋一間倉庫，為了運貨方便起見，倉庫到三條公路的距離相等，則倉庫的位置應該蓋在哪裡？說明你的理由。

(A) 三條公路中垂線的交點

(B) 三內角的角平分線的交點

(C) 三條公路中線的交點

(D) 三條公路上的高的交點



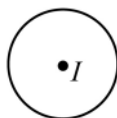


☆1. 內切圓：

- ① 如果三角形的三個邊都和圓相切
我們說這個圓就是三角形的_____
- ② 內切圓的圓心就稱為_____

☆2. ① 請畫出一個 $\triangle ABC$ ，使得 $\triangle ABC$ 的三邊都和這個圓 I 相切

- ② 這個圓就是 $\triangle ABC$ 的_____
- ③ 圓心 I 就是 $\triangle ABC$ 的_____
- ④ \triangle 的內心到 \triangle 的_____等距離



☆3. $\triangle ABC$ 的內心和 $\triangle ABC$ 三條內角平分線有什麼關係？

☆ \triangle 的內心

- ① _____ ② _____
- ③ _____

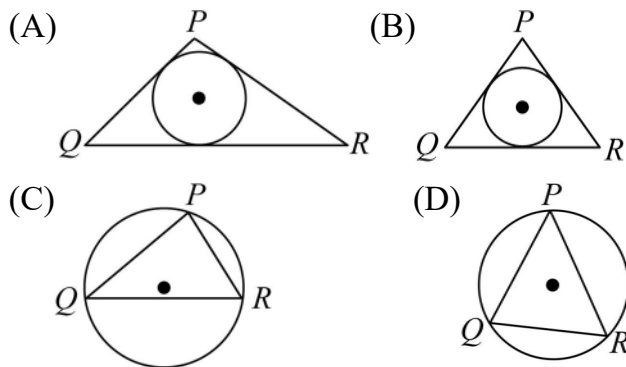
☆筆記

- ① 「內」切圓為什麼稱「內」？
- ② 內心的位置一定在 \triangle 的_____
為什麼？



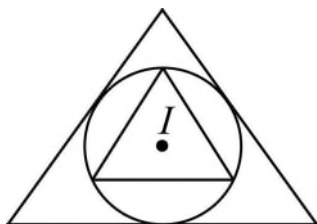
牛刀小試 13

1. 下列哪些選項有 $\triangle PQR$ 的內切圓？



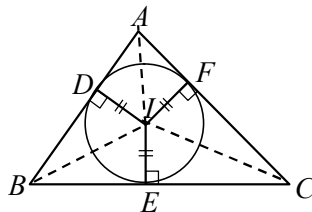
2. 圖中有兩個三角形，

- (1) 圓 I 與大三角形有_____個切點。
- (2) 試用 P 、 Q 、 R ……標出各切點。
- (3) 圓 I 是大三角形的_____圓。
- (4) 圓 I 是小三角形的_____圓。

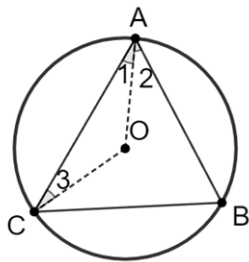


3. 已知 I 為 $\triangle ABC$ 的內心， D 、 E 、 F 為切點

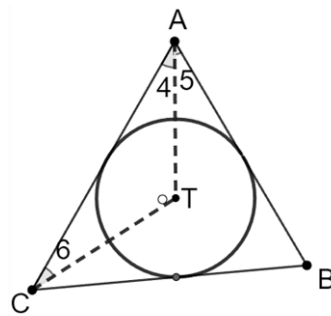
- (1) \overline{AI} 是 $\angle A$ 的_____線。
- (2) \overline{ID} 為內切圓的_____。
- (3) 到 \triangle 三邊距離相等的是_____心



4. (1)



(2)



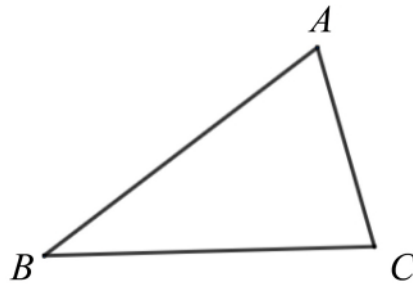
- (1) O 點是 $\triangle ABC$ 的_____心。
- (2) $\angle I = \angle$ _____。
- (3) T 點是 $\triangle ABC$ 的_____心。
- (4) $\angle 4 = \angle$ _____。



例題 7 找內心並畫出內切圓



如圖，請找出 $\triangle ABC$ 的內心，並畫出 $\triangle ABC$ 的內切圓



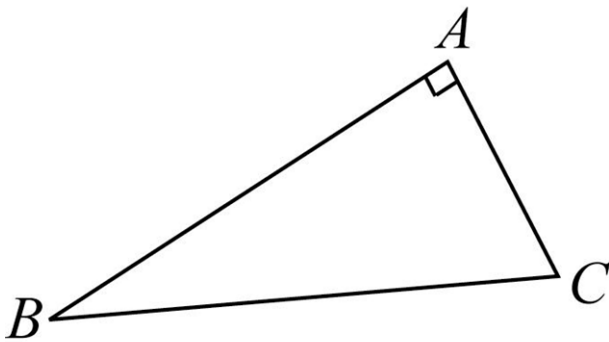
☆筆記



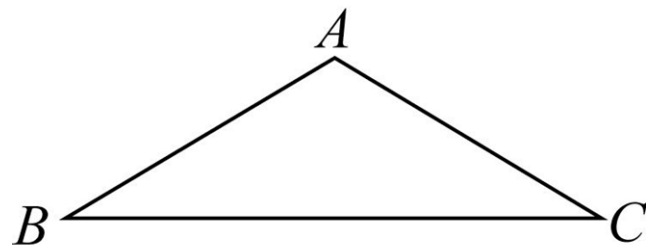
牛刀小試 14

1. 請用尺規作圖，找出 $\triangle ABC$ 內心，並畫出其內切圓。

(1) 直角 \triangle



(2) 鈍角 \triangle



以上可知內切圓都在 $\triangle ABC$ 的_____

(提示：先找到內切圓圓心 I 點)



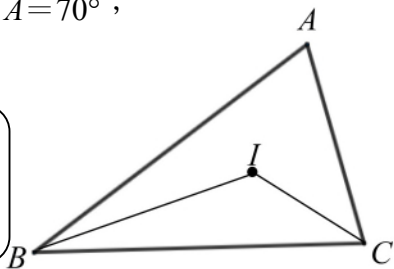
例題 8 內心求角度



如圖，假設 I 為 $\triangle ABC$ 的內心，若 $\angle A = 70^\circ$ ，求 $\angle BIC$ 的度數 = ?

☆提示： \overline{BI} 是 $\angle ABC$ 的_____線

\overline{CI} 是 $\angle ACB$ 的_____線



☆筆記



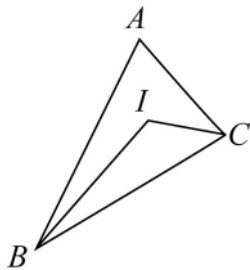
牛刀小試 15

1. I 為 $\triangle ABC$ 的內心，若 $\angle A = 86^\circ$ ，則

(1) $\angle ABC + \angle ACB =$ _____。

(2) $\angle IBC + \angle ICB =$ _____。

(3) $\angle BIC =$ _____。



2. I 為 $\triangle ABC$ 的內心

(1) 若 $\angle A = 60^\circ$ ，則 $\angle BIC =$ _____。

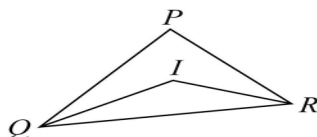
(2) 若 $\angle A = 92^\circ$ ，則 $\angle BIC =$ _____。

3. I 為 $\triangle PQR$ 的內心，若 $\angle QIR = 165^\circ$ ，則

(1) $\angle IQR + \angle IRQ =$ _____。

(2) $\angle PQR + \angle PRQ =$ _____。

(3) $\angle P =$ _____。



4. I 為 $\triangle PQR$ 的內心，若 $\angle QIR = 135^\circ$ ，則

$\angle P =$ _____。

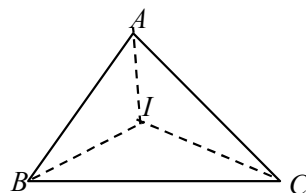
5. 如圖， I 為 $\triangle ABC$ 的內心，且 $\angle IBC = 30^\circ$ ， $\angle ICB = 20^\circ$ ，則

(1) $\angle B =$ _____。

(2) $\angle C =$ _____。

(3) $\angle BAI =$ _____。

(4) $\angle AIC =$ _____。

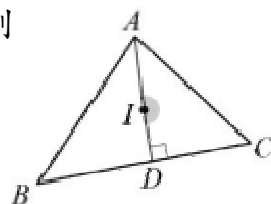


6. 如圖， I 為 $\triangle ABC$ 的內心，請問

(1) \overline{AI} 是 $\angle A$ 的_____線。

(2) 若 $\angle B = 40^\circ$ ， $\angle C = 60^\circ$ 則
 $\angle IAC =$ _____。

(3) $\angle AID =$ _____。





如圖， I 為 $\triangle ABC$ 的內心， $\overline{IP} = \overline{IQ} = \overline{IR} =$ 內切圓半徑 r

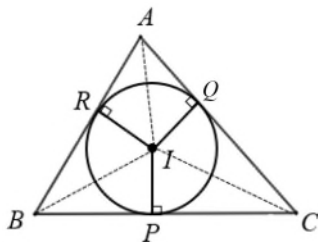
假設 $\overline{BC} = a$ ， $\overline{AC} = b$ ， $\overline{AB} = c$ ，請問：

① $\triangle BIC$ 面積 = _____

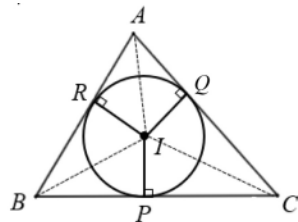
② $\triangle AIC$ 面積 = _____

③ $\triangle AIB$ 面積 = _____

④ $\triangle ABC$ 面積 = _____ = _____
= _____



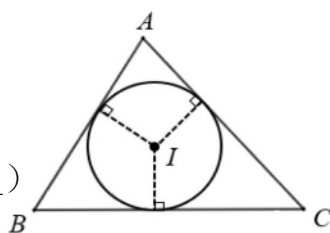
☆筆記



☆ 整理， I 為 $\triangle ABC$ 的內心，則：

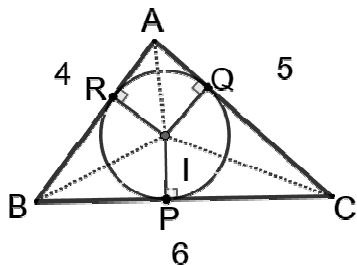
\triangle 面積 = _____

(其中， r 為 _____， s 為 _____)



牛刀小試 16

1. I 為 $\triangle ABC$ 的內心，已知內切圓半徑為 2，求 $\triangle ABC$ 面積。

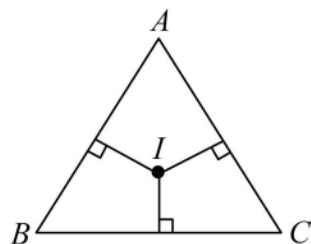


2. I 為 $\triangle ABC$ 的內心，已知內切圓半徑為 4， $\triangle ABC$ 周長 = 30，求 $\triangle ABC$ 面積。

3. I 為 $\triangle ABC$ 的內心，已知內切圓半徑為 3，且 $\triangle ABC$ 面積為 12，求 $\triangle ABC$ 周長。

4. 已知 $\triangle ABC$ 為等腰 \triangle ， $\overline{AB} = \overline{AC} = 13$ ， $\overline{BC} = 10$ ，若 I 為內心，求

- (1) $\triangle ABC$ 的面積為 _____。
(2) $\triangle ABC$ 的內切圓半徑為 _____。



5. 已知 $\triangle ABC$ 為直角 \triangle ， $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{AC} = 4$ ， $\overline{BC} = 5$ ，若 I 為內心，求

- (1) $\triangle ABC$ 的面積為 _____。
(2) $\triangle ABC$ 的內切圓半徑為 _____。



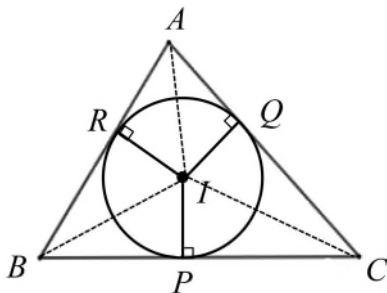
例題 9 內心與三角形的面積



如圖， I 為 $\triangle ABC$ 的內心， $\overline{IP} = \overline{IQ} = \overline{IR} =$ 內切圓半徑 r

假設 $\overline{BC} = 7$ ， $\overline{AC} = 6$ ， $\overline{AB} = 5$

求： $\triangle BIC$ 面積： $\triangle AIC$ 面積： $\triangle AIB$ 面積 = ？



☆筆記

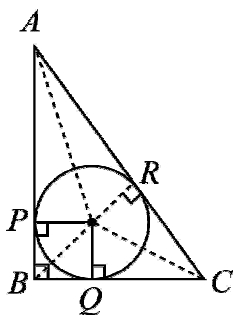


牛刀小試 17

1. 在直角 $\triangle ABC$ 中， I 為內心， P 、 Q 、 R 為內切圓與三邊的切點，

若 $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{BC} = 3$ ，求

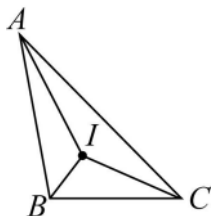
$\triangle ABI$ ： $\triangle BIC$ ： $\triangle AIC$ 。



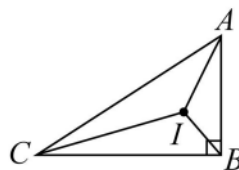
2. 如右圖，已知 I 點為 $\triangle ABC$ 的內心，若 $\triangle ABC$ 面積為 45，且 $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{AC} = 5 : 4 : 6$ ，則

(1) $\triangle ABI$ ： $\triangle BIC$ ： $\triangle AIC =$ _____。

(2) $\triangle BIC$ 面積 = _____。



3. 如右圖，已知 I 點為 $\triangle ABC$ 的內心， $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{AC} = 5 : 12 : 13$ ，且 $\triangle BIC$ 面積為 60，則 $\triangle AIC$ 面積 = _____。



4. I 是 $\triangle ABC$ 的內心，若 $\triangle AIB$ 面積： $\triangle BIC$ 面積： $\triangle CIA$ 面積 = 5：6：7，且 $\triangle ABC$ 周長為 54 公分。

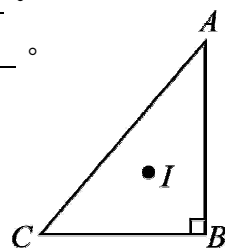
(1) $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{AC} =$ _____。

(2) $\triangle ABC$ 的三邊長分別為多少？

5. I 是直角 $\triangle ABC$ 的內心，若 $\overline{AB} = 12$ ， $\overline{BC} = 5$ ，則

(1) $\triangle AIB$ 面積： $\triangle BIC$ 面積： $\triangle AIC$ 面積 = _____。

(2) $\triangle AIC$ 面積 = _____。

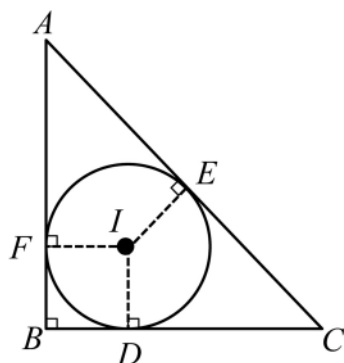




例題 10 直角三角形的內切圓半徑



如圖， I 為直角 $\triangle ABC$ 的內心，假設 $\overline{BC} = 6$ ， $\overline{AB} = 8$
求： $\triangle ABC$ 的內切圓半徑是多少？



☆筆記

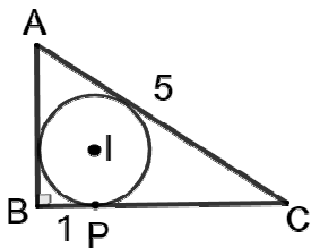
四邊形 $BDIF$ 是_____形

邊長是_____



牛刀小試 18

1. 在直角 $\triangle ABC$ 中， I 是內心， P 是 \overline{BC} 的切點，若 $\overline{AC} = 5$ ， $\overline{BP} = 1$ ，則
內切圓半徑=_____。



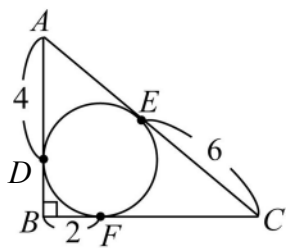
2. 在直角 $\triangle ABC$ 中， I 是內心， D 、 E 、 F 是 \overline{AB} 、 \overline{BC} 、 \overline{AC} 的切點。

(1) $\overline{AE} =$ _____。

(2) $\overline{BD} =$ _____。

(3) $\overline{CF} =$ _____。

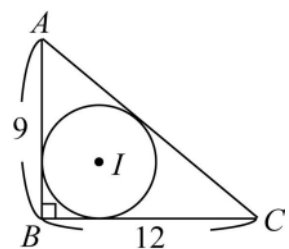
(4) 內切圓半徑=_____。



3. 在直角 $\triangle ABC$ 中， I 是內心，若 $\overline{AB} = 9$ ，
 $\overline{BC} = 12$ ，求

(1) $\overline{AC} =$ _____。

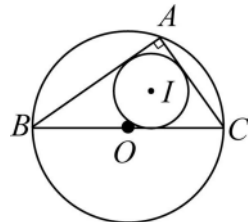
(2) 內切圓半徑=_____。



4. 直角 $\triangle ABC$ 中， I 是內心， O 是外心，
 $\overline{AC} = 8$ ， $\overline{AB} = 15$ ， $\overline{BC} = 17$ ，求

(1) 內切圓半徑=_____。

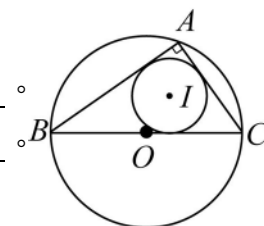
(2) 外接圓半徑=_____。



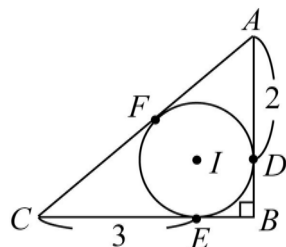
5. 直角 $\triangle ABC$ 中， I 是內心， O 是外心，
 $\overline{AC} = 5$ ， $\overline{AB} = 12$ ，求

(1) 內切圓半徑=_____。

(2) 外接圓半徑=_____。



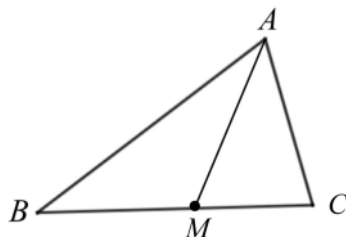
- ★6. 直角 $\triangle ABC$ 中， I 是內心， D 、 E 、 F 分別是 \overline{AB} 、 \overline{BC} 、 \overline{AC} 的切點， $\overline{AD} = 2$ ，
 $\overline{CE} = 3$ ，則內切圓半徑=？



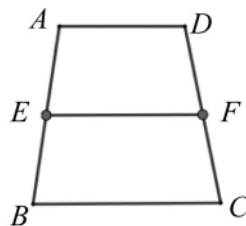
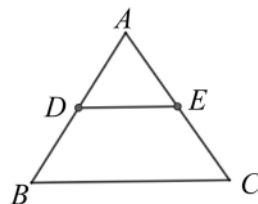


☆**1** 已知： M 是 \overline{BC} 的中點， \overline{AM} 稱為 $\triangle ABC$ 的_____。

☆**2** $\triangle ABM$ 和 $\triangle ACM$ 的面積會不會一樣呢？為什麼？



☆筆記



☆整理

1. \triangle 一邊中點和頂點的連線稱為_____。

2. \triangle 一條中線可以把 \triangle 分成兩個_____相等的 \triangle 。



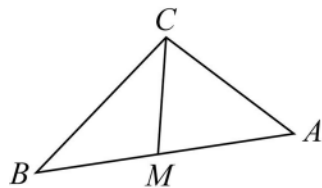
牛刀小試 19

1. 請找出 \overline{AB} 中點 M ，與 C 點連線，

(1) \overline{CM} 稱為 $\triangle ABC$ 的_____。

(2) $\overline{AM} : \overline{BM} =$ _____。

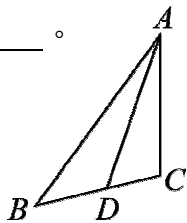
(3) $\triangle ACM$ 面積： $\triangle BCM$ 面積
=_____。



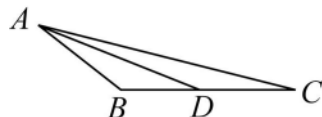
2. \overline{AD} 為 $\triangle ABC$ 的中線，

表示 D 是 \overline{BC} 的_____。

若 $\overline{BC} = 10$ ，則 $\overline{BD} =$ _____。

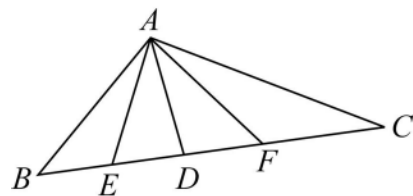


3. D 為 \overline{BC} 的中點，若 $\triangle ABC$ 的面積為 100，
則 $\triangle ABD$ 面積為_____。

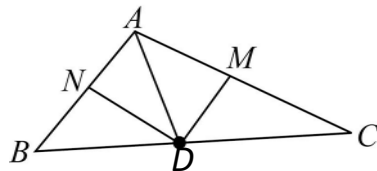


4. 已知 $\overline{BE} = \overline{ED} = \overline{DF} = \overline{FC}$ ，若

$\triangle AED$ 面積 = 5，則 $\triangle ABC$ 面積 =_____。

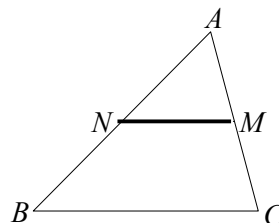


5. D 、 M 、 N 為 $\triangle ABC$ 三邊中點，若 $\triangle AND$ 面積是 15，則 $\triangle ABC$ 面積 =_____。



★6. M 、 N 是 \overline{AC} 、 \overline{AB} 中點，若 $\triangle ABC = 48$ ，

則 $\triangle ANM$ 面積 =_____。



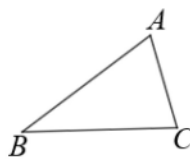


☆1. 班上誰最會轉書？

鈺凡很會轉書，假設他要用 1 根手指頭轉動數學課本

請問：他的手指頭要放在哪裡才能保持平衡？

請你畫在右邊的課本上



2. 如果鈺凡要轉一本三角形的書，你覺得他的手指頭要放在哪裡才能保持平衡？

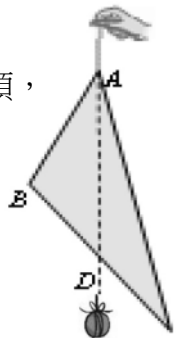
3. 靖雅想到一個方法：

她拿一條線穿過頂點 A 提起來另一頭綁一個石頭，

當保持平衡時，這條線和 \overline{BC} 的交點是 D

請問： D 是_____，

\overline{AD} 是_____為什麼？



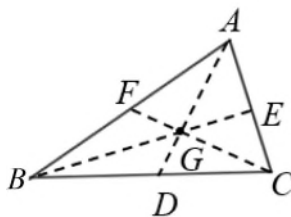
☆4. 用同樣方法可以找到

E 是_____， F 是_____

\overline{BE} 是_____， \overline{CF} 是_____

假設 \overline{AD} 、 \overline{BE} 、 \overline{CF} 交於 G 點， G 點稱為 $\triangle ABC$ 的_____

鈺凡的手指頭放在_____點就可以保持平衡。



☆筆記

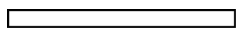
① 三角形三條_____線交於一點，這一點稱為三角形的_____也是_____

② 三角形重心位置一定在三角形的_____

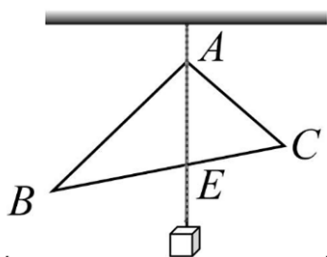


牛刀小試 20

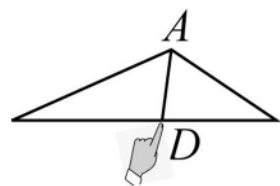
1. 下面為一個均勻木條，要撐起哪一個點才讓木條維持平衡，請用 \triangle 畫出來。



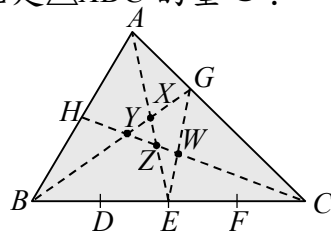
2. 在質地均勻的三角形木板的頂點 A ，穿一個小洞懸吊起來，線的另一端綁上重物自然垂下，並以虛線畫出懸掛的鉛垂線，請問虛線通過 \overline{BC} 哪裡？



3. 有一質地均勻的紙片，若彩宣想用手指撐住紙片，畫畫看，請找出支撐點。



4. $\triangle ABC$ 中 D 、 E 、 F 三點將 \overline{BC} 分四等分 $\overline{AG} : \overline{AC} = 1 : 3$ ， H 點為 \overline{AB} 的中點試問圖中哪一點是 $\triangle ABC$ 的重心？





☆已知： G 是 $\triangle ABC$ 的重心

求證： $\overline{BG} = \frac{2}{3} \overline{BE}$

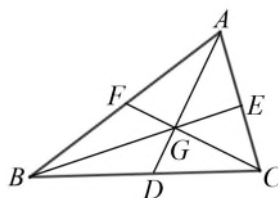
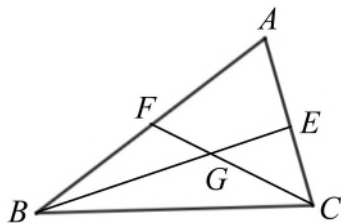


☆整理：若 G 是 $\triangle ABC$ 的重心，則

① $\overline{AG} = \underline{\hspace{1cm}} \overline{AD} \Rightarrow \overline{AG} : \overline{GD} = \underline{\hspace{1cm}}$

② $\overline{BG} = \underline{\hspace{1cm}} \overline{BE} \Rightarrow \overline{BG} : \overline{GE} = \underline{\hspace{1cm}}$

③ $\overline{CG} = \underline{\hspace{1cm}} \overline{CF} \Rightarrow \overline{CG} : \overline{GF} = \underline{\hspace{1cm}}$



☆筆記



牛刀小試 21

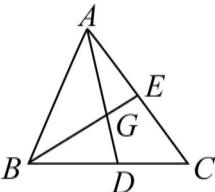
1. 如圖， $\triangle ABC$ 的兩中線 \overline{AD} 、 \overline{BE} 交於 G 點。

(1) \overline{AG} 是 \overline{GD} 的 $\underline{\hspace{1cm}}$ 倍

(2) \overline{GD} 是 \overline{AD} 的 $\underline{\hspace{1cm}}$ 倍

(3) 若 $\overline{AD} = 21$ ， $\overline{GD} = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $\overline{AG} = \underline{\hspace{1cm}}$

(4) 若 $\overline{BE} = 15$ ， $\overline{GE} = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $\overline{BG} = \underline{\hspace{1cm}}$

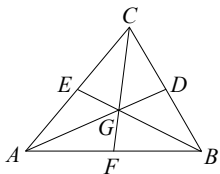


2. 如右圖， $\triangle ABC$ 的中線 \overline{AD} 、 \overline{BE} 、 \overline{CF} 交於 G 點。若 $\overline{BE} = 18$ ，則

(1) $\overline{GE} = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $\overline{BG} = \underline{\hspace{1cm}}$

(2) 若 $\overline{FG} = 5$ ，則 $\overline{GC} = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $\overline{CF} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。

(3) 若 $\overline{AG} = 14$ ，則 $\overline{GD} = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $\overline{AD} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。

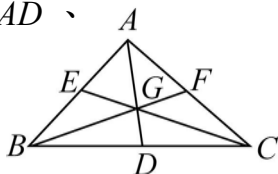


3. 如右圖， $\triangle ABC$ 的中線 \overline{AD} 、 \overline{BF} 、 \overline{GC} 交於 G 點。

若 $\overline{AD} = 9$ ，則

(1) $\overline{GD} = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $\overline{AG} = \underline{\hspace{1cm}}$

(2) 若 $\overline{GF} = 2$ ，則 $\overline{BG} = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $\overline{BF} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。



(3) 若 $\overline{GC} = 8$ ，則 $\overline{GE} = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $\overline{CE} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。

4. $\triangle ABC$ 的三中線 \overline{AD} 、 \overline{BE} 、 \overline{CF} 交於 G 點。

(1) 若 $\overline{AD} + \overline{BE} + \overline{CF} = 48$ ，則

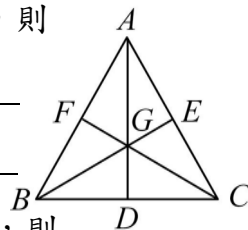
$\overline{GD} + \overline{GE} + \overline{GF} = \underline{\hspace{1cm}}$

$\overline{AG} + \overline{BG} + \overline{CG} = \underline{\hspace{1cm}}$

(2) 若 $\overline{GD} + \overline{GE} + \overline{GF} = 15$ ，則

$\overline{AG} + \overline{BG} + \overline{CG} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。

$\overline{AD} + \overline{BE} + \overline{CF} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。

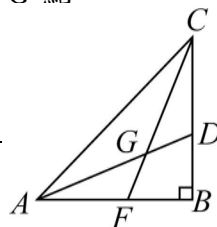


- ★5. 如圖， $\triangle ABC$ 的兩中線交於 G 點，

$\overline{AB} = 6$ ， $\overline{BC} = 8$ 。

(1) $\overline{AD} = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $\overline{GD} = \underline{\hspace{1cm}}$

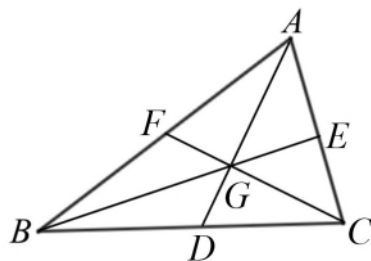
(2) $\overline{CF} = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $\overline{CG} = \underline{\hspace{1cm}}$



6. 有一質地均勻的紙片，其中一條中線長 $\overline{AD} = 27$ 公分，若子軒想要將紙片用食指撐住，則支撐點距離 A 點幾公分？



☆已知： G 是 $\triangle ABC$ 的重心， \overline{AD} 、 \overline{BE} 、 \overline{CF} 是三條中線，
求證： $\triangle AFG$ 、 $\triangle BFG$ 、 $\triangle BDG$ 、 $\triangle CDG$ 、 $\triangle CEG$ 、 $\triangle AEG$
六個小 \triangle 面積相等



☆筆記



牛刀小試 22

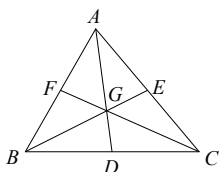
1. 如圖， \overline{AD} 、 \overline{BE} 、 \overline{CF} 三條線交於 G 點。

若 $\triangle GBD$ 面積 = 2，求下列 \triangle 面積。

(1) $\triangle GCD$ 面積 = _____。

(2) $\triangle GAC$ 面積 = _____。

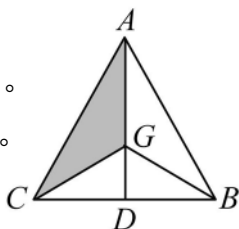
(3) $\triangle ABC$ 面積 = _____。



2. 如圖， G 是重心，若 $\triangle AGC$ 面積 = 6，求下列 \triangle 面積。

(1) $\triangle GBD$ 面積 = _____。

(2) $\triangle ABC$ 面積 = _____。

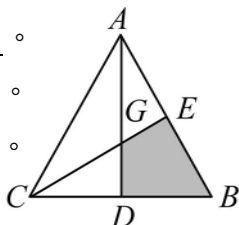


3. 如圖， \overline{AD} 、 \overline{BG} 兩條線交於 G 點。若四邊形 $DGEC$ 面積 = 14，求下列 \triangle 面積。

(1) $\triangle BDG$ 面積 = _____。

(2) $\triangle ABD$ 面積 = _____。

(3) $\triangle ABC$ 面積 = _____。

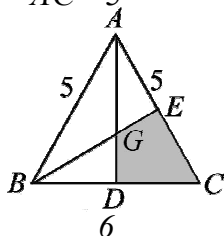


4. 如圖，等腰 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC} = 5$ ，

$\overline{BC} = 6$ ， G 是重心，求

(1) $\triangle ABC$ 面積 = _____。

(2) 四邊形 $DGEC$ 面積

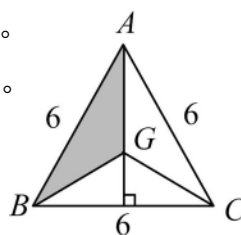


= _____。

5. 如圖，正 $\triangle ABC$ 中， G 是重心，求

(1) $\triangle ABC$ 面積 = _____。

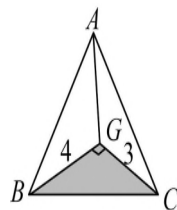
(2) $\triangle AGB$ 面積 = _____。



6. 如圖， $\triangle ABC$ ， G 是重心，且 $\overline{BG} \perp \overline{GC}$ ，求

(1) $\triangle BGC$ 面積 = _____。

(2) $\triangle ABC$ 面積 = _____。



7. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{BC} = 4$ ， $\overline{CA} = 5$

- (1) 若 G 是重心，

$\triangle ABG$ 面積： $\triangle BCG$ 面積： $\triangle CAG$ 面積
= _____。

- (2) 若 I 是內心，

$\triangle ABI$ 面積： $\triangle BCI$ 面積： $\triangle CAI$ 面積
= _____。



例題 11 重心性質的應用 1—直角△



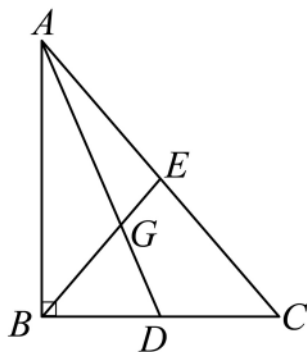
如圖，直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC=90^\circ$ 度， \overline{AD} 、 \overline{BE} 是中線，若 $\overline{AC}=10$ ，請問：

(1) E 點是 $\triangle ABC$ 的_____心

(2) $\overline{BE} =$ _____

(3) G 點是 $\triangle ABC$ 的_____心

(4) $\overline{EG} =$ _____



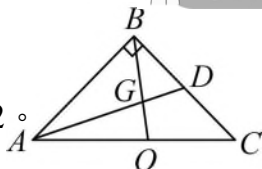
☆筆記



牛刀小試 23

1. 直角 $\triangle ABC$ 中， \overline{AD} 、

\overline{BO} 是中線，若 $\overline{AC}=12$ 。



(1) O 點是 $\triangle ABC$ 的_____心。

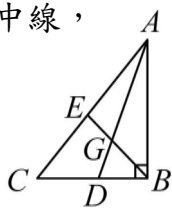
(2) $\overline{BO} =$ _____。

(3) G 點是 $\triangle ABC$ 的_____心。

(4) $\overline{GO} =$ _____。

2. 直角 $\triangle ABC$ 中， \overline{BE} 、 \overline{AD} 是中線，

若 $\overline{AB}=12$ ， $\overline{BC}=5$ 。



(1) E 點是 $\triangle ABC$ 的_____心。

(2) $\overline{AC} =$ _____， $\overline{BE} =$ _____。

(3) G 點是 $\triangle ABC$ 的_____心。

(4) $\overline{GE} =$ _____。

3. 直角 $\triangle ABC$ 中， O 是外心， \overline{AD} 、 \overline{BO}

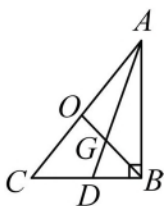
是中線，若 $\overline{GO}=3$ 。

(1) G 是_____心。

(2) $\overline{BO} =$ _____。

$\overline{AC} =$ _____。

(3) \triangle 外接圓半徑=_____。



4. 直角 $\triangle ABC$ 中， G 是重心， G 在 \overline{AO} 上

若 $\overline{AG}=8$ 。

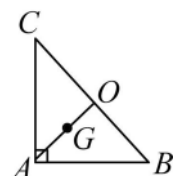
(1) O 是_____心。

(2) $\overline{GO} =$ _____。

$\overline{BO} =$ _____。

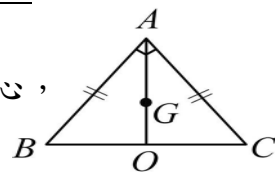
$\overline{BC} =$ _____。

(3) \triangle 外接圓半徑=_____。



5. 等腰直角 $\triangle ABC$ 中， G 是重心，

若 $\overline{GO}=2$ 。



(1) \overline{AO} 和 \overline{BC} 是否垂直?答:_____。

(2) $\overline{AO} =$ _____， $\overline{BC} =$ _____，

(3) \triangle 外接圓面積=_____。

$\triangle ABC$ 面積=_____。

6. 直角 $\triangle ABC$ 中， G 是重心，

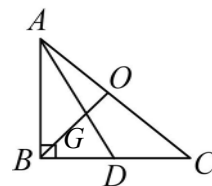
若 $\overline{AB}=3$ ， $\overline{BC}=4$ 。

(1) O 點是 $\triangle ABC$ 的_____心。

(2) $\overline{AC} =$ _____， $\overline{BO} =$ _____，

$\overline{GO} =$ _____。

(3) $\overline{AD} =$ _____， $\overline{AG} =$ _____。





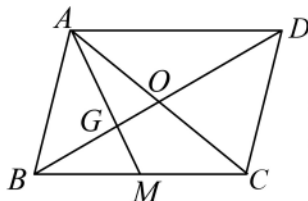
例題 12 重心性質的應用 2—平行四邊形



如圖，在平行四邊形 $ABCD$ 中，兩對角線 \overline{AC} 、 \overline{BD} 交於 O 點， \overline{BC} 中點為 M ， \overline{AM} 與 \overline{BD} 交於 G 點

(1) 若 $\overline{OG} = 3$ ，求 $\overline{BD} = ?$

(2) 若 $\triangle AOG$ 的面積是 10，求平行四邊形 $ABCD$ 的面積？

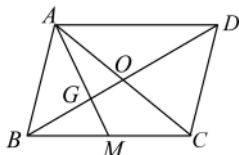


☆筆記



牛刀小試 24

1. 如圖，在平行四邊形 $ABCD$ 中，兩對角線 \overline{AC} 、 \overline{BD} 交於 O 點， \overline{BC} 中點為 M ， \overline{AM} 與 \overline{BD} 交於 G 點。



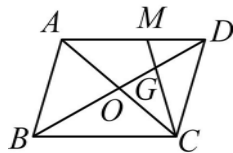
(1) 若 $\overline{GO} = 4$ ，求

$\overline{BO} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\overline{BD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 若 $\triangle AOG$ 的面積是 6，求

平行四邊形 $ABCD$ 面積為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 如圖，在平行四邊形 $ABCD$ 中，兩對角線 \overline{AC} 、 \overline{BD} 交於 O 點， \overline{BC} 中點為 M ， \overline{AM} 與 \overline{BD} 交於 G 點。



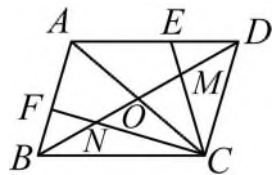
(1) 若 $\overline{DG} = 6$ ，求

$\overline{DO} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\overline{BD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 若 $\triangle OCG$ 的面積是 8，求

平行四邊形 $ABCD$ 面積為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 如圖，在平行四邊形 $ABCD$ 中，兩對角線 \overline{AC} 、 \overline{BD} 交於 O 點， E 、 F 分別是 \overline{AB} 、 \overline{AD} 的中點。



(1) 若 $\overline{DB} = 24$ ，求

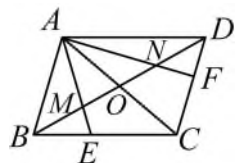
$\overline{MO} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

$\overline{MN} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 若平行四邊形 $ABCD$ 的面積是 24，則

$\triangle MOC$ 面積 = $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 如圖，在平行四邊形 $ABCD$ 中，兩對角線 \overline{AC} 、 \overline{BD} 交於 O 點， E 、 F 分別是 \overline{BC} 、 \overline{CD} 的中點。



(1) 若 $\overline{MN} = 6$ ，

求 $\overline{MO} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

$\overline{BD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 若四邊形 $MECO$ 的面積是 10，則

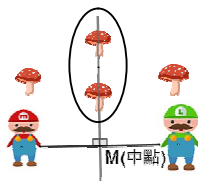
平行四邊形 $ABCD$ 面積 = $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



解 答 篇

牛刀小試 1

- \overline{BM} , $\angle PMB$, 中垂線
 - 7, 5
 - 等腰
-
- 5, 5
 - 等腰
 - 中垂線, 到三頂點等距離



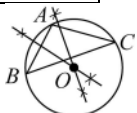
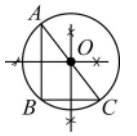
牛刀小試 2

- A、C, 因為 A 點與 C 點到 \overline{PQ} 的二端點距離相等
 - A、C
- P
 - 外心
 - 中垂線
- \overline{OB} 、 \overline{OC} 、 \overline{OC} , O

牛刀小試 3

- C
- B、E
- 外
 - 半徑
 - 7, 7
- 外心
 - 因為 P 點到 \triangle 三頂點距離相等

牛刀小試 4

- 
 - 鈍角, 外部
 - $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$
- 
 - 直角, 斜邊中點
 - $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$

牛刀小試 5

- \triangle 內部
 - \triangle 外部
 - \overline{CD} 中點
 - \overline{AC} 中點
 - \triangle 外部
- 斜邊中點
- B
- Q

牛刀小試 6

- $\frac{13}{2}$

- 13
- $\frac{15}{2}$
- (1)8 (2) 16
- (1)5 (2) 10 (3) 24
- (1)外心 (2)20 (3)8

牛刀小試 7

- 150°
- 134°
- 50°
- 62°
 - 124°
 - 124°
 - 104°
 - 104°
 - 132°
 - 132°
- 等腰

牛刀小試 8

- 216°
 - 144°
 - 144°
- 300°
 - 60°
 - 60°
- 160°
 - 200°
 - 100°
- 150°
- 100°
- 70° 或 110°

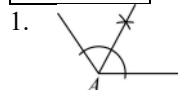
牛刀小試 9

- $\frac{169}{10}$
- $\frac{25}{2}$
- $\frac{125}{6}$
- $\frac{25}{3}$

牛刀小試 10

- $\frac{25}{4}$
- $7\frac{1}{24}(\frac{169}{24})$
- $\frac{125}{8}$
- $\frac{289}{30}$

牛刀小試 11

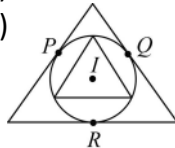


- 6, 4
- 角平分線
- $\angle P$ 的角平分線

牛刀小試 12

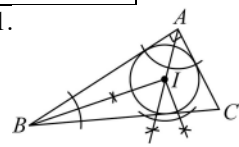
- \overline{IE}
 - \overline{IF}
 - \overline{ID}
 - $\overline{ID} = \overline{IE} = \overline{IF}$
距離相等
- 5, 5, 35°, 內心
- 角平分
 - $\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$
- B 因為角平分線到二邊距離相等, 因此倉庫到三邊距離相等。

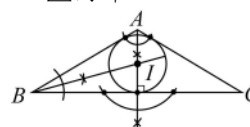
牛刀小試 13

- (A)(B)
- 3
 - 

- 內切
 - 外接
- 角平分
 - 半徑
 - 內
- 外心
 - 3
 - 內心
 - 5

牛刀小試 14

- 
- \triangle 內部



牛刀小試 15

- 94°
 - 47°
 - 133°
- 120°
 - 136°
- 15°
 - 30°
 - 150°
- 90°
- (1) 60° (2) 40° (3) 40° (4) 120°
- (1) 角平分線 (2) 40° (3) 170°

牛刀小試 16

- 15
- 60
- 8
- (1) 60 (2) $\frac{10}{3}$
- (1) 6 (2) 1

牛刀小試 17

- $4:3:5$
- (1) $5:4:6$
(2) 12
- 65
- $5:6:7$
- $\overline{AB} = 15\text{cm}$ 、 $\overline{BC} = 18\text{cm}$
 $\overline{AC} = 21\text{cm}$
- $12:5:13$
 - 13

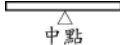
牛刀小試 18

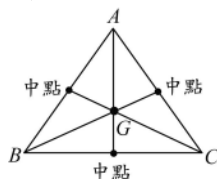
- 1
- 4
 - 2
 - 6
 - 2
- 15
 - 3
- 3
- $\frac{17}{2}$
- 2
 - $\frac{13}{2}$
- $r=1$

牛刀小試 19

- 中線
 - $1:1$
 - $1:1$
- 中點, 5
- 50
- 20
- 60
- 12

牛刀小試 20

- 
- \overline{BC} 中點 E
- 重心
畫出 $\triangle ABC$ 三邊中線, 三條中線交 G 點, 即為所求。



- Z

牛刀小試 21

- 2
 - $\frac{1}{3}$
 - 7, 14
 - 5, 10
- 6, 12
 - 10, 15
 - 7, 21
- 3, 6
 - 4, 6
 - 4, 12
- 16, 32
 - 30, 45
- $2\sqrt{13}$, $\frac{2}{3}\sqrt{13}$
 - $\sqrt{73}$, $\frac{2}{3}\sqrt{73}$
- 18

牛刀小試 22

- 2
 - 4
 - 12
- 3
 - 18
- 7
 - 21
 - 42
- 12
 - 4
- $9\sqrt{3}$
 - $3\sqrt{3}$
- 6
 - 18
- $1:1:1$
 - $3:4:5$

牛刀小試 23

- 外
 - 6
 - 重
 - 2
- 外
 - $13, \frac{13}{2}$
 - 重
 - $\frac{13}{6}$
- 重
 - 9, 18
 - 9
- 外
 - $4, 12, 24$
 - 12
- 是
 - 6, 12
 - $36\pi, 36$
- 外
 - $5, \frac{5}{2}, \frac{5}{6}$
 - $\sqrt{13}, \frac{2\sqrt{13}}{3}$

牛刀小試 24

- 12, 24
 - 72
- 9, 18
 - 96
- 4, 8
- 2
 - 3, 18
 - 60