



## B3 1-3 多項式的乘法與除法



### 概念 ① 單項式 × 單項式



☆指數律：

若  $a \neq 0$ ，則  $a^2 \times a^3 = a^{2+3}$

#### ① 複習指數律

(1)  $x \cdot x$

(2)  $x \cdot x^2$

(3)  $x^3 \cdot x^4$

(4)  $(x^3)^2$

#### ② 單項式 × 單項式

(1)  $4x \cdot x$

(2)  $2x \cdot 3x^2$

(3)  $(-2x^3) \cdot 5x^4$

(4)  $(-3x)^2$

☆筆記



### 牛刀小試 ①

#### 1. 計算下列各題

(1)  $x \cdot x^3$

(2)  $x \cdot x^4$

(3)  $x^2 \cdot x^3$

(4)  $x^3 \cdot x^4$

#### 2. 計算下列各題

(1)  $3x \cdot x$

$= ( ) \cdot ( ) \cdot ( )$

$= ( )$

(2)  $3x \cdot 4x^2$

$= ( ) \cdot ( ) \cdot ( ) \cdot ( )$

$= ( )$

(3)  $(-3x) \cdot (-2x^2)$

(4)  $(-5x)^2$

$= ( ) \cdot ( )$

$= ( ) \cdot ( ) \cdot ( ) \cdot ( )$

$= ( )$



概念

## ② 單項式 × 多項式



☆分配律：

$$a(b+c) = ab + ac$$

$$(b+c) \times a = b \times a + c \times a$$

☆計算下列各式

①  $3(x+4)$

②  $-3(x-4)$

③  $3x(x-4)$

④  $(-x+4) \times 3$

⑤  $(-x-4) \times (-5)$

⑥  $(2x-7) \cdot x^2$

☆筆記



## 牛刀小試 2

1. 計算下列各題

(1)  $5(x+3)$

(2)  $-5(x-3)$

(3)  $-5x(x-3)$

(4)  $(-x+7) \times 4$

2. 計算下列各題

(1)  $(-x)(2x+1)$

(2)  $-6(x^2-4)$

(3)  $-6x(x-4)$

(4)  $(-5x+3) \times 6$



概念

③

多項式×多項式



☆分配律：

$$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$$

☆計算 $(x+3)(x+2)$ 

①橫式

②直式

☆筆記



牛刀小試 ③

1. 計算下列各題

(1)  $(x+4)(x+5)$

①橫式

②直式

(2)  $(3x+4)(2x+3)$

①橫式

②直式

2. 計算下列各題

(1)  $(x-1)(x+4)$

①橫式

②直式

(2)  $(2x-5)(4x+1)$

①橫式

②直式



## 例題 ① 多項式的乘法練習



①  $(x-3)(x-4)$

②  $(x^2-3x+2)(x-5)$

☆筆記



### 牛刀小試 4

1. 計算下列各題

(1)  $(x-5)(x-6)$

(2)  $(2x-9)(x-6)$

(3)  $(8x+3)(4x-3)$

2. 計算下列各題

(1)  $(x^2-3x+4)(x+2)$

(2)  $(2x^2-x-1)(x-3)$

(3)  $(2x^2-x+3)(4x-5)$

**例題****② 多項式的乘法—有缺項練習**計算 $(5x^2 - 4)(3x - 1)$ **①**橫式**②**直式

☆筆記

**牛刀小試 5****1. 計算下列各題**

(1)  $(7x^2 + 3)(x + 8)$

$(7x^2 + 3) = 7x^2 + \underline{\hspace{2cm}} + 3$

**①**橫式**②**直式

(2)  $(4x^2 + 5)(2x + 1)$

$(4x^2 + 5) = 4x^2 + \underline{\hspace{2cm}} + 5$

**①**橫式**②**直式**2. 計算下列各題**

(1)  $(2x^2 - 5)(x - 4)$

$(2x^2 - 5) = 2x^2 + \underline{\hspace{2cm}} - 5$

**①**橫式**②**直式

(2)  $(3x^2 - 5)(2x - 1)$

$(3x^2 - 5) = 3x^2 + \underline{\hspace{2cm}} - 5$

**①**橫式**②**直式

**例題****③****多項式的乘法—利用乘法公式**

計算下列各式

**①**  $(2x+3)^2$

**②**  $(5x-4)^2$

**③**  $(x+7)(x-7)$

☆筆記

**牛刀小試****6**

1. 計算下列各題

(1)  $(3x+1)^2$

(2)  $(7x+2)^2$

(3)  $(4x-6)^2$

(4)  $(3x-2)^2$

(5)  $(x+6)(x-6)$

(6)  $(2x+3)(2x-3)$

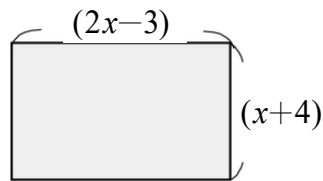


## 例題 4 多項式的乘法應用



如右圖是一個長方形，長方形的長是 $(2x-3)$   
寬是 $(x+4)$

請問：這個長方形的面積是多少？



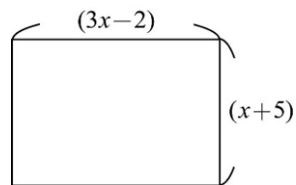
☆筆記



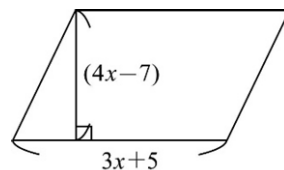
## 牛刀小試 7

1. 計算各題面積

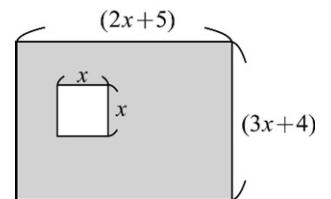
(1)



(2)



2. 計算各題灰色部份的面積





☆指數律：

若  $a \neq 0$ ，則  $a^5 \div a^2 = a^{5-2}$ 

## ①複習指數律

(1)  $x^3 \div x$

(2)  $x^5 \div x^3$

(3)  $x \div x$

## ②單項式 ÷ 單項式

(1)  $6x^2 \div 3x$

(2)  $(-8x^2) \div 2x$

(3)  $(-15x) \div (-3x)$

☆筆記



## 牛刀小試 8

## 1. 計算下列各題

(1)  $x^2 \div x$

(2)  $8x^2 \div 2x$

(3)  $(-9x^3) \div 3x$

## 2. 在空格中填入正確文字符號或數字

(1)  $x \cdot \underline{\hspace{2cm}} = 3x$

(2)  $2x \cdot \underline{\hspace{2cm}} = -4x$

(3)  $3x \cdot \underline{\hspace{2cm}} = 6x^2$





概念

## 5 多項式 ÷ 單項式 ( 整除 )



計算  $(x^2 + 3x) \div x$

☆筆記

①  $28 \div 7$

② 整除



### 牛刀小試 9

1. 計算下列各題

(1)  $(x^2 + 4x) \div x$

(2)  $(x^2 - 6x) \div x$

(3)  $(6x^2 + 8x) \div 2x$

2. 計算下列各題

(1)  $(x^2 + 4x) \div (-x)$

(2)  $(x^2 - 8x) \div (-x)$

(3)  $(6x^2 + 9x) \div (-3x)$



概念

## ⑥ 多項式 ÷ 單項式 (有餘式)

計算  $(-12x^2 + 6x - 5) \div 3x$ 

☆筆記

$$1. \quad \begin{array}{r} 4 \\ 5 \overline{) 28} \\ \underline{20} \\ 8 \end{array}$$

① 這樣子做對嗎？

② 錯在哪裡？

2. ① 整數的除法

② 多項式的除法



## 牛刀小試 10

1. 計算下列各題，寫出商式和餘式

(1)  $(-12x^2 + 6x - 3) \div 2x$

(2)  $(-4x^2 - 20x + 5) \div 4x$

(3)  $(-6x^2 - 9x - 7) \div 3x$

2. 計算下列各題，寫出商式和餘式

(1)  $(8x^2 + 6x - 5) \div (-2x)$

(2)  $(10x^2 - 5x + 4) \div (-5x)$

(3)  $(-6x^2 + 9x - 2) \div (-3x)$



計算  $(x^2 + 3x + 4) \div (x + 1)$

☆筆記



牛刀小試 11

1. 計算下列各題，寫出商式和餘式

(1)  $(x^2 + 5x + 6) \div (x + 1)$

(2)  $(x^2 + 3x + 2) \div (x + 2)$

2. 計算下列各題，寫出商式和餘式

(1)  $(2x^2 + 5x + 3) \div (x + 1)$

(2)  $(2x^2 + 7x + 7) \div (x + 2)$



## 例題 5 多項式除以多項式練習



計算  $(2x^2 - 7x - 5) \div (x - 3)$

☆筆記



### 牛刀小試 12

1. 計算下列各題，寫出商式和餘式

(1)  $(4x^2 - 3x + 2) \div (x - 1)$

(2)  $(3x^2 - 2x + 5) \div (x - 2)$

2. 計算下列各題，寫出商式和餘式

(1)  $(4x^2 + 6x + 2) \div (2x - 1)$

(2)  $(6x^2 + 5x - 1) \div (2x + 5)$

**例題****6****多項式 $\div$ 多項式 (有缺項)**計算 $(2x^2 - 5) \div (x - 3)$ 

☆筆記

**牛刀小試 13**

1. 計算下列各題，寫出商式和餘式

(1)  $(4x^2 - 5) \div (x - 1)$

$(4x^2 - 5) = 4x^2 + \underline{\hspace{1cm}} - 5$

(2)  $(5x^2 + 8) \div (x - 3)$

$(5x^2 + 8) = 5x^2 + \underline{\hspace{1cm}} + 8$

2. 計算下列各題，寫出商式和餘式

(1)  $(4x^2 - 3) \div (2x + 3)$

$(4x^2 - 3) = 4x^2 + \underline{\hspace{1cm}} - 3$

(2)  $(8x^2 - 3) \div (2x - 1)$

$(8x^2 - 3) = 8x^2 + \underline{\hspace{1cm}} - 3$



概念

⑧ 被除式 = 除式  $\times$  商式 + 餘式

- ①  $34 \div 5$  計算過程如下，  
請問：如何驗算？

$$\begin{array}{r} 6 \\ 5 \overline{) 34} \\ \underline{30} \\ 4 \end{array}$$

- ②  $(x^2 + 2x - 4) \div (x - 3)$  計算過程  
如下，請問：如何驗算？

$$\begin{array}{r} x+5 \\ x-3 \overline{) x^2+2x-4} \\ \underline{x^2-3x} \phantom{-4} \\ 5x-4 \\ \underline{5x-15} \\ 11 \end{array}$$

☆筆記

☆結論：



## 牛刀小試 14

1. 透過驗算求出框框中正確的數字或式子

(1)  $\square \div 3 = 2 \cdots 0$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 3 \overline{) \square} \\ \underline{\square} \\ 0 \end{array}$$

(2)  $\square \div 5 = 4 \cdots 0$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 5 \overline{) \square} \\ \underline{\square} \\ 0 \end{array}$$

(3)  $\square \div (x+2) = (x+1) \cdots 0$

$$\begin{array}{r} x+1 \\ x+2 \overline{) x^2 + \square x + \square} \\ \underline{x^2 + \square x} \phantom{+ \square} \\ \square x + \square \\ \underline{\square x + \square} \\ 0 \end{array}$$

2. 在框框中填入正確的數字

(1)  $\square \div 3 = 2 \cdots 1$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 3 \overline{) \square} \\ \underline{\square} \\ 1 \end{array}$$

(2)  $\square \div 5 = 4 \cdots 2$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 5 \overline{) \square} \\ \underline{\square} \\ 2 \end{array}$$

(3)  $\square \div (x+2) = (x+1) \cdots 3$

$$\begin{array}{r} x+1 \\ x+2 \overline{) x^2 + \square x + \square} \\ \underline{x^2 + \square x} \phantom{+ \square} \\ \square x + \square \\ \underline{\square x + \square} \\ 3 \end{array}$$

**例題****7****被除式、除式、商式及餘式的關係**

若多項式  $A$  除以  $(2x+1)$  得商式為  $(3x-2)$ ，餘式為  $5$ ，  
求多項式  $A$ 。

☆筆記

**牛刀小試 15**

1. 若多項式  $A$  除以  $(x-4)$  的商式為  $(x+5)$ ，  
餘式為  $6$ ，求多項式  $A$ 。
2. 若多項式  $B$  除以  $(2x+3)$  的商式為  $(2x-1)$ ，  
餘式為  $8$ ，求多項式  $B$ 。
3. 若多項式  $D$  除以  $(4x+3)$  的商式為  $(2x-3)$ ，  
餘式為  $0$ ，求多項式  $D$ 。
4. 若多項式  $E$  除以  $(2x-3)$  的商式為  $(3x-5)$ ，  
餘式為  $-4$ ，求多項式  $E$ 。



牛刀小試 1

- $x^4$
  - $x^5$
  - $x^5$
  - $x^7$
- $3 \cdot x \cdot x = 3x^2$
  - $3 \cdot x \cdot 4 \cdot x^2 = 12x^3$
  - $6x^3$
  - $-5x \cdot -5x = (-5) \cdot x \cdot (-5) \cdot x = 25x^2$

牛刀小試 2

- $5x + 15$
  - $-5x + 15$
  - $-5x^2 + 15x$
  - $-4x + 28$
- $-2x^2 - x$
  - $-6x^2 + 24$
  - $-6x^2 + 24x$
  - $-30x + 18$

牛刀小試 3

- $x^2 + 9x + 20$
  - $6x^2 + 17x + 12$
- $x^2 + 3x - 4$
  - $8x^2 - 18x - 5$

牛刀小試 4

- $x^2 - 11x + 30$
  - $2x^2 - 21x + 54$
  - $32x^2 - 12x - 9$
- $x^3 - x^2 - 2x + 8$
  - $2x^3 - 7x^2 + 2x + 3$
  - $8x^3 - 14x^2 + 17x - 15$

牛刀小試 5

- $7x^2 + 0x + 3$ ;  
 $7x^3 + 56x^2 + 3x + 24$
  - $4x^2 + 0x + 5$ ;  
 $8x^3 + 4x^2 + 10x + 5$
- $2x^2 + 0x - 5$   
 $2x^3 - 8x^2 - 5x + 20$
  - $3x^2 + 0x - 5$

$$6x^3 - 3x^2 - 10x + 5$$

牛刀小試 6

- $9x^2 + 6x + 1$
  - $49x^2 + 28x + 4$
  - $16x^2 - 48x + 36$
  - $9x^2 - 12x + 4$
  - $x^2 - 36$
  - $4x^2 - 9$

牛刀小試 7

- $3x^2 + 13x - 10$
  - $12x^2 - x - 35$

$$2. \quad 5x^2 + 23x + 20$$

牛刀小試 8

- $x$
  - $4x$
  - $-3x^2$
- $3$
  - $-2$
  - $2x$

牛刀小試 9

- $x + 4$
  - $x - 6$
  - $3x + 4$

- $-x - 4$
  - $-x + 8$
  - $-2x - 3$

牛刀小試 10

- 商式： $-6x + 3$   
餘式： $-3$
  - 商式： $-x - 5$   
餘式： $5$
  - 商式： $-2x - 3$   
餘式： $-7$
- 商式： $-4x - 3$   
餘式： $-5$
  - 商式： $-2x + 1$   
餘式： $4$
  - 商式： $2x - 3$

$$\text{餘式：}-2$$

牛刀小試 11

- 商式： $x + 4$   
餘式： $2$
  - 商式： $x + 1$   
餘式： $0$
- 商式： $2x + 3$   
餘式： $0$
  - 商式： $2x + 3$   
餘式： $1$

牛刀小試 12

- 商式： $4x + 1$   
餘式： $3$
  - 商式： $3x + 4$   
餘式： $13$
- 商式： $2x + 4$   
餘式： $6$
  - 商式： $3x - 5$   
餘式： $24$

牛刀小試 13

- $4x^2 + 0x - 5$   
商式： $4x + 4$   
餘式： $-1$
  - $5x^2 + 0x + 5$   
商式： $5x + 15$   
餘式： $53$
- $4x^2 + 0x - 3$   
商式： $2x - 3$   
餘式： $6$
  - $8x^2 + 0x - 3$   
商式： $4x + 2$   
餘式： $-1$

牛刀小試 14

- 6
  - 20

$$\begin{array}{r} 2 \\ 3 \overline{) \begin{array}{|c|} \hline 6 \\ \hline \end{array}} \\ \underline{\phantom{0}6} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 5 \overline{) \begin{array}{|c|} \hline 20 \\ \hline \end{array}} \\ \underline{\phantom{0}20} \\ 0 \end{array}$$



(3)

$x^2+3x+2$

$x+1$

$x+2$

$)$ 

$x^2+$

$\boxed{3}$

$x+$

$\boxed{2}$

$x^2+$

$\boxed{2}$

$x$

$\boxed{1}$

$x+$

$\boxed{2}$

$\boxed{1}$

$x+$

$\boxed{2}$

0

2.

(1)

7

3

$)$

$\boxed{7}$

$\boxed{6}$

1

(2)

22

5

$)$

$\boxed{22}$

$\boxed{20}$

2

(3)

$x^2+3x+5$

$x+1$

$x+2$

$)$ 

$x^2+$

$\boxed{3}$

$x+$

$\boxed{5}$

$x^2+$

$\boxed{2}$

$x$

$\boxed{1}$

$x+$

$\boxed{5}$

$\boxed{1}$

$x+$

$\boxed{2}$

3

牛刀小試 15

1.

$x^2+x-14$
2.

$4x^2+4x+5$
3.

$8x^2-6x-9$
4.

$6x^2-19x+11$