



B3 2-2 根式的運算



概念

① 根式的意義



1. 什麼是根式：_____

◎例如：_____

2. 根式的簡記：

含有 x 的式子	含有根號的式子
$3 \times x =$	$3 \times \sqrt{2} =$
$\frac{2}{5} \times x =$	$\frac{2}{5} \times \sqrt{2} =$
$4 \times (x+1) =$	$4 \times (\sqrt{2} + \sqrt{3}) =$
$1 \times x =$	$1 \times \sqrt{2} =$
$(-1) \times x =$	$(-1) \times \sqrt{2} =$
$x \div 3 =$	$\sqrt{2} \div 3 =$

★筆記

$3\sqrt{2}$ 到底是什麼意思？



牛刀小試 1

簡記下列各式：

1. $1 \times \sqrt{5}$

2. $8 \times \sqrt{3}$

3. $\sqrt{10} \times (-2)$

4. $(-5) \times \sqrt{6}$

5. $\sqrt{15} \times \frac{2}{5}$

6. $\sqrt{15} \div 3$

7. $3 \times (\sqrt{2} - \sqrt{3})$

8. $3 \times (\sqrt{3} + 5)$



例題 ① 數字×根式



(1) $2 \times 3\sqrt{2}$

(2) $2\sqrt{3} \times (-5)$

(3) $\frac{5}{3} \times (-6\sqrt{7})$

★筆記



牛刀小試 ②

計算下列各式：

1. $4 \times 7\sqrt{3}$

2. $(-9) \times 3\sqrt{5}$

3. $\frac{5}{6} \times 6\sqrt{6}$

4. $2\sqrt{10} \times (-\frac{1}{2})$

5. $(-4\sqrt{5}) \times \frac{1}{2}$

6. $(-9\sqrt{6}) \times (-\frac{7}{3})$



概念

②

根式的乘法運算



◎ $\sqrt{3} \times \sqrt{2} =$ _____

為什麼？

〈例〉

❶ $\sqrt{3} \times \sqrt{7}$

❷ $-2\sqrt{5} \times 3\sqrt{3}$

❸ $-\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}$

★筆記

☆若 $a \geq 0, b \geq 0$ ，則 $\sqrt{a} \times \sqrt{b} =$ _____。

牛刀小試 ③

計算下列各式

1. $\sqrt{3} \times 5$

2. $\sqrt{2} \times \sqrt{7}$

3. $\sqrt{5} \times (-\sqrt{2})$

4. $5\sqrt{2} \times 3\sqrt{7}$

5. $2\sqrt{3} \times \sqrt{10}$

6. $2\sqrt{7} \times 4\sqrt{7}$



$$\odot \sqrt{6} \div \sqrt{3} = \underline{\hspace{2cm}}$$

為什麼？

〈例〉

$$\textcircled{1} \sqrt{10} \div \sqrt{2}$$

$$\textcircled{2} \sqrt{14} \div \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$$

★筆記

$$\sqrt{a} \div \sqrt{b}$$

為什麼 b 不能等於 0？



☆若 $a \geq 0$ ， $b > 0$ ($b \neq 0$)

則 $\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。



牛刀小試 4

1. $\sqrt{10} \div \sqrt{2}$

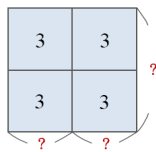
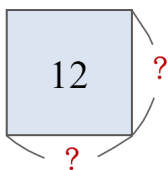
2. $\sqrt{45} \div \sqrt{3}$

3. $-\sqrt{46} \div \sqrt{2}$

4. $\frac{\sqrt{60}}{\sqrt{2}}$

5. $\sqrt{15} \div \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$

6. $\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{3}} \div \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{9}}$



★我們發現：

★筆記

不是最簡根式的例子

❶還沒化簡：

❷分母有根號：

❸根號裡面是分數或小數：

☆ $2\sqrt{3}$ 就是 $\sqrt{12}$ 的_____

為什麼？

$$\sqrt{12} = \underline{\hspace{2cm}}$$

☆❶把 $\sqrt{12}$ 化簡成 $2\sqrt{3}$ 的過程稱為化簡根式❷假設 a 、 b 、 c 都是正整數，如果 a 可以分解成 $a=b^2 \times c$

$$\Rightarrow \sqrt{a} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} = b\sqrt{c}$$

如果 c 的因數中沒有大於 1 的完全平方數，我們說 $b\sqrt{c}$ 就是_____。

牛刀小試 5

1. 下列何者是最簡根式？(複選)

A. $2\sqrt{3}$ 、B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 、C. $\sqrt{0.04}$ 、D. $\sqrt{5}$

2. 下列何者不是最簡根式？(複選)

A. $\sqrt{\frac{2}{5}}$ 、B. $\sqrt{7}$ 、C. $\sqrt{12}$ 、D. $\frac{\sqrt{21}}{7}$

3. 下列何者是最簡根式？(複選)

A. $\sqrt{3}$ 、B. $6\sqrt{11}$ 、C. $\frac{1}{\sqrt{12}}$ 、D. $\sqrt{4}$

4. 下列何者不是最簡根式？(複選)

A. $4\sqrt{2}$ 、B. $\sqrt{\frac{2}{3}}$ 、C. $\sqrt{20}$ 、D. $\frac{\sqrt{3}}{5}$

5. 下列哪些不是最簡根式？(複選)

A. $\sqrt{14}$ 、B. $\sqrt{18}$ 、C. $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}$ 、D. $\frac{\sqrt{5}}{13}$

**例題****②****根式的化簡**

(1) $\sqrt{27}$

(2) $\sqrt{180}$

(3) $\sqrt{8} \times \sqrt{14}$

★筆記

**牛刀小試 6**

將下列各題化為最簡根式：

1. $\sqrt{12}$

4. $\sqrt{21} \times \sqrt{7}$

2. $\sqrt{75}$

5. $\sqrt{35} \times \sqrt{5}$

3. $\sqrt{50}$

6. $\sqrt{10} \times \sqrt{15}$



概念

⑤ 有理化分母



1. 有理數：_____ 2. 哪一個是最簡根式？

無理數：_____ $\frac{3}{\sqrt{2}}$ 、 $\frac{\sqrt{2}}{3}$

☆有理化分母意思
就是_____

如何有理化分母？

★筆記

◎根號怕什麼？



牛刀小試 7

請將下列分數有理化分母：

1. $\frac{1}{\sqrt{21}}$

4. $\frac{3}{\sqrt{3}}$

2. $\frac{1}{\sqrt{5}}$

5. $\frac{7}{\sqrt{7}}$

3. $\frac{5}{\sqrt{2}}$

6. $\frac{5}{\sqrt{5}}$

**例題****③****有理化分母練習**

(1) $\sqrt{2} \div \sqrt{3}$

(2) $\sqrt{\frac{1}{2}}$

(3) $2\sqrt{15} \div \sqrt{6}$

★筆記

**牛刀小試 8**

計算下列各式並有理化分母

1. $\sqrt{6} \div \sqrt{7}$

5. $\sqrt{\frac{1}{7}}$

2. $\sqrt{5} \div \sqrt{3}$

6. $\sqrt{\frac{1}{5}}$

3. $\sqrt{15} \div \sqrt{10}$

4. $\sqrt{6} \div \sqrt{15}$

**例題****④ 化為最簡根式 (有理化分母)**

(1) $\frac{7}{\sqrt{5}}$

(2) $\sqrt{\frac{75}{9}}$

(3) $\sqrt{0.8}$

★筆記

**牛刀小試 9**

請將下列分數有理化分母：

1. $\frac{2}{\sqrt{3}}$

4. $\sqrt{\frac{27}{6}}$

2. $\frac{3}{\sqrt{7}}$

5. $\sqrt{\frac{25}{7}}$

3. $\sqrt{\frac{4}{3}}$

6. $\sqrt{0.3}$



根式化簡後有相同方根稱為_____

〈例〉

① $\sqrt{2}$ 的同類方根為_____。

② $\sqrt{3}$ 的同類方根為_____。

$\sqrt{12}$ 和 $\sqrt{3}$ 是同類方根嗎？為什麼？

〈註〉同類方根才能合併（加減）

$$3x + 4x = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$3x + 4 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$3\sqrt{2} + 4 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$x + y = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{3} = \underline{\hspace{2cm}}$$

★筆記



牛刀小試 10

請將下列根式化為最簡根式：

1. 下列何者為 $\sqrt{6}$ 的同類方根？

$$\sqrt{15}、\sqrt{3}、\sqrt{24}、\sqrt{12}$$

2. 下列何者為 $\sqrt{3}$ 的同類方根？

$$\sqrt{5}、\sqrt{12}、\sqrt{22}、\sqrt{14}$$

3. 下列何者不為 $\sqrt{7}$ 的同類方根？

$$\sqrt{63}、\sqrt{27}、\sqrt{28}、2\sqrt{7}$$

4. _____ 為同類方根。

(A) $\sqrt{18}$

(B) $\sqrt{24}$

(C) $\sqrt{50}$

(D) $\sqrt{12}$

5. _____ 為同類方根。

(A) $\sqrt{14}$

(B) $\sqrt{7}$

(C) $\sqrt{2}$

(D) $\sqrt{98}$

6. _____ 為同類方根。

(A) $\sqrt{20}$

(B) $\frac{3}{\sqrt{5}}$

(C) $\sqrt{25}$

(D) $\sqrt{10}$



例題 5 根式的加減運算



(1) $2\sqrt{5} + 7\sqrt{5}$

(2) $5\sqrt{11} - 3\sqrt{11}$

★筆記

(3) $5\sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{3} + 3\sqrt{2}$



牛刀小試 11

計算下列各式並化簡

(1) $2\sqrt{5} + 4\sqrt{5}$

(2) $3\sqrt{6} + 7\sqrt{6}$

(3) $6\sqrt{3} - \sqrt{3}$

(4) $2\sqrt{2} + 4\sqrt{5} + 3\sqrt{5} + 6\sqrt{2}$

(5) $3\sqrt{3} + 5\sqrt{6} - \sqrt{3} + 4\sqrt{6}$

(6) $5\sqrt{7} - 4\sqrt{2} + 2\sqrt{7} + 7\sqrt{2}$



例題 ⑥ 根式先化簡再加減



(1) $\sqrt{12} + 5\sqrt{3}$

(2) $\sqrt{18} + \sqrt{8} - \sqrt{27} + \sqrt{75}$

★筆記

(3) $\sqrt{\frac{3}{2}} - \sqrt{\frac{2}{3}}$



牛刀小試 12

計算下列各式並化簡

1. $\sqrt{24} - \sqrt{6}$

3. $\sqrt{\frac{3}{5}} + \sqrt{\frac{5}{3}}$

2. $\sqrt{2} + \sqrt{4} + \sqrt{8} + \sqrt{16}$

4. $\sqrt{\frac{7}{2}} - \sqrt{\frac{2}{7}}$



例題 7 根式的四則運算



$$(1) \sqrt{3} \times (3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})$$

$$(2) \sqrt{\frac{11}{5}} \times \sqrt{\frac{6}{7}} \div \sqrt{\frac{22}{21}}$$

★筆記

$$(3) (\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})$$



牛刀小試 13

計算下列各式並化簡

$$1. \sqrt{3} \times (3\sqrt{3} + 4\sqrt{6})$$

$$2. \sqrt{2} \times (-2\sqrt{10} + \sqrt{18})$$

$$3. \sqrt{5} \times (3\sqrt{10} - 2\sqrt{15})$$

$$4. \sqrt{\frac{18}{5}} \times \sqrt{\frac{7}{6}} \div \sqrt{\frac{14}{15}}$$

$$5. \sqrt{\frac{11}{3}} \times \sqrt{\frac{15}{2}} \times \sqrt{\frac{8}{33}}$$

$$6. (\sqrt{5} + \sqrt{2})(\sqrt{5} - \sqrt{2})$$



牛刀小試 1

1. $\sqrt{5}$
2. $8\sqrt{3}$
3. $-2\sqrt{10}$
4. $-5\sqrt{6}$
5. $\frac{2}{5}\sqrt{15}$
6. $\frac{1}{3}\sqrt{15}$
7. $3\sqrt{2}-3\sqrt{3}$
8. $3\sqrt{3}+15$

牛刀小試 2

1. $28\sqrt{3}$
2. $-27\sqrt{5}$
3. $5\sqrt{6}$
4. $-\sqrt{10}$
5. $-2\sqrt{5}$
6. $21\sqrt{7}$

牛刀小試 3

1. $5\sqrt{3}$
2. $\sqrt{14}$
3. $-\sqrt{10}$
4. $-6\sqrt{21}$
5. $2\sqrt{30}$
6. 56

牛刀小試 4

1. $\sqrt{5}$
2. $\sqrt{15}$
3. $-\sqrt{23}$
4. $\sqrt{30}$
5. 3
6. $\sqrt{6}$
- 7.

牛刀小試 5

1. AD
2. AC
3. AB
4. BC
5. BC

牛刀小試 6

1. $2\sqrt{3}$
2. $5\sqrt{3}$
3. $5\sqrt{2}$

4. $7\sqrt{3}$

5. $5\sqrt{7}$

6. $5\sqrt{6}$

牛刀小試 7

1. $\frac{\sqrt{21}}{21}$

2. $\frac{\sqrt{5}}{3}$

3. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

4. $\sqrt{3}$

5. $\sqrt{7}$

6. $\sqrt{5}$

牛刀小試 8

1. $\frac{\sqrt{42}}{7}$

2. $\frac{\sqrt{15}}{3}$

3. $\frac{\sqrt{6}}{2}$

4. $\frac{\sqrt{10}}{5}$

5. $\frac{\sqrt{7}}{7}$

6. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

牛刀小試 9

1. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

2. $\frac{3\sqrt{7}}{7}$

3. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

4. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

5. $\frac{5\sqrt{7}}{7}$

6. $\frac{\sqrt{30}}{10}$

牛刀小試 10

1. $\sqrt{24}$

2. $\sqrt{12}$

3. $\sqrt{27}$

4. AC

5. CD

6. AB

牛刀小試 11

1. $6\sqrt{5}$

2. $10\sqrt{6}$

3. $5\sqrt{3}$

4. $8\sqrt{2}+7\sqrt{5}$

5. $2\sqrt{3}+9\sqrt{6}$

6. $7\sqrt{7}+3\sqrt{2}$

牛刀小試 12

1. $\sqrt{6}$

2. $6+3\sqrt{2}$

3. $\frac{8\sqrt{15}}{15}$

4. $\frac{5\sqrt{14}}{14}$

牛刀小試 13

1. $9+12\sqrt{2}$

2. $-4\sqrt{5}+6$

3. $15\sqrt{2}-10\sqrt{3}$

4. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

5. $\frac{2\sqrt{15}}{3}$

7. 3