



B1 2-2 公因數與公倍數



概念

① 公因數與最大公因數



12 的因數：

18 的因數：

12 和 18 的公因數：

12 和 18 的最大公因數：

☆發現：

☆筆記

① 互質：

② 有沒有“最小公因數”？



牛刀小試 1

1. (1) 15 的因數：

(2) 25 的因數：

(3) 15 和 25 的公因數：

(4) 15 和 25 的最大公因數：

3. (1) 8 的因數：

(2) 9 的因數：

(3) 8 和 9 的公因數：

(4) 8 和 9 的最大公因數：

2. (1) 24 的因數：

(2) 30 的因數：

(3) 24 和 30 的公因數：

(4) 24 和 30 的最大公因數：

4. (1) 4 的因數：

(2) 15 的因數：

(3) 4 和 15 的公因數：

(4) 4 和 15 的最大公因數：

**例題****①****從因數找出公因數與最大公因數****①** 24 的因數：

40 的因數：

24 和 40 的公因數：

 $(24, 40) =$ **②** 5 的因數：

8 的因數：

5 和 8 的公因數：

 $(5, 8) =$

☆筆記

互質的 2 個數一定是質數嗎？

**牛刀小試 ②**

1. (1) 兩數的最大公因數是_____，
我們稱這兩數互質

(2) 因為 $(4, 9) =$ _____
所以 4 和 9 兩數_____。

(3) 因為 4 和 9 不是質數，
所以，互質兩數一定是質數嗎？

2. (1) 35 的因數：

(2) 14 的因數：

(3) 35 和 14 的公因數：

(4) $(35, 14) =$

(5) 35 和 14 互質嗎？

3. (1) 18 的因數：

(2) 25 的因數：

(3) 18 和 25 的公因數：

(4) $(18, 25) =$

(5) 18 和 25 互質嗎？

4. 下列哪幾組數互質？

(A) 1、30

(B) 10、11

(C) 5、7

(E) 15、25

(F) 24、30



寫出 5^2 和 5^3 和 5^4 的公因數，並求出它們的最大公因數。

☆筆記



牛刀小試 3

寫出下列各題的公因數以及最大公因數，請用指數型式表示。

1. (1) 3^2 的因數：
(2) 3^4 的因數：
(3) 3^6 的因數：
(4) $(3^2, 3^4, 3^6) =$

2. (1) 7^2 的因數：
(2) 7^3 的因數：
(3) 7^5 的因數：
(4) $(7^2, 7^3, 7^5) =$

3. (1) 2^2 的因數：
(2) 2^3 的因數：
(3) 2^4 的因數：
(4) $(2^2, 2^3, 2^4) =$

4. (1) 11^3 的因數：
(2) 11^4 的因數：
(3) 11^5 的因數：
(4) $(11^3, 11^4, 11^5) =$



例題 ② 求最大公因數——標準分解式



① $(2 \times 3^2 \times 5, 2^2 \times 3^3 \times 7)$

② $(2^3 \times 5, 84, 100)$

☆筆記



牛刀小試 4

1. 最大公因數就是找相同的質因數

因此要找相同質因數中次方最_____的

2. 寫出下列各題的最大公因數，請用標準分解式表示。

(1) $(2^3 \times 3^2 \times 5^4, 2^2 \times 3^3 \times 5^3) =$

$$\begin{array}{ccc} 2^3 & \times & 3^2 & \times & 5^4 \\ 2^2 & \times & 3^3 & \times & 5^3 \\ \hline 2^{(2)} & \times & 3^{(3)} & \times & 5^{(3)} \end{array}$$

(2) $(3^3 \times 5^2 \times 7^5, 2^2 \times 3^2 \times 5^5) =$

$$\begin{array}{ccc} & 3^3 & \times & 5^2 & \times & 7^5 \\ 2^2 & \times & 3^2 & \times & 5^5 & \\ \hline & 3^{(2)} & \times & 5^{(2)} & & \end{array}$$

(3) $(5^3 \times 7^9 \times 11^2, 5^7 \times 7^6 \times 11^2) =$

(4) $(7^3 \times 13^2 \times 17^5, 7^3 \times 13^6 \times 17) =$

3. 寫出下列各題的最大公因數，請用標準分解式表示。

(1) $(84, 24, 2^4 \times 3 \times 7^3) =$

$$84 = 2^{()} \times 3^{()} \times 7^{()}$$

$$24 = 2^{()} \times 3^{()}$$

(2) $(50, 75, 2^2 \times 3^4 \times 5) =$

$$50 =$$

$$75 =$$



概念

③ 求最大公因數——短除法



① (180, 216)

② (48, 72, 90)

☆筆記



牛刀小試 5

請利用短除法，求出最大公因數。

1. $(90, 63) =$

4. $(24, 36, 45) =$

2. $(40, 70) =$

5. $(24, 60, 84) =$

3. $(48, 72) =$

6. $(18, 27, 45) =$



新泰國中 808 班有男生 15 人，女生 12 人，參加隔宿露營活動，將男女混合分組，每組的男生人數相同，每組的女生人數也相同，而且每個人都一定要分組。請問：最多可分幾組？每組男生幾人？女生幾人？

☆筆記



牛刀小試 6

1. 仁和國中七年級管樂班中女生 36 人、男生 24 人，前往外縣市學校參訪。全部學生混合起來編組，每組男、女學生人數皆相同，且每個人都要分組，則：

- (1) 最多可以編成幾組？
(2) 每組女生幾人？每組男生幾人？

- (1) 女生 36 人可以編成 1 組，2 組，3 組...，
組數是 36 的_____數。

男生 24 人可以編成 1 組，2 組，3 組...，
組數是 24 的_____數。

因為組數要一樣多，

所以組數是 36 和 24 的_____數。

2. 將 42 包巧克力餅乾，28 包奶油餅乾分裝在糖果盒中，使同一種餅乾在每一盒裡一樣多，請問：

- (1) 最多可裝幾盒？
(2) 每一盒中共有幾包餅乾？



4 的倍數：

6 的倍數：

4 和 6 的公倍數：

4 和 6 的最小公倍數：

☆發現：

☆筆記

有沒有“最大公倍數”？



牛刀小試 7

1. (1) 6 的倍數：

(2) 8 的倍數：

(3) 6 和 8 的公倍數 (3 個)：

(4) 6 和 8 的最小公倍數：

2. (1) 3 的倍數：

(2) 4 的倍數：

(3) 3 和 4 的公倍數 (3 個)：

(4) 3 和 4 的最小公倍數：

3. (1) 4 的倍數：

(2) 12 的倍數：

(3) 4 和 12 的公倍數 (3 個)：

(4) 4 和 12 的最小公倍數：

4. (1) 6 的倍數：

(2) 18 的倍數：

(3) 6 和 18 的公倍數 (3 個)：

(4) 6 和 18 的最小公倍數：



例題 4 求公倍數和最小公倍數



找出 50 以內的倍數

6 的倍數：

8 的倍數：

12 的倍數：

6、8、12 的公倍數：

$$[6, 8, 12] =$$

☆筆記

$$[2, 3] =$$

$$[5, 8] =$$

$$[7, 6] =$$

發現：



牛刀小試 8

1. 找出在 100 以內，9、15、45 的公倍數和最小公倍數，

(1) 9 的倍數：

(2) 15 的倍數：

(3) 45 的倍數：

(4) 9、15、45 的公倍數 (2 個)：

(5) $[9, 15, 45] =$

2. 找出在 40 以內，5、10、20 的公倍數和最小公倍數，

(1) 5 的倍數：

(2) 10 的倍數：

(3) 20 的倍數：

(4) 5、10、20 的公倍數 (2 個)：

(5) $[5, 10, 20] =$

3. $[8, 9] =$

4. $[5, 7] =$

5. $[6, 11] =$



寫出 5^2 和 5^3 和 5^4 的公倍數，並求出它們的最小公倍數。

☆筆記



牛刀小試 9

1. 寫出 2^3 、 2^4 、 2^5 公倍數（寫出 3 個）及

最小公倍數，請用指數型式表示

(1) 2^3 的倍數： $2^{()}$ ， $2^{()}$ ， $2^{()}$

(2) 2^4 的倍數： $2^{()}$ ， $2^{()}$ ， $2^{()}$

(3) 2^5 的倍數： $2^{()}$ ， $2^{()}$ ， $2^{()}$

(4) $[2^3, 2^4, 2^5] =$

2. 寫出 3 、 3^2 、 3^3 的公倍數（寫出 3 個）及

最小公倍數，請用指數型式表示

(1) 3 的倍數： $3^{()}$ ， $3^{()}$ ， $3^{()}$

(2) 3^2 的倍數： $3^{()}$ ， $3^{()}$ ， $3^{()}$

(3) 3^3 的倍數： $3^{()}$ ， $3^{()}$ ， $3^{()}$

(4) $[3, 3^2, 3^3] =$

3.(1)因為最大公因數要找次方最_____的

所以 $(7^2, 7^3, 7^4) = 7^{()}$

(2)因為最小公倍數要找次方最_____的

所以 $[7^2, 7^3, 7^4] = 7^{()}$

4.(1)因為最大公因數要找次方最_____的

所以 $(11^3, 11^4, 11^5) = 11^{()}$

(2)因為最小公倍數要找次方最_____的

所以 $[11^3, 11^4, 11^5] = 11^{()}$



例題 5 求最小公倍數——指數型



① $[5^3 \times 7^2, 2 \times 5^4 \times 7]$

② $[36, 48, 2^4 \times 5]$

☆筆記



牛刀小試 10

1. 最小公倍數就是要包含所有的質因數

因此要找質因數中次方最_____的

2. 寫出下列各題的最小公倍數，請用標準分解式表示

(1) $[2^3 \times 3^4 \times 5^6, 2^2 \times 3^3 \times 5^7] =$

$$\begin{array}{ccc} 2^3 & \times & 3^4 & \times & 5^6 \\ 2^2 & \times & 3^3 & \times & 5^7 \\ 2(\quad) & \times & 3(\quad) & \times & 5(\quad) \end{array}$$

$[2^3 \times 3^4 \times 5^6, 2^2 \times 3^3 \times 5^7]$

$=$ _____。

(2) $[2^3 \times 3 \times 5 \times 7, 2^2 \times 3^2 \times 7]$

$$\begin{array}{cccc} 2^3 & \times & 3 & \times & 5 & \times & 7 \\ 2^2 & \times & 3^2 & \times & & \times & 7 \\ 2(\quad) & \times & 3(\quad) & \times & 5(\quad) & \times & 7(\quad) \end{array}$$

$[2^3 \times 3 \times 5 \times 7, 2^2 \times 3^2 \times 7]$

$=$ _____。

(3) $[2^4 \times 5 \times 7^3, 2^2 \times 3^3]$

3. 寫出下列各題的最小公倍數，請用標準分解式表示

(1) $[12, 30, 2^3 \times 5^2]$

$12 = 2(\quad) \times 3(\quad)$

$30 = 2(\quad) \times 3(\quad) \times 5(\quad)$

(2) $[35, 25, 3^2 \times 5^3 \times 7^2]$



概念

⑥ 求最小公倍數——短除法



① $[72, 54]$

② $[12, 18, 24]$

☆筆記
求(12,18,24)



牛刀小試 11

寫出下列各題的最小公倍數

1. $[18, 24]$

2. $[15, 20]$

3. $[42, 21]$

寫出下列各題的最大公因數及最小公倍數

4. (1) $(6, 8, 15)$
(2) $[6, 8, 15]$

5. (1) $(12, 27, 18)$
(2) $[12, 27, 18]$

6. (1) $(72, 8, 24)$
(2) $[72, 8, 24]$



例題 ⑥ 幾天後再次相遇



阿仁每 4 天到圖書館，喬喬每 6 天到圖書館，星期六時，他們在圖書館遇見。

試問：

- (1) 下次在圖書館見面是幾天後？
- (2) 下次在圖書館見面又是星期六，是幾天後？

☆筆記



牛刀小試 12

1. 家睿每 3 天做一次打掃，亮鈞每 5 天做一次打掃，若他們在這星期四一起打掃，請問：

- (1) 下次再一起打掃是幾天後？
- (2) 下一次打掃，剛好也是在星期四，是幾天後？

答：

- (1) 家睿打掃時間：3，()，()，().. 天後，是 3 的_____數。

亮鈞打掃時間：5，()，()，().. 天後，是 5 的_____數。

下一次兩人要一起打掃的時間

是 3 和 5 的_____。

- (2) 每隔_____天星期相同，因此下一次是星期四須符合_____的倍數。

2. 亭羽每 5 天到好市多一次，語臻每 10 天到好市多一次，這週六他們在好市多遇見。

試問：

- (1) 下一次見面是幾天後？
- (2) 若要在下一次週六再見面，是幾天後？



牛刀小試 1

- (1) 1、3、5、15
(2) 1、5、25
(3) 1、5
(4) 5
- (1) 1、2、3、4、6、8、12、24
(2) 1、2、3、5、6、10、15、30
(3) 1、2、3、6
(4) 6
- (1) 1、2、4、8
(2) 1、3、9
(3) 1
(4) 1
- (1) 1、2、4
(2) 1、3、5、15
(3) 1
(4) 1

牛刀小試 2

- (1) 1
(2) 1；互質
(3) 不是
- (1) 1、5、7、35
(2) 1、2、7、14
(3) 1、7
(4) 7
(5) 不是
- (1) 1、2、3、6、9、18
(2) 1、5、25
(3) 1
(4) 1
(5) 是
- (A)、(B)、(C)

牛刀小試 3

- (1) 1、3、3²
(2) 1、3、3²、3³、3⁴
(3) 1、3、3²、3³、3⁴、3⁵、3⁶
(4) 1、3、3²
- (1) 1、7、7²
(2) 1、7、7²、7³
(3) 1、7、7²、7³、7⁴、7⁵
(4) 1、7、7²
- (1) 1、2、2²
(2) 1、2、2²、2³
(3) 1、2、2²、2³、2⁴
(4) 1、2、2²
- (1) 1、11、11²、11³
(2) 1、11、11²、11³、11⁴
(3) 1、11、11²、11³、11⁴、11⁵
(4) 1、11、11²、11³

牛刀小試 4

- 小
- (1) 2²×3²×5³

- (2) 3²×5²
(3) 5³×7⁶×11²
(4) 7³×13²×17
- (1) 2²×3；2²×3×7；2³×3
(2) 5；2×5²；3×5²

牛刀小試 5

- 9
- 10
- 24
- 3
- 12
- 9

牛刀小試 6

- (1) 12 組；(2) 女生 3 人、男生 2 人
(1) 因數；因數；最大公因數
- (1) 14 盒；(2) 5 包

牛刀小試 7

- (1) 6、12、18、24、30、36、42、48…
(2) 8、16、24、32、40、48…
(3) 24、48、72 (答案僅供參考)
(4) 24
- (1) 3、6、9、12、15、18、21、24…
(2) 4、8、12、16、20、24、28…
(3) 12、24、36 (答案僅供參考)
(4) 12
- (1) 4、8、12、16、20、24、28、36…
(2) 12、24、36、48、…
(3) 12、24、36 (答案僅供參考)
(4) 12
- (1) 6、12、18、24、30、36、…
(2) 18、36、54、…
(3) 18、36、54 (答案僅供參考)
(4) 18

牛刀小試 8

- (1) 9、18、27、36、45、54、63、72、81、90、99
(2) 15、30、45、60、75、90
(3) 45、90
(4) 45、90
(5) 45
- (1) 5、10、15、20、25、30、35、40
(2) 10、20、30、40
(3) 20、40、60
(4) 20、40
(5) 20
- 72
- 35
- 66

牛刀小試 9

- (1) 2³、2⁴、2⁵ (答案僅供參考)
(2) 2⁴、2⁵、2⁶ (答案僅供參考)
(3) 2⁵、2⁶、2⁷ (答案僅供參考)
(4) 2⁵
- (1) 3、3²、3³ (答案僅供參考)
(2) 3²、3³、3⁴ (答案僅供參考)
(3) 3³、3⁴、3⁵ (答案僅供參考)
(4) 3³
- (1) 小；7²
(2) 大；7⁴
- (1) 小；11³
(2) 大；11⁵

牛刀小試 10

- 大
- (1) 2³×3⁴×5⁷
(2) 2³×3²×5×7
(3) 2⁴×3³×5×7³
- (1) 2³×3×5²；2²×3；2×3×5
(2) 3²×5³×7²

牛刀小試 11

- 72
- 60
- 42
- (1) 1；(2) 120
- (1) 3；(2) 108
- (1) 8；(2) 72

牛刀小試 12

- (1) 15 天後
(2) 105 天
(1) 6，9，12，3 的倍數；
10，15，20，5 的倍數；
最大公倍數
(2) 7；7 的倍數
- (1) 10 天後；(2) 70 天後